9.2.1. KÜMELERDE TEMEL KAVRAMLAR

1. Temel Kavramlar

Küme Kavramı

İyi tanımlanmış, birbirinden farklı nesneler topluluğuna (yığınına) küme denir. Buradaki nesne soyut ya da somut olabilir.

Kümeyi oluşturan nesnelerin veya sembollerin her birine kümenin elemanları adı verilir. Kümeler genellikle büyük harflerle gösterilir.

a, A kümesinin elemanı ise bu durum $a \in A$ ile gösterilir ve a elemanıdır A diye okunur. a, A kümesinin elemanı değil ise $a \notin A$ şeklinde gösterilir ve bu durum a elemanı değildir A diye okunur.

Kümelerin Gösterimi

Kümeler, yaygın olarak üç farklı yolla gösterilir:

I) Liste Yöntemi ile Gösterim

Kümeyi oluşturan bütün elemanların $\{\ \}$ parantezinin içerisinde aralarına virgül konularak gösterilmesidir.

II) Venn Şeması Yöntemi ile Gösterim

Kümeyi oluşturan bütün elemanların kapalı bir eğri içerisinde önüne • konularak gösterilmesidir.

III) Ortak Özellik Yöntemi ile Gösterim

Genellikle eleman sayıları çok olan kümelerin gösterilmesinde kullanılır. Kümenin bütün elemanlarının sahip olduğu ortak özelliğin matematiksel veya sözel bir ifade ile gösterilmesidir.

$A = \{x \mid p(x)\}$

Burada $x \mid$ ifadesi x öyle ki diye okunur.

$n \in \mathbb{N}$ olmak üzere bir A kümesinin eleman sayısı $s(A) = n$ olarak ifade edilir.

Boş Küme

Elemanı olmayan kümeye boş küme denir. Boş kümenin gösterimi $\varnothing$ olup liste yöntemi ile gösterimi $\{\ \}$ biçimindedir. Boş kümenin eleman sayısı sıfırdır.

$\{\varnothing\}$ ve $\{\{\ \}\}$ kümeleri, birer elemanlı kümeler olduğu için boş küme değildir.

Sonlu ve Sonsuz Kümeler

Eleman sayıları bir doğal sayı ile gösterilebilen kümelere sonlu küme, sonlu olmayan kümelere de sonsuz küme denir.

$A = \{x \mid 0 < x < 10, x \in \mathbb{Z}\}$ kümesinin elemanları 0 ile 10 arasındaki tam sayılardır.

Bu sayılar $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ şeklinde ifade edilebilir ve $s(A) = 9$ olur. Bu durumda A kümesi sonlu sayıda elemana sahiptir denir.

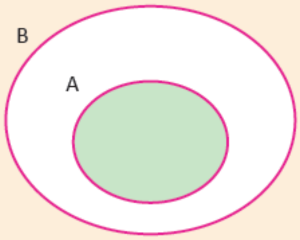
Doğal sayılar kümesi incelendiğinde $\forall n \in \mathbb{N}$ için $(n+1) \in \mathbb{N}$ olduğundan kümenin eleman sayısı bir doğal sayı ile ifade edilemez. Bu durumda doğal sayılar kümesi sonsuz kümedir.

2. Alt Küme

A ve B herhangi iki küme olmak üzere A kümesinin her elemanı aynı zamanda B kümesinin de elemanı oluyor ise A kümesine, B kümesinin alt kümesi denir. $A \subseteq B$ veya $A \subset B$ biçiminde gösterilir.

Bu ifade, B kümesi A kümesini kapsar şeklinde de söylenir. $B \supseteq A$ veya $B \supset A$ biçiminde gösterilir.

Alt kümenin Venn şemasıyla gösterilişi yandaki gibidir.



A kümesinin en az bir elemanı, B kümesinin elemanı değil ise A kümesi B kümesinin alt kümesi değildir denir ve $A \not\subset B$ biçiminde gösterilir.

Alt Kümenin Özellikleri

1. Her küme, kendisinin alt kümesidir. $(A \subset A)$
2. Boş küme, her kümenin alt kümesidir. $(\varnothing \subset A)$
3. $(A \subset B) \wedge (B \subset C) \Rightarrow A \subset C$ dir.

n elemanlı bir kümenin alt kümelerinin sayısı 2^n şeklinde hesaplanır.

