

MANTIK DERSİ 4. ÜNİTE (SEMBOLİK MANTIK) ÖZETİ

A. SEMBOLİK MANTIĞA GEÇİŞ

Sembolik Mantık Çalışmalarının Başlaması

Sembolik mantık klasik mantığın sembolleştirilmiş biçimidir. 19. yy.ın ortalarına kadar doğa bilimleri ve matematikte büyük gelişmeler kaydedilmiştir. Aristoteles'ten Yeni Çağa gelinceye kadar mantık alanında ciddi gelişmeler olmamıştır. Aristoteles'in kurduğu klasik mantık, doğru olmakla birlikte, düşünmenin yalnızca bir biçimi olan kıyasla ilgilenmiştir. Yeni Çağda **“Düşünme, kıyas türü çıkarımlarla sınırlandırılmaz.”** Şeklinde yapılan eleştiriler klasik mantık anlayışını sarsmıştır. Bu durum mantığı yeni arayışlara sürüklemiştir. Amaç, mantığı matematik gibi kesin sonuçlara götüren bir alan hâline dönüştürmektir. Sembolik mantık, çeşitli denetleme yöntemleri geliştirmiştir. Bu denetleme yöntemleri, günlük dilden sembolik dile aktarılmış çıkarımlara uygulanır. Klasik mantık günlük dili kullanmasından dolayı kısmen anlam yönüyle içeriğin etkisindedir. Günlük dilin neden olduğu belirsizliği ve çok anlamlılığı ortadan kaldırmak, anlatılması zor, soyut kavram ve ilişkileri daha kolay, kısa ve açık bir şekilde ifade etmek için sembolik dil ortaya çıkmıştır. **Sembolik mantık, önermelerin anlamsal içeriklerini dikkate almadan önermeleri harflerle, bazı işaret ve kurallarla sembolleştirir.** Klasik mantığın tekliğine karşılık, sembolik mantık birçok mantık sistemini içinde barındırmaktadır. Sembolik mantığın kapsamı içinde; iki değerli mantık (önermeler mantığı, niceleme mantığı), çok değerli mantık (üç değerli mantık, bulanık mantık) gibi mantık sistemleri yer alır.

B. ÖNERMELER MANTIĞI

1. Önerme ve Yapısı

Önerme doğruluk değeri olan bir cümledir. Doğruluk değeri olan bir cümle ya doğru ya yanlış olur. Doğru ve yanlış değerlerini kendine doğruluk ölçütü olarak alan mantık sistemine **iki değerli mantık** denir. İki değerli mantık iki bölümde incelenir. Bunlar, önermeler mantığı ve niceleme mantığıdır. Önermeler mantığı, önerme eklemleriyle oluşmuş önermeleri ve çıkarımları ele alır. En basit biçimiyle önerme; özne konumunda bir terim, yüklem konumunda bir başka terim ve özneye yüklemi birbirine bağlayan bağdan oluşur.

2. Basit ve Bileşik Önermeler

Önermeler mantığı, önerme eklemleri denilen mantıksal değişmezlerle (değil, ve, veya, ise, ancak ve ancak) kurulan önermelerden oluşmuş mantıktır. Bu mantıksal değişmezler yardımıyla iki ya da daha fazla basit önermeyi birleştirmek suretiyle yeni bir bileşik önerme elde edilir. **Basit önerme:** Klasik mantıkta tek yargı bildiren önermedir. **Bileşik önerme:** Birden fazla yargı bildiren önermedir. Sembolik mantıkta ise önerme eklemleri almayan önermeler basit, önerme eklemleri bulunan önermeler bileşik kabul edilir.

3. Önerme Eklemleri

Sembolik mantıkta önerme eklemlerinin iki temel işlevi vardır:

- Önerme eklemleri, iki ya da daha fazla basit önermeyi birleştirmek suretiyle bileşik önerