10.5.1. ÇOKGENLER

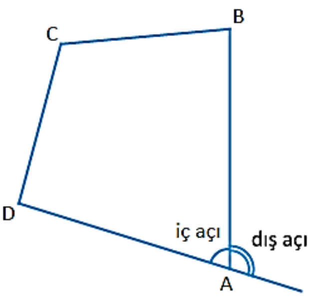
1. Çokgen ve Temel Elemanları

Tanım

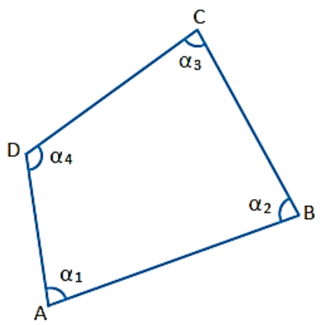
$n \geq 3, n \in \mathbb{N}$ ve $A_1, A_2, A_3, ..., A_n$ bir düzlemin ardışık üçü doğrusal olmayan n noktası olmak üzere $A_1, A_2, A_3, ..., A_n$ noktalarında kesişen $[A_1A_2], [A_2A_3], [A_3A_4], ..., [A_{n-1}A_n], [A_nA_1]$ doğru parçalarının birleşimiyle oluşan kapalı şekle $\mathbf{A_1A_2A_3...A_n}$ **çokgeni** veya **n-gen** denir.
Bir çokgende yalnız bir kapalı bölge vardır.
$A_1, A_2, ..., A_n$ noktalarına **çokgenin köşeleri**
$[A_1A_2], [A_2A_3], [A_3A_4], ..., [A_{n-1}A_n], [A_nA_1]$ doğru parçalarına **çokgenin kenarları** denir.
Çokgenler kenar sayısına göre adlandırılır. Üç kenarlı çokgene üçgen, dört kenarlı çokgene dörtgen ve n kenarlı çokgene **n-gen** adı verilir.

Tanım

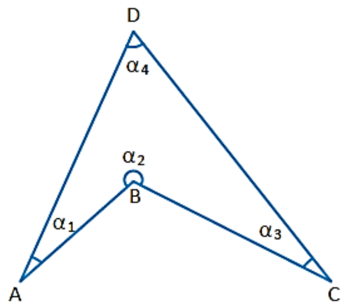
Bir çokgenin (Şekil 5.1.2) ardışık iki kenarının oluşturduğu açılardan iç bölgede kalanlara **iç açı**, iç açının komşu bütünleri olan açılara **dış açı** denir.
Bir çokgenin her bir iç açısının ölçüsü 180° den küçükse veya hiçbir kenarının uzantısı diğer kenarı kesmiyorsa çokgene **dışbükey** (konveks) **çokgen** (Şekil 5.1.3), en az bir kenarının uzantısı çokgeni kesiyorsa çokgene **içbükey** (konkav) **çokgen** denir (Şekil 5.1.4).



Şekil 5.1.2



Şekil 5.1.3

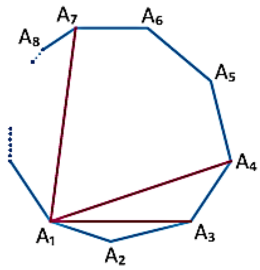


Şekil 5.1.4

Bölümün konusu dışbükey çokgenler olduğundan çokgen kavramından dışbükey çokgen anlaşılacaktır.

Tanım

Bir çokgende ardışık olmayan (komşu olmayan) iki köşeyi birleştiren doğru parçasına **köşegen** denir.
Şekildeki çokgende $[A_1A_3], [A_1A_4], [A_1A_5], ...$ doğru parçaları çokgenin bazı köşegenleridir (Şekil 5.1.5).



Şekil 5.1.5

n kenarlı bir çokgende köşegenlerin sayısı $\dfrac{n \cdot (n-3)}{2}$ dir.

Çokgende Açı Bağıntıları

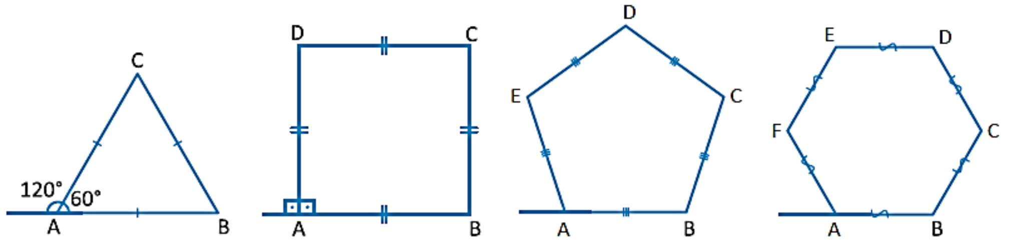
Özellikler

1. n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(n-2) \cdot 180°$ dir.
2. n kenarlı bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı $360°$ dir.

2. Düzgün Çokgenler

Tanım

Tüm kenarlarının uzunlukları birbirine eşit ve tüm açılarının ölçüleri birbirine eşit olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir (Şekil 5.1.7).



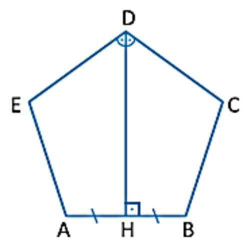
Şekil 5.1.7

Düzgün Çokgenlerde Açı ve Kenar Bağıntıları

Özellikler

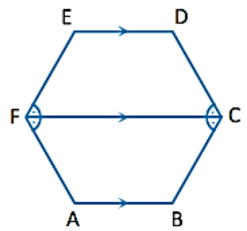
n kenarlı düzgün bir çokgende

1. Tüm iç açılarının ölçüleri birbirine eşit ve $\dfrac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n} = 180^\circ - \dfrac{360^\circ}{n}$ ile bulunur.
2. Tüm dış açılarının ölçüleri birbirine eşit ve $\dfrac{360^\circ}{n}$ ile bulunur.
3. n tek sayı ise bir köşeden çizilen açıortay, karşı kenarı dik ortalar. Bu açıortay çokgenin simetri doğrusudur (Şekil 5.1.8).