Öz Alt Küme

Bir kümenin kendisi dışındaki alt kümelerine öz alt kümesi denir.

Bir kümenin öz alt kümelerinin sayısı $2^n - 1$ ile hesaplanır.

3. Eşit Küme

A ve B iki küme olsun. A ve B kümelerinin tüm elemanları aynı ise bu kümelere birbirine eşit kümeler denir. Bu durum $A = B$ şeklinde gösterilir.

Eğer bu kümeler birbirine eşit değilse bu durum $A \neq B$ şeklinde gösterilir.

A ve B kümelerinin birbirine eşit kümeler olması ancak ve ancak bu kümelerin birbirlerinin alt kümesi olmasıyla mümkündür. Bu durum $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Leftrightarrow A = B$ şeklinde ifade edilir.

A ve B gibi herhangi iki kümenin sadece eleman sayıları eşitse bu kümelere birbirine denk kümeler denir ve $A \equiv B$ şeklinde gösterilir. Birbirine eşit olan kümeler birbirine denktir ancak birbirine denk olan kümeler birbirine eşit olmak zorunda değildir.

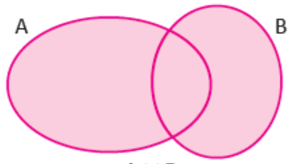
9.2.2. KÜMELERDE İŞLEMLER VE BAĞINTI

1. Kümelerde İşlemler

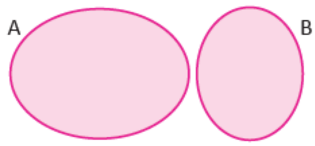
Kümelerde Birleşim İşlemi

A ile B iki küme olsun. A ile B kümelerinin tüm elemanlarının oluşturduğu kümeye, A ve B kümelerinin birleşim kümesi adı verilir. $A \cup B$ şeklinde gösterilir.

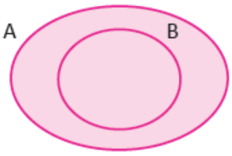
$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ veya } x \in B\} = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$ olarak ifade edilir.



$A \cup B$



$A \cup B$



$A \cup B = A$

Sembolik mantıktaki $\vee$ (veya) sembolü kümelerde $\cup$ (birleşim) işlemine karşılık gelir.

Birleşim İşleminin Özellikleri

1. $A \cup A = \{x \mid x \in A \vee x \in A\} = \{x \mid x \in A\} = A$ olduğundan $A \cup A = A$ olur.
Bir kümenin kendisi ile birleşimi yine kendisidir. Buna tek kuvvet özelliği adı verilir.

2. $A \cup \varnothing = \{x \mid x \in A \vee x \in \varnothing\} = A$ olduğundan $A \cup \varnothing = \varnothing \cup A = A$ olur.
Bir kümenin boş küme ile birleşimi yine kendisidir. Bu durumda boş küme, birleşim işleminin etkisiz elemanıdır.

3. $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\} = \{x \mid x \in B \vee x \in A\} = B \cup A$ olduğundan $A \cup B = B \cup A$ olur.
Kümelerde birleşim işleminin değişme özelliği vardır.

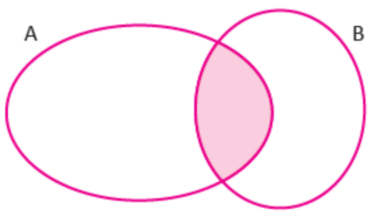
4. $A \cup (B \cup C) = \{x \mid x \in A \vee x \in (B \cup C)\} = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B \vee x \in C)\}$
$= \{x \mid (x \in A \vee x \in B) \vee (x \in C)\} = \{x \mid x \in (A \cup B) \vee x \in C\}$
$= (A \cup B) \cup C$ olur.
Kümelerde birleşim işleminin birleşme özelliği vardır.

5. $A \cup B = \varnothing$ olduğunda A ve B kümeleri boş küme olur. Bu durumun tersi de doğrudur. Kümeler boş küme ise birleşim kümesi de boş küme olur.
$A \cup B = \varnothing \Leftrightarrow A = \varnothing$ ve $B = \varnothing$ olur.