Şekil 5.1.8

4. n çift sayı ise çokgenin karşılıklı kenarları paraleldir karşı köşeleri birleştiren açıortay doğrusu simetri doğrusudur (Şekil 5.1.9).

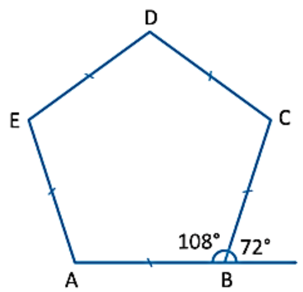


Şekil 5.1.9

Düzgün Beşgen

Tanım

Tüm kenarları ve iç açı ölçüleri eşit olan beşgene **düzgün beşgen** denir (Şekil 5.1.10).



Şekil 5.1.10: Düzgün beşgen

Bir iç açısının ölçüsü $\dfrac{(5-2)\cdot 180^\circ}{5} = 108^\circ$ bulunur.

Bir dış açısının ölçüsü $\dfrac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ dir.

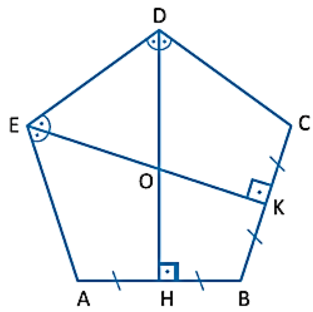
Özellikler

1. Düzgün beşgende bir köşeden çizilen açıortay karşı kenarı dik ortalar. Düzgün beşgenin içaçıortayları tek bir noktada kesişir (Şekil 5.1.11).

$[DH] \perp [AB]$ ise

$|AH| = |BH|$ ve

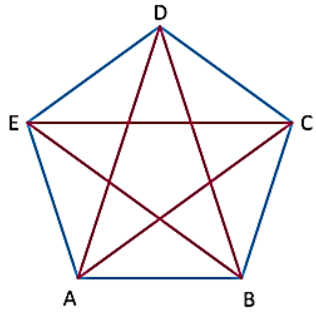
$m(\widehat{CDH}) = m(\widehat{EDH}) = 54^\circ$ olur.



Şekil 5.1.11

2. Düzgün beşgende köşegen uzunlukları birbirine eşittir (Şekil 5.1.12).

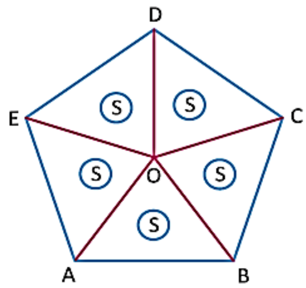
$|AC| = |AD| = |BD| = |BE| = |CE|$ olur.



Şekil 5.1.12

3. Düzgün beşgenin iç açıortaylarının kesim noktası ile köşeler birleştirildiğinde 5 eş üçgen oluşur (Şekil 5.1.13).

$A(\widehat{AOB}) = S$ ise $A(ABCDE) = 5S$ olur.

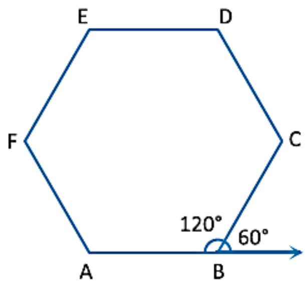


Şekil 5.1.13

Düzgün Altıgen

Tanım

Tüm kenar uzunlukları ve iç açılarının ölçüleri eşit olan altıgene **düzgün altıgen** denir (Şekil 5.1.14).



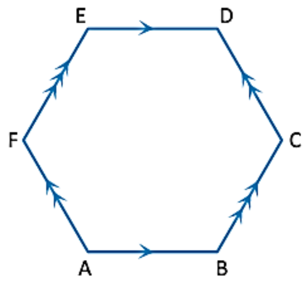
Şekil 5.1.14: Düzgün altıgen

Bir iç açısının ölçüsü $\dfrac{(6-2)\cdot 180^\circ}{6} = 120^\circ$ dir.

Bir dış açısının ölçüsü $\dfrac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ dir.

Özellikler

1. Düzgün altıgenin karşılıklı kenarları paraleldir (Şekil 5.1.15).



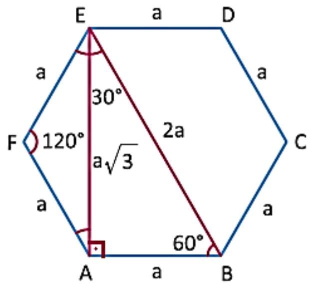
$[AB] \parallel [DE]$

$[AF] \parallel [CD]$

$[BC] \parallel [EF]$ olur.

Şekil 5.1.15

2. Düzgün altıgenin iki farklı uzunluğa sahip köşegeni vardır (Şekil 5.1.16).



$|AB| = a$ ise

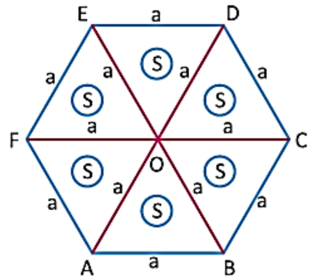
$|AE| = a\sqrt{3}$ ve

$|BE| = 2a$ olur.

(EAB üçgeninin $30° - 60° - 90°$ dik üçgeni olduğuna dikkat ediniz.)