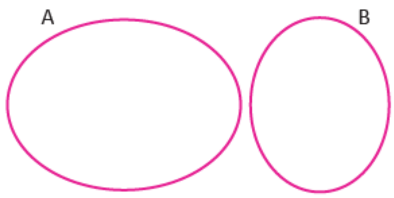
6. $B \subset A \Rightarrow A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\} = \{x \mid x \in A \vee x \in A\} = \{x \mid x \in A\} = A$ olduğundan
$B \subset A \Rightarrow A \cup B = A$ olur.

Kümelerde Kesişim İşlemi

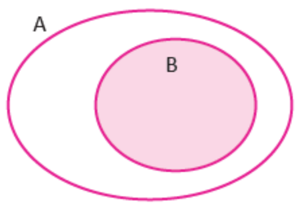
A ile B iki küme olsun. A ile B kümelerinin ortak elemanlarının alınması ile oluşturulan kümeye, A ve B kümelerinin kesişim kümesi adı verilir. $A \cap B$ şeklinde gösterilir.
$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \in B\} = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$ olarak ifade edilir.



$A \cap B$



$A \cap B = \varnothing$



$A \cap B = B$

Sembolik mantıktaki $\wedge$ (ve) sembolü kümelerde $\cap$ (kesişim) işlemine karşılık gelir.

Özellikler

1. $A \cap A = \{x \mid x \in A \wedge x \in A\} = \{x \mid x \in A\} = A$ olduğundan $A \cap A = A$ olur.
   Bir kümenin kendisi ile kesişimi yine kendisidir. Buna tek kuvvet özelliği adı verilir.

2. $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\} = \{x \mid x \in B \wedge x \in A\} = B \cap A$ olduğundan $A \cap B = B \cap A$ olur.
   Kümelerde kesişim işleminin değişme özelliği vardır.

3. $$\begin{aligned} A \cap (B \cap C) &= \{x \mid (x \in A) \wedge x \in (B \cap C)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B \wedge x \in C)\} \\ &= \{x \mid (x \in A \wedge x \in B) \wedge (x \in C)\} = \{x \mid x \in (A \cap B) \wedge (x \in C)\} \\ &= (A \cap B) \cap C \text{ olur.} \end{aligned}$$

   Kümelerde kesişim işleminin birleşme özelliği vardır.

4. $A \cap \varnothing = \{x \mid x \in A \wedge x \in \varnothing\} = \{x \mid x \in \varnothing\} = \varnothing$ olduğundan $A \cap \varnothing = \varnothing \cap A = \varnothing$ olur.
   Bir kümenin boş küme ile kesişimi boş kümedir. Bu durumda boş küme, kesişim işleminin yutan elemanıdır.

$A \cap B = \varnothing \Rightarrow$ A ve B kümelerinin ortak elemanı yoktur. Bu durumda A ve B kümeleri ayrık kümelerdir denir.

5. $B \subset A \Rightarrow A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\} = \{x \mid x \in B\} = B$ olduğundan $B \subset A \Rightarrow A \cap B = B$ olur.
   Bu durumda kesişim kümesi, kapsanan kümeye (alt kümeye) eşit olur.

6. $$\begin{aligned} A \cap (B \cup C) &= \{x \mid x \in A \wedge (x \in B \vee x \in C)\} \\ &= \{x \mid (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in C)\} \\ &= \{x \mid x \in (A \cap B) \vee x \in (A \cap C)\} \\ &= (A \cap B) \cup (A \cap C) \text{ olduğundan} \end{aligned}$$

   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ elde edilir.

   Bu durum, kesişim işleminin birleşim işlemi üzerine soldan dağılma özelliği olarak ifade edilir. Benzer işlemlerle $(B \cup C) \cap A = (B \cap A) \cup (C \cap A)$ olduğunu gösterebilirsiniz.

   Kesişim işleminin birleşim işlemi üzerine hem soldan hem de sağdan dağılma özelliği olduğundan kesişim işleminin birleşim işlemi üzerine dağılma özelliği vardır.

7. $$\begin{aligned} A \cup (B \cap C) &= \{x \mid x \in A \vee x \in (B \cap C)\} \\ &= \{x \mid x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C)\} \\ &= \{x \mid (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \in C)\} \\ &= \{x \mid x \in (A \cup B) \wedge x \in (A \cup C)\} \\ &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \text{ olduğundan} \end{aligned}$$

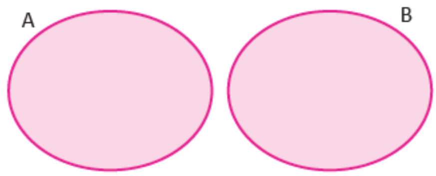
   $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ elde edilir.