Şekil 5.1.16

3. Düzgün altıgenin karşılıklı köşelerini birleştiren köşegenler düzgün altıgeni 6 tane eşkenar üçgene ayırır (Şekil 5.1.17).



$Ç(ABCDEF) = 6a$

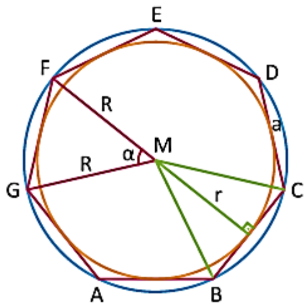
$A(ABCDEF) = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$A(\widehat{AOB}) = S$ ise $A(ABCDEF) = 6S$ olur.

Şekil 5.1.17

Düzgün Çokgenlerde Alan Bağıntısı

n kenarlı düzgün bir çokgenin çevrel çemberinin merkezi, iç teğet çemberinin merkezi ve ağırlık merkezi aynı noktadır (Şekil 5.1.18).



Şekil 5.1.18

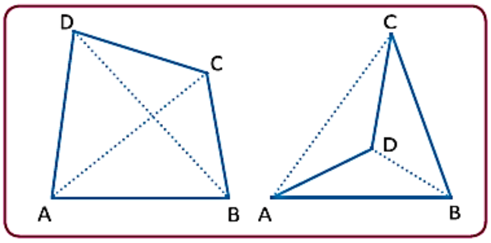
$A(ABCD...) = n \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot r\right) = \frac{n \cdot a \cdot r}{2}$ veya

$A(ABCD...) = n \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot R \cdot R \cdot \sin\alpha\right)$ olur. $\left(\alpha = \frac{360}{n}\right)$

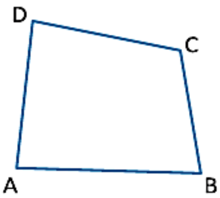
10.5.2. DÖRTGENLER VE ÖZELLİKLERİ

Dörtgenler ve Temel Elemanları

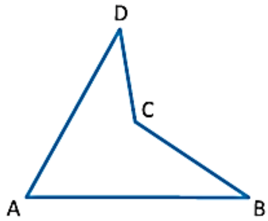
A, B, C, D noktaları dörtgenin köşeleri, $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ dörtgenin kenarları $[AC]$ ve $[BD]$ dörtgenin köşegenleridir (Şekil 5.2.1).



Şekil 5.2.1



Şekil 5.2.2 Konveks dörtgen



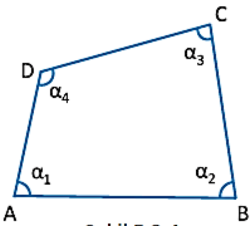
Şekil 5.2.3 Konkav dörtgen

Bölümün konusu dışbükey dörtgenler olduğundan dörtgen kavramından dışbükey dörtgen anlaşılacaktır (Şekil 5.2.2, Şekil 5.2.3).

Dörtgenlerde Açı ve Uzunluk Bağıntıları

Özellikler

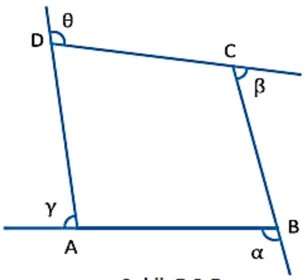
1.



Şekil 5.2.4

Bir dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir. n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(n-2)\cdot 180^\circ$ dir. Dörtgende $n=4$ olduğundan dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(4-2)\cdot 180^\circ = 2\cdot 180^\circ = 360^\circ$ bulunur (Şekil 5.2.4).

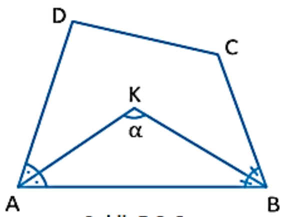
2.



Şekil 5.2.5

Bir dörtgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.
$\alpha+\beta+\theta+\gamma=360^\circ$ (Şekil 5.2.5).

3.



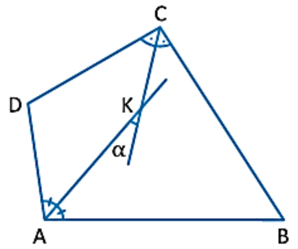
Şekil 5.2.6

Bir dörtgende komşu iki iç açının açıortayları arasındaki açının ölçüsü, diğer iki açının ölçüleri toplamının yarısıdır (Şekil 5.2.6).

$$\alpha = \frac{m(\widehat{D})+m(\widehat{C})}{2}$$

Özellikler

4.



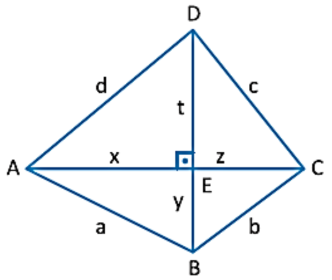
Şekil 5.2.7

Bir dörtgende karşılıklı iki açının açıortayları arasındaki dar açının ölçüsü, diğer iki açının ölçüleri farkının mutlak değerinin yarısıdır (Şekil 5.2.7).

$$\alpha = \frac{|m(\widehat{D}) - m(\widehat{B})|}{2}$$

Özellikler

5. Köşegenleri dik kesişen dörtgenlerde, karşılıklı kenarların uzunluklarının kareleri toplamı eşittir (Şekil 5.2.8).

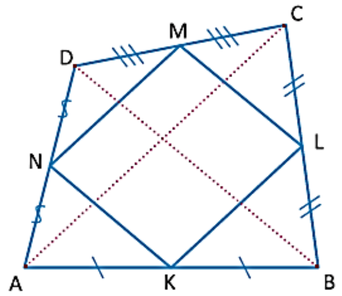


Şekil 5.2.8

$|AB| = a, |BC| = b, |CD| = c, |DA| = d,$
$|AE| = x, |BE| = y, |CE| = z, |DE| = t,$
$[AC] \perp [BD]$ ise
$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ olur.

Özellikler

6. Bir dörtgenin kenarlarının orta noktaları bir paralelkenarın köşeleridir (Şekil 5.2.9).



Şekil 5.2.9

$[KL] \parallel [AC] \parallel [NM]$ ve $|KL| = |NM| = \dfrac{|AC|}{2}$

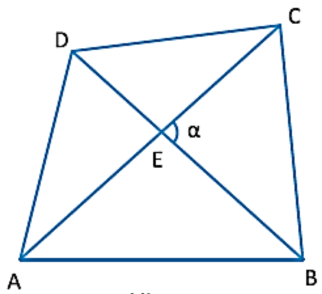
$[ML] \parallel [DB] \parallel [NK]$ ve $|ML| = |NK| = \dfrac{|DB|}{2}$ olur.

Dörtgende Alan Bağıntısı

Bir dörtgenin alanı, köşegen uzunlukları ile köşegenler arasında kalan açının sinüs değeriyle çarpımının yarısına eşittir (Şekil 5.2.10).

$|AC| = e$ ve $|BD| = f$ olmak üzere

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| \cdot \sin\alpha$$
$$= \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \sin\alpha$$



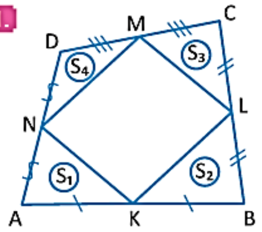
Şekil 5.2.10

Sonuç

Köşegenleri dik kesişen dörtgenin alanı $A(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2} = \dfrac{e \cdot f}{2}$ olur ($\sin 90^\circ = 1$).

Özellik

1.



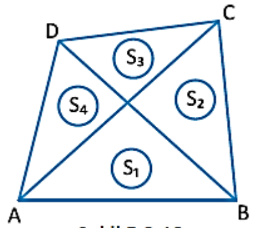
Şekil 5.2.12

K, L, M ve N kenarların orta noktaları S_1, S_2, S_3, S_4 yazıldıkları üçgenlerin alanını göstermek üzere (Şekil 5.2.12)

$$S_1 + S_3 = S_2 + S_4 = \frac{A(KLMN)}{2} = \frac{A(ABCD)}{4} \text{ olur.}$$

Özellik

2.



Şekil 5.2.13

S_1, S_2, S_3, S_4 yazıldıkları üçgenlerin alanını göstermek üzere $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$ olur (Şekil 5.2.13).

10.5.3. ÖZEL DÖRTGENLER

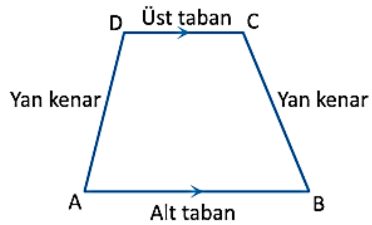
Dörtgenler, kenar ve açı özelliklerine göre özel adlar alır. Bunlar yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve deltoiddir.

1. Yamuk

Tanım

En az iki kenarı paralel olan dörtgene **yamuk** denir. Paralel olan kenarlara **alt ve üst tabanlar**, diğer kenarlara **yan kenarlar** denir.

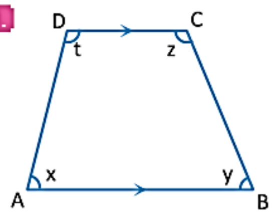
Şekilde $[AB] \parallel [DC]$ olduğundan $[AB]$ ve $[DC]$ sırasıyla alt ve üst tabanlar, $[AD]$ ile $[BC]$ yan kenarlardır (Şekil 5.3.1).



Şekil 5.3.1

Özellik

1.



Şekil 5.3.2

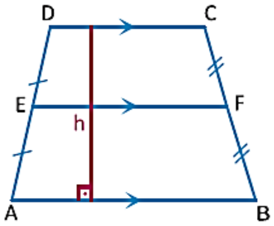
Yamukta tabanların bir yan kenarla oluşturduğu iç açıların ölçüleri toplamı 180° olur (Şekil 5.3.2).

$x + t = 180°$
$y + z = 180°$

Tanım

Bir yamukta yan kenarların orta noktalarını birleştiren doğru parçasına **yamuğun orta tabanı** denir.

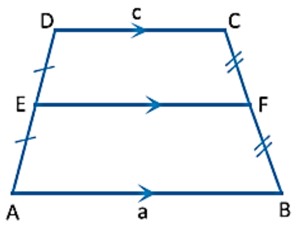
Bir yamukta alt ve üst taban arasındaki en kısa uzaklığa **yamuğun yüksekliği** denir (Şekil 5.3.3).



Şekil 5.3.3

Özellik

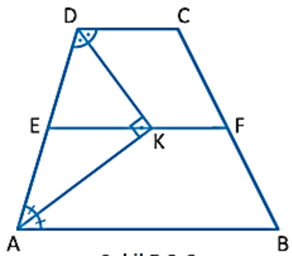
2. Bir yamukta orta taban uzunluğu, alt ve üst taban uzunlukları toplamının yarısına eşittir. Orta taban, diğer tabanlara paraleldir (Şekil 5.3.4).



Şekil 5.3.4

Özellik

3. Bir yamukta tabanların bir yan kenarla oluşturduğu iç açıların açıortay doğruları orta taban üzerinde dik kesişir (Şekil 5.3.6).