   Bu durum birleşim işleminin kesişim işlemi üzerine soldan dağılma özelliği olarak ifade edilir. Benzer işlemlerle $(B \cap C) \cup A = (B \cup A) \cap (C \cup A)$ olduğunu gösteriniz.

   Birleşim işleminin kesişim işlemi üzerine hem soldan hem de sağdan dağılma özelliği olduğundan birleşim işleminin kesişim işlemi üzerine dağılma özelliği vardır.

8.

a) A ve B ayrık kümeler ise $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı,
$s(A \cup B) = s(A) + s(B)$ şeklinde olur.

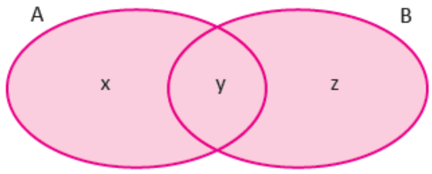


b) A ve B ayrık kümeler değilse $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı

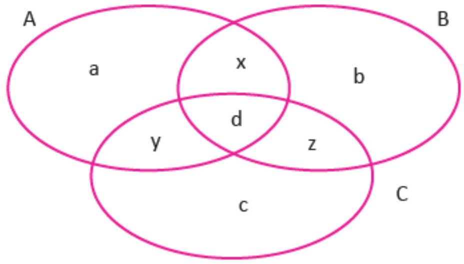
$s(A) + s(B) - s(A \cap B) = (x + y) + (y + z) - y$

$= x + y + z = s(A \cup B)$ bulunur.

$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$ olur.



c) A, B ve C herhangi üç küme olsun. Bu kümelerin birleşiminin eleman sayısı aşağıdaki şekilde hesaplanır. (Şekildeki küçük harfler bulundukları bölgenin eleman sayısını göstermektedir.)



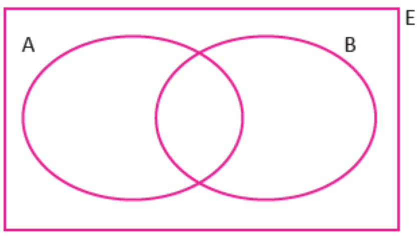
$s(A \cup B \cup C) = a + b + c + d + x + y + z$ dir.

$$\begin{array}{ll} & s(A) = a + d + x + y \\ & s(B) = b + d + x + z \\ + & s(C) = c + d + y + z \\ \hline & = a + b + c + 2x + 2y + 2z + 3d \ldots \ (1) \end{array} \qquad \begin{array}{ll} & s(A \cap B) = d + x \\ & s(A \cap C) = d + y \\ + & s(B \cap C) = d + z \\ \hline & = x + y + z + 3d \ldots \ (2) \end{array} \qquad s(A \cap B \cap C) = d \ldots \ (3)$$

(1) toplamından (2) toplamı çıkarılıp bulunan değere (3) ilave edilirse
$(1) - (2) + (3) = (a + b + c + 2x + 2y + 2z + 3d) - (x + y + z + 3d) + d$ elde edilir.
Gerekli sadeleştirmeler yapılırsa
$= a + b + c + d + x + y + z = s(A \cup B \cup C)$ değeri elde edilir.
$s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - [s(A \cap B) + s(A \cap C) + s(B \cap C)] + s(A \cap B \cap C)$

Evrensel Küme ve Bir Kümenin Tümleyeni

Belirli bir konuda üzerinde işlem yapılan, bütün kümeleri içine alan, boş kümeden farklı en geniş kümeye evrensel küme denir. Evrensel küme genel olarak E sembolü ile gösterilir.



$A, B \subset E$ olmak üzere $A \cap E = A$, $A \cup E = E$ olur.

$A \subset E$ olmak üzere, evrensel kümede olup da A kümesinde olmayan elemanların kümesine, A kümesinin tümleyeni denir. A' ile gösterilir.

$A' = \{x \mid x \in E \wedge x \notin A\}$ şeklinde ifade edilir.

Özellikler

Tablo 9.2.1

1	$A \subset E$ olmak üzere $s(E) = s(A) + s(A')$	5	$A \subset B \Rightarrow B' \subset A'$
2	$(A')' = A$	6	$A \cup A' = E, \quad A \cap A' = \varnothing$
3	$\varnothing' = E,\ E' = \varnothing$	7	$E \cup A' = E, \quad E \cap A' = A'$
4	De Morgan Kuralları $(A \cup B)' = A' \cap B'$ $(A \cap B)' = A' \cup B'$		

Kümelerde Fark İşlemi

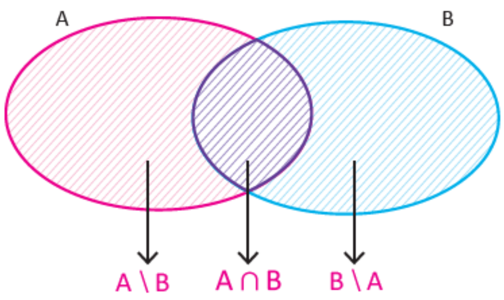
A ve B iki küme olsun.

A kümesinde olup B kümesinde olmayan elemanların oluşturduğu kümeye (yalnız A da olan elemanların oluşturduğu kümeye) A fark B kümesi adı verilir.

$A - B$ veya $A \setminus B$ şeklinde gösterilir. Buna göre

$A - B = A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$ olur.

Aşağıdaki taralı alanlar incelendiğinde $s(A \cup B) = s(A \setminus B) + s(B \setminus A) + s(A \cap B)$ olduğu görülür.



Özellikler

Tablo 9.2.2

1.	$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} = \{x \mid x \in A \wedge x \in B'\} = A \cap B'$ olduğundan $A \setminus B = A \cap B'$ elde edilir.		
2.	$A \setminus A = \varnothing$	3.	$A \setminus \varnothing = A$
4.	$E \setminus A = A'$	5.	$A \setminus E = \varnothing$
6.	$\varnothing \setminus A = \varnothing$	7.	$(A \setminus B)' = (A \cap B')' = A' \cup (B')' = A' \cup B$
8.	$A \subset B \Rightarrow A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$ demektir. Ancak $A \subset B$ durumunda $x \notin B$ olamaz. Sonuç olarak $A \subset B \Rightarrow A \setminus B = \varnothing$ olur.		

Küme İşlemleri ve Sembolik Mantık Kuralları Arasındaki İlişki

Kümelerle sembolik mantık arasında gösterim, sembol ve bunları ifade eden işlemler arasında ilişki vardır. Bu ilişki aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 9.2.3

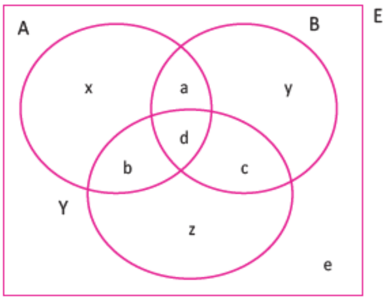
Sembolik Mantık	0	1	$\vee$	$\wedge$	Değil (′)	$\equiv$
Kümeler	$\varnothing$	E	$\cup$	$\cap$	Tümleme (′)	$=$

Tablo 9.2.4

Sembolik Mantık	Kümeler
$p \vee p' \equiv 1$	$A \cup A' = E$
$p \wedge p' \equiv 0$	$A \cap A' = \varnothing$
$p \vee 1 \equiv 1$	$A \cup E = E$
$p \vee p \equiv p$ (Tek Kuvvet Özelliği)	$A \cup A = A$ (Tek Kuvvet Özelliği)
$p \wedge p \equiv p$ (Tek Kuvvet Özelliği)	$A \cap A = A$ (Tek Kuvvet Özelliği)
$p \vee q \equiv q \vee p$ (Değişme Özelliği)	$A \cup B = B \cup A$ (Değişme Özelliği)
$(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$ (De Morgan Kuralı)	$(A \cup B)' = A' \cap B'$ (Tümleme İşlemi)
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (Dağılma Özelliği)	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (Dağılma Özelliği)

Kümelerle İlgili Uygulamalar

Küme problemlerinde aşağıdaki şekli incelemeniz çözüm aşamasında yararınıza olacaktır.



A: arpa ekilen illerin kümesi
B: buğday ekilen illerin kümesi
Y: yulaf ekilen illerin kümesi
E: evrensel küme

Şekildeki küçük harfler bulundukları bölgenin eleman sayısını ifade etmektedir.