Şekil 5.3.6

İkizkenar Yamuk

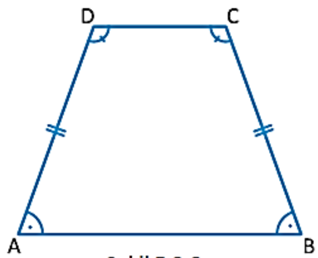
Tanım

Bir tabanına ait taban açılarının ölçüleri birbirine eşit olan yamuğa **ikizkenar yamuk** denir (Şekil 5.3.8).

İkizkenar yamukta taban açılarının ölçüleri birbirine eşittir.

ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \mathbin{/\!/} [DC]$ olmak üzere $|AD| = |BC|$,

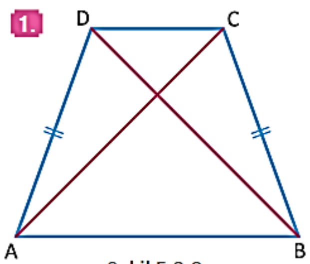
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B})$ ve dolayısıyla $m(\widehat{C}) = m(\widehat{D})$ olur.



Şekil 5.3.8

Özellik

1.



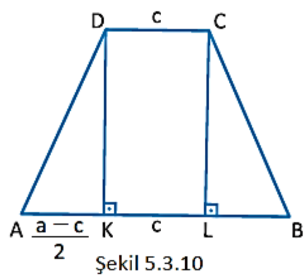
Şekil 5.3.9

$[AB] \mathbin{/\!/} [CD]$ ve $|AD| = |BC|$ olmak üzere ikizkenar yamukta köşegen uzunlukları birbirine eşittir (Şekil 5.3.9).

$|AC| = |BD|$

Özellik

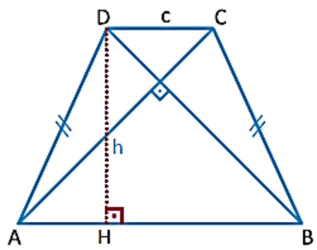
2. Şekil 5.3.10'daki $[AB] \parallel [CD]$ ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \perp [DK]$, $[AB] \perp [CL]$
$|AB| = a$ ve $|DC| = c$
olmak üzere
$|AK| = |LB| = \dfrac{a-c}{2}$ olur.



Şekil 5.3.10

Özellik

3. Köşegenleri dik kesişen ABCD ikizkenar yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$,
$|AB| = a$, $|DC| = c$ ve
$|DH| = h$ olmak üzere
$h = \dfrac{a+c}{2}$ olur (Şekil 5.3.11).

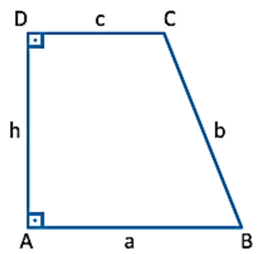


Şekil 5.3.11

Dik Yamuk

Tanım

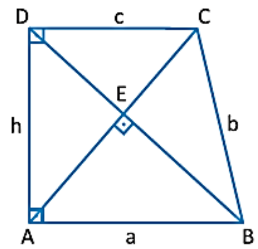
Bir yan kenarı tabanlara dik olan yamuğa **dik yamuk** denir (Şekil 5.3.13).
ABCD dik yamuğunda
$[DA] \perp [AB]$ ve $m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) = 90^\circ$ olur.



Şekil 5.3.13

Özellik

1. Köşegenleri dik kesişen dik yamukta yükseklik alt taban ve üst taban uzunluklarının çarpımlarının kareköküdür (Şekil 5.3.14).
$h = \sqrt{a \cdot c}$

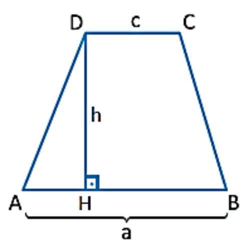


Şekil 5.3.14

Yamuğun Alanı

Yamuğun alanı, taban uzunlukları toplamının yükseklik ile çarpımının yarısına eşittir (Şekil 5.3.16).

$A(ABCD) = \dfrac{(a+c) \cdot h}{2}$ olur.

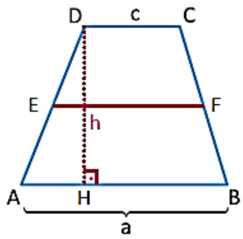


Şekil 5.3.16

Sonuç

[EF] orta taban olmak üzere ABCD yamuğunun alanı

$$A(ABCD)=\frac{(a+c)\cdot h}{2}$$
$$=|EF|\cdot h \text{ olur (Şekil 5.3.18).}$$

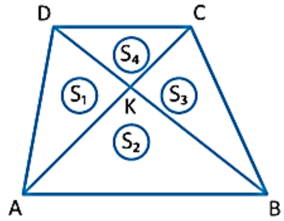


Şekil 5.3.18

Özellik

2. Şekildeki ABCD yamuğunda köşegenlerle oluşan üçgenlerin alanları arasında aşağıdaki bağıntılar vardır (Şekil 5.3.19).

$S_1=S_3$ ve $S_1^2=S_2\cdot S_4=S_3^2$ olur.



Şekil 5.3.19

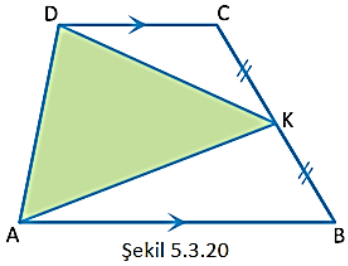
Özellik

3. $[AB]\,/\!/\,[CD]$ olmak üzere

ABCD yamuğunda $|BK|=|CK|$ ise

$A(\overset{\frown}{AKD})=\dfrac{A(ABCD)}{2}$ ve

$A(\overset{\frown}{AKD})=A(\overset{\frown}{DKC})+A(\overset{\frown}{ABK})$ olur (Şekil 5.3.20).