Tablo: 9.2.5

1.	Arpa ekilen iller	$a+b+d+x$
2.	Buğday ekilen iller	$a+c+d+y$
3.	Yulaf ekilen iller	$b+d+c+z$
4.	Yalnız buğday ekilen iller	y
5.	Arpa ve buğday ekilen iller	$a+d$
6.	Her üç ürünün de ekildiği iller	d
7.	Buğday ekilip yulaf ekilmeyen iller	$a+y$
8.	Arpa veya buğday ekilen iller	$a+b+c+d+x+y$
9.	Yalnız bir ürün ekilen iller	$x+y+z$
10.	Yalnız iki ürün ekilen iller	$a+b+c$
11.	En çok bir ürün ekilen iller	$x+y+z+e$
12.	En az bir ürün ekilen iller	$a+b+c+d+x+y+z$
13.	Hiç ürün ekilmeyen (nadasa bırakılan iller)	e
14.	En az iki ürün ekilen iller	$a+b+c+d$
15.	En çok iki ürün ekilen iller	$a+b+c+e+x+y+z$
16.	Yulaf ekilmeyen iller	$a+e+x+y$

2. Kümelerin Kartezyen Çarpımı

Sıralı İkili

a ile b birer nesne olmak üzere (a,b) şeklindeki ifadeye bir sıralı ikili veya kısaca ikili denir. Buradaki a ile b birer sayı olmak zorunda değildir. a ya bu sıralı ikilinin birinci bileşeni, b ye bu sıralı ikilinin ikinci bileşeni denir.

Benzer şekilde a, b ve c nesneleri kullanılarak oluşturulan (a,b,c) ifadesine de sıralı üçlü denir.

Buradan yola çıkılarak bir genelleme yapıldığında $a_1, a_2, a_3, ..., a_{n-1}, a_n$ elemanları kullanılarak oluşturulan $(a_1, a_2, a_3, ..., a_n)$ ifadesine sıralı n li denir.

Sıralı İkililerin Eşitliği

İki sıralı ikili birbirine eşit ise bu sıralı ikililerin aynı sıradaki bileşenleri birbirine eşittir.
$(a,b)=(c,d) \Leftrightarrow (a=c \text{ ve } b=d)$ olur.

Kartezyen Çarpım

Boş kümeden farklı A ve B kümeleri verilsin. Birinci bileşeni A kümesinden, ikinci bileşeni B kümesinden alınarak oluşturulan tüm sıralı ikililerin kümesine A ve B kümelerinin kartezyen çarpım kümesi veya A kartezyen çarpım B denir.

$A \times B$ ortak özellik yöntemiyle $A \times B = \{(x,y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}$ şeklinde yazılabilir.
$A = B$ durumunda $A \times A$ elde edilir ve bu küme A^2 şeklinde gösterilir.

Kartezyen Çarpımın Özellikleri

1. $A = \{a_1, a_2, a_3, ..., a_k\}$, $B = \{b_1, b_2, b_3, ..., b_n\}$ kümeleri verilsin. Bu kümelerin kartezyen çarpımı aşağıdaki tabloda görülmektedir.

Tablo 9.2.6

		B				
		b_1	b_2	b_3	...	b_n
A	a_1	(a_1,b_1)	(a_1,b_2)	(a_1,b_3)	...	(a_1,b_n)
	a_2	(a_2,b_1)	(a_2,b_2)	(a_2,b_3)	...	(a_2,b_n)
	a_3	(a_3,b_1)	(a_3,b_2)	(a_3,b_3)	...	(a_3,b_n)
		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	a_k	(a_k,b_1)	(a_k,b_2)	(a_k,b_3)	...	(a_k,b_n)

Tablodaki tüm ikililer, kartezyen çarpım kümesinin elemanlarıdır.
$A \times B = \{(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_1,b_3),...,(a_k,b_n)\}$
O hâlde kartezyen çarpım kümesinin eleman sayısı $s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = k \cdot n$ olarak bulunur.
Boş kümeden farklı A ve B kümeleri için $s(A \times B) = s(B \times A) = s(A) \cdot s(B)$ olur.

2. $A \times B = \{(x,y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}$
$B \times A = \{(y,x) \mid y \in B \text{ ve } x \in A\}$

Elde edilen ikililerde $A \times B$ kümesinin elemanlarının birinci bileşeni ile ikinci bileşeninin yer değiştirmesiyle $B \times A$ nın elemanları elde edilir.