Şekil 5.3.20

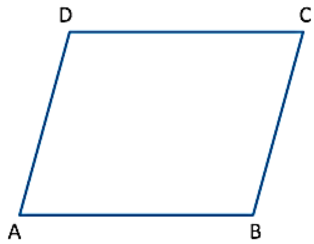
2. Paralelkenar

Tanım

Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgene **paralelkenar** denir (Şekil 5.3.22).

$[AB]\,/\!/\,[DC]$ ve $[AD]\,/\!/\,[BC]$ olur.

Paralelkenar yamuğun tüm özelliklerini sağlar.



Şekil 5.3.22

Özellik

1. Bir paralelkenarda (Şekil 5.3.23)

a) Karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.

$|AB|=|DC|$ ve $|AD|=|BC|$ olur.

b) $m(\widehat{A})=m(\widehat{C})$ ve

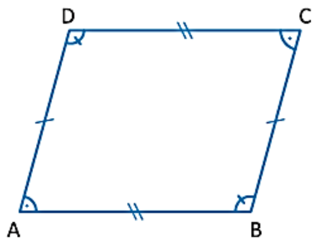
$m(\widehat{B})=m(\widehat{D})$ olur.

c) $m(\widehat{A})+m(\widehat{B})=180^\circ$

$m(\widehat{B})+m(\widehat{C})=180^\circ$

$m(\widehat{C})+m(\widehat{D})=180^\circ$

$m(\widehat{A})+m(\widehat{D})=180^\circ$ olur.



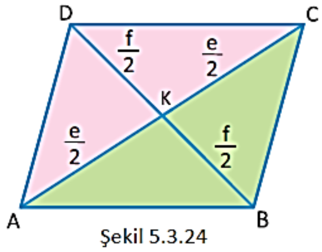
Şekil 5.3.23

Özellik

2. Paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.

$|AC| = e$ ve $|BD| = f$ alınırsa

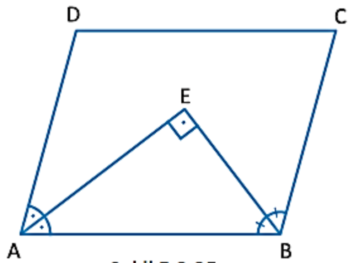
$|AK| = |KC| = \frac{e}{2}, |BK| = |KD| = \frac{f}{2}$ olur (Şekil 5.3.24).



Şekil 5.3.24

Özellik

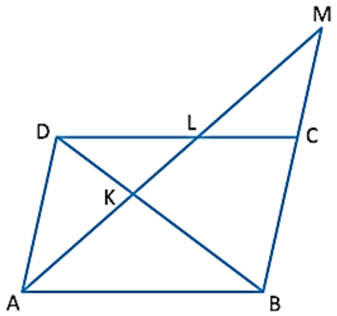
3. Paralelkenarda ardışık iki açının açıortayları birbirine diktir. $[AE] \perp [BE]$ olur (Şekil 5.3.25).



Şekil 5.3.25

Özellik

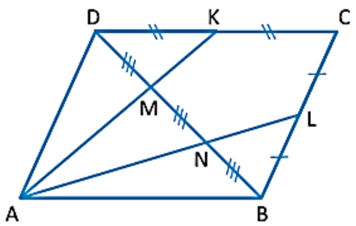
4. Şekil 5.3.26'daki ABCD paralelkenarında $[DB]$ köşegen A, K, L, M ve B, C, M noktaları doğrusaldır. Bu durumda $|AK|^2 = |KL| \cdot |KM|$ olur.



Şekil 5.3.26

Özellik

5. ABCD paralelkenar, D, M, N, B doğrusal, K ve L bulundukları kenarların orta noktaları olmak üzere $|DM| = |MN| = |NB|$ olur (Şekil 5.3.28).

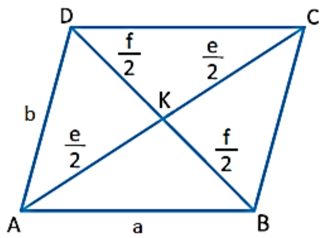


Şekil 5.3.28

Özellik

6. ABCD paralelkenarında

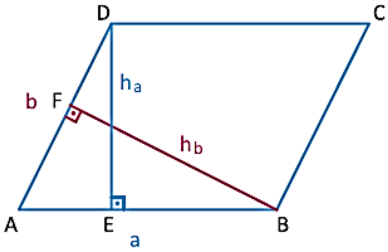
$|AB| = a, |AD| = b, |AC| = e$ ve $|BD| = f$ olmak üzere $e^2 + f^2 = 2 \cdot (a^2 + b^2)$ dir (Şekil 5.3.30).



Şekil 5.3.30

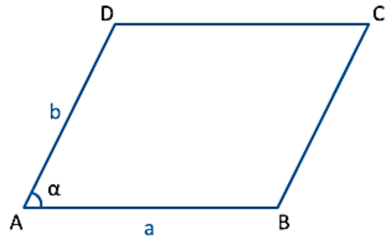
Paralelkenarın Alanı

1. Bir paralelkenarın alanı, bir kenar uzunluğu ile bu kenara ait yüksekliğin çarpımına eşittir (Şekil 5.3.31).
   $A(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b \quad (h_a = |DE|, h_b = |BF|)$



Şekil 5.3.31

2. ABCD paralelkenarında $|AB| = a, |AD| = b$ ve $m(\widehat{DAB}) = \alpha$ olmak üzere $A(ABCD) = a \cdot b \cdot \sin\alpha$ olur (Şekil 5.3.33).

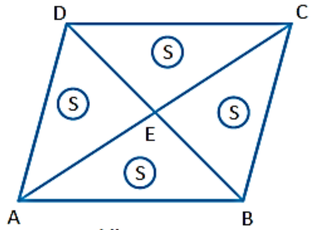


Şekil 5.3.33

Özellik

7. Bir paralelkenarda köşegenler paralelkenarı dört eşit alana böler (Şekil 5.3.34).

$S = \dfrac{A(ABCD)}{4}$ olur.



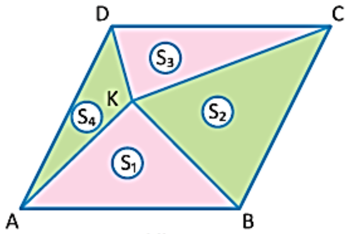
Şekil 5.3.34

Özellik

8. K noktası, ABCD paralelkenarının içinde herhangi bir nokta S_1, S_2, S_3, S_4 yazıldıkları üçgenlerin alanı olmak üzere

$$A(\widehat{ABK}) + A(\widehat{CKD}) = A(\widehat{BKC}) + A(\widehat{AKD}) = \frac{A(ABCD)}{2} \text{ veya}$$

$$S_1 + S_3 = S_2 + S_4 = \frac{A(ABCD)}{2} \text{ dir (Şekil 5.3.35).}$$



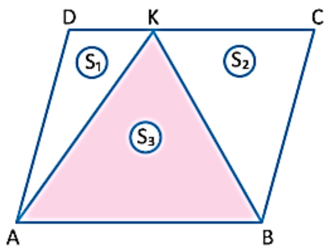
Şekil 5.3.35

Özellik

9. ABCD paralelkenarında $K \in [DC]$ ve S_1, S_2, S_3 yazıldıkları üçgenlerin alanı olmak üzere

$$A(\widehat{ABK}) = A(\widehat{AKD}) + A(\widehat{BKC}) = \frac{A(ABCD)}{2} \text{ veya}$$

$$S_3 = S_1 + S_2 = \frac{A(ABCD)}{2} \text{ olur (Şekil 5.3.37).}$$

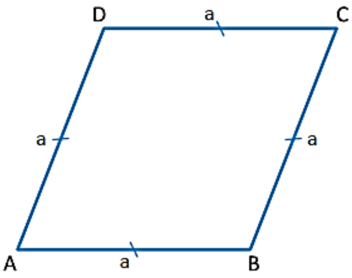


Şekil 5.3.37

3. Eşkenar Dörtgen

Tanım

Kenar uzunlukları eşit olan paralelkenara **eşkenar dörtgen** denir (Şekil 5.3.39).
Eşkenar dörtgen paralelkenarın tüm özelliklerini sağlar.



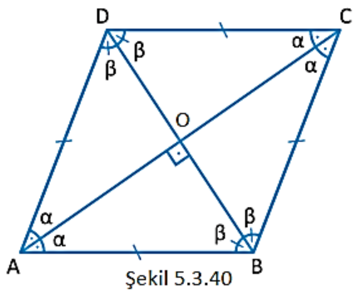
Şekil 5.3.39

Özellik

1. Eşkenar dörtgende köşegenler açıortay olup birbirini dik ortalar (Şekil 5.3.40).

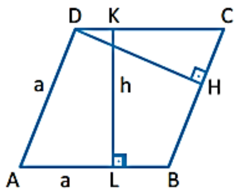
$|AO| = |OC|$

$|BO| = |OD|$ olur.



Şekil 5.3.40

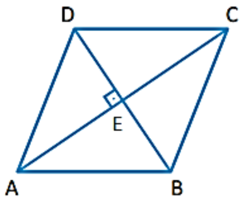
Eşkenar Dörtgenin Alanı



Bir eşkenar dörtgenin alanı, bir kenar uzunluğu ile yüksekliğin çarpımına eşittir. Eşkenar dörtgende tüm kenarlara ait yükseklik uzunlukları eşittir. $A(ABCD) = a \cdot h$ dir.

Not

ABCD eşkenar dörtgeninde $|AC| = e, |BD| = f$ olmak üzere
$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_{1} = \frac{e \cdot f}{2}$ olur (Şekil 5.3.41).



Şekil 5.3.41

4. Dikdörtgen

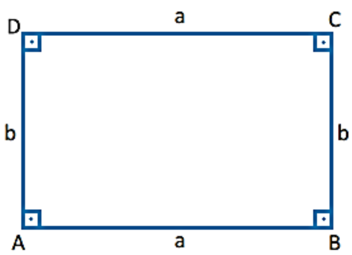
Tanım

Bütün açıları dik olan paralelkenara **dikdörtgen** denir.
Dikdörtgen, açıları dik açı olan paralelkenar olduğundan paralelkenarın tüm özelliklerini sağlar (Şekil 5.3.42).

$[AB] \parallel [DC]$,

$[AD] \parallel [BC]$,

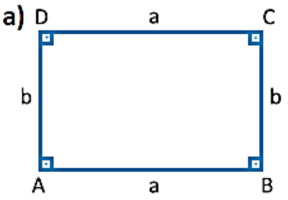
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{D}) = 90^\circ$



Şekil 5.3.42

Özellik

1.

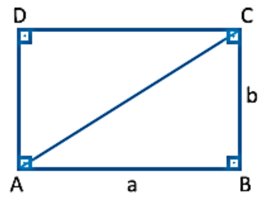
a) 

Şekil 5.3.43

Karşılıklı kenar uzunlukları eşittir (Şekil 5.3.43).

$|AB| = |DC| = a$

$|AD| = |BC| = b$ dir.