$x \neq y$ için $(x,y) \neq (y,x)$ olduğuna göre kartezyen çarpım işleminin değişme özelliği yoktur.
$A \neq B$ için $A \times B \neq B \times A$ olur.

3. $A \times (B \cup C) = \{(x,y) \mid x \in A \wedge y \in (B \cup C)\}$
$= \{(x,y) \mid x \in A \wedge (y \in B \vee y \in C)\}$
$= \{(x,y) \mid (x \in A \wedge y \in B) \vee (x \in A \wedge y \in C)\}$
$= \{(x,y) \mid (x,y) \in A \times B \vee (x,y) \in A \times C\}$
$= (A \times B) \cup (A \times C)$

olduğundan kartezyen çarpım işleminin birleşim işlemi üzerine dağılma özelliği vardır.

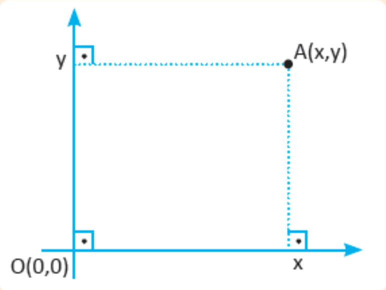
$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ Bu eşitlik, kartezyen çarpım işleminin birleşim işlemi üzerine soldan dağılma özelliği olarak ifade edilir. Buradan yola çıkıldığında kartezyen çarpım işleminin soldan ve sağdan birleşim, kesişim ve fark işlemleri üzerine dağılma özelliği olduğu görülmektedir.

I. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$, $(B \cup C) \times A = (B \times A) \cup (C \times A)$
II. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$, $(B \cap C) \times A = (B \times A) \cap (C \times A)$
III. $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$, $(B \setminus C) \times A = (B \times A) \setminus (C \times A)$

Kartezyen Çarpımın Grafiği

$\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x,y) \mid x \in \mathbb{R} \text{ ve } y \in \mathbb{R}\}$ kümesinin belirttiği noktaların oluşturduğu düzleme kartezyen koordinat sistemi (analitik düzlem) denir.

$A(x,y) \in \mathbb{R}^2$ ise bu noktanın birinci bileşenine noktanın apsisi, ikinci bileşenine noktanın ordinatı denir. Oluşan (x,y) ikilisine A nın koordinatları adı verilir.



Grafik 9.2.1

A noktasına karşılık gelen sıralı ikili (x,y) ise x e A nın apsisi, y ye A nın ordinatı denir. Oluşan $A \times B = \{(x,y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}$ kümesinin elemanlarının analitik düzlemde işaretlenmesiyle elde edilen görüntüye $A \times B$ nin grafiği denir (Grafik 9.2.1).

3. Bağıntı

İki kavram arasında kurulan ilişki ya da bağ bağıntı olarak tanımlanır. Veriler arasındaki ilişkiler (üretim ve tüketim arasındaki ilişki, yıllara göre işsizlik oranı vs.) birer bağıntı örneği olarak verilebilir.

A ve B herhangi iki küme olsun. $A \times B$ nin her alt kümesine A dan B ye bağıntı denir. Çoğunlukla $\beta, \beta_1, \beta_2, \ldots$ ile gösterilir. $\beta \subset A \times B$ olur.

Bu tanıma göre $s(A) = m, s(B) = n$ olarak verildiğinde $s(A \times B) = m \cdot n$ olduğu için A dan B ye tanımlanabilecek bütün bağıntıların sayısı, $2^{m.n}$ olarak hesaplanır.

$(x,y) \in \beta$ ise bu durum $y \beta x$ şeklinde yazılır ve y elemanı, β bağıntısı ile x elemanına bağlıdır diye okunur.

$A \times A$ nın her alt kümesine A da bir bağıntı denir.

Bağıntının Grafiği

Bir bağıntının grafiği, bu bağıntının elamanlarının analitik düzlemde işaretlenmesiyle elde edilir.

Bağıntının Tersi

A dan B ye tanımlı $\beta = \{(x,y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}$ bağıntısının tersi $\beta^{-1} = \{(y,x) \mid y \in B \text{ ve } x \in A\}$ bağıntısıdır.

$(x,y) \in \beta \Leftrightarrow (y,x) \in \beta^{-1}$ ve

$\beta \subset A \times B \Leftrightarrow \beta^{-1} \subset B \times A$ olur.