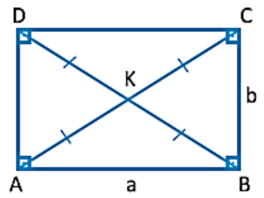
b) 

Şekil 5.3.44

Köşegen uzunlukları eşittir (Şekil 5.3.44).

$|AC| = |BD|$

$= \sqrt{a^2 + b^2}$ olur.

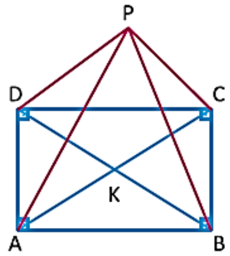
c) 

Şekil 5.3.45

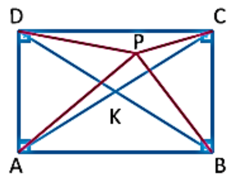
Köşegenler birbirini ortalar (Şekil 5.3.45).

$|AK| = |KC| = |BK| = |KD|$ olur.

2. P noktası, ABCD dikdörtgeninin iç veya dış bölgesinde herhangi bir nokta olmak üzere $|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$ dir (Şekil 5.3.46, Şekil 5.3.47).



Şekil 5.3.46

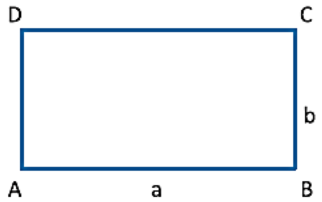


Şekil 5.3.47

Dikdörtgenin Alanı

Bir dikdörtgenin alanı, dik kesişen iki kenar uzunluğunun çarpımına eşittir (Şekil 5.3.49).

$A(ABCD) = |AB| \cdot |BC| = a \cdot b$



Şekil 5.3.49: Dikdörtgen

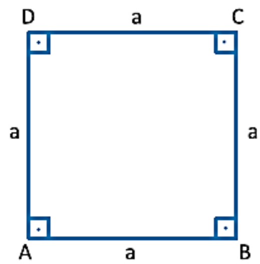
5. Kare

Tanım

Kenar uzunlukları eşit olan dikdörtgene kare denir (Şekil 5.3.50).

$|AB| = |BC| = |DC| = |AD| = a$ olmak üzere

$Ç(ABCD) = 4a$ olur.



Şekil 5.3.50

Özellik

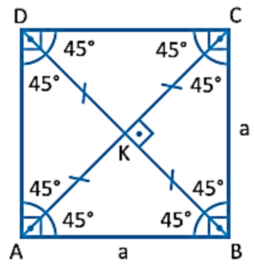
1. Köşegenler birbirini dik ortalar ve uzunlukları eşittir.

$|AK| = |KC| = |BK| = |KD| = a$

$[AC] \perp [BD]$

$|AC| = |BD| = a\sqrt{2}$

(Şekil 5.3.51).



Şekil 5.3.51

> **Not**
>
> Kare; paralelkenar, eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin bütün özelliklerini taşır.

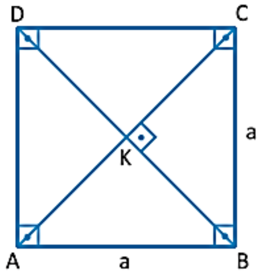
Karenin Alanı

Karenin alanı, bir kenar uzunluğunun karesine veya köşegen uzunluğunun karesinin yarısına eşittir.

Kare, özel bir dikdörtgen olduğundan $A(ABCD) = a \cdot a = a^2$ olur.

Karede köşegen uzunlukları eşit $|AC| = |BD| = e$ ve $[AC] \perp [BD]$ olduğundan

$A(ABCD) = \dfrac{e \cdot e}{2} = \dfrac{e^2}{2}$ olur (Şekil 5.3.52).



Şekil 5.3.52

6. Deltoid

Tanım

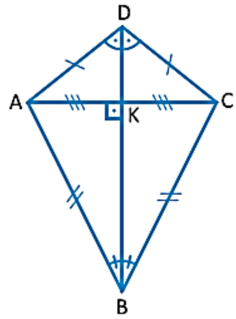
Yandaki şekilde verilen ABCD dörtgeninde

$|AB| = |BC|$

$|CD| = |DA|$ ve

$[BD] \perp [AC]$ koşulları sağlanıyorsa bu dörtgene **deltoid** denir (Şekil 5.3.53).

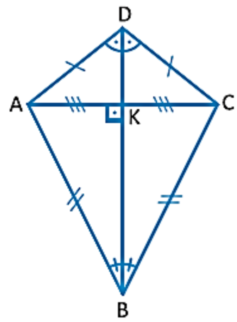
$Ç(ABCD) = 2(|AB| + |CD|)$



Şekil 5.3.53

Özellik

1. ABCD deltoidinde
   $|AB| = |CB|$, $|AD| = |DC|$
2. ABC ve ADC üçgenleri ikizkenar üçgendir.
3. Köşegenler dik kesişir. $[AC] \perp [BD]$ olur.
4. $[BD]$ köşegeni $[AC]$ köşegenini dik ortalar.
   $|AK| = |KC|$ olur.
5. $[BD]$ köşegeni, simetri doğrusu ve açıortaydır (Şekil 5.3.54).



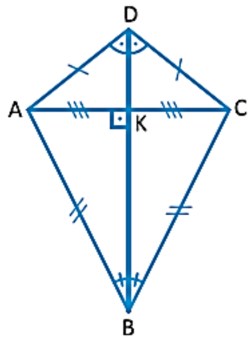
Şekil 5.3.54

Deltoidin Alanı

Bir deltoidin alanı, köşegen uzunlukları çarpımının yarısıdır (Şekil 5.3.55).

$|AC| = e$ ve $|BD| = f$ olmak üzere

$A(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2} = \dfrac{e \cdot f}{2}$ olur.



Şekil 5.3.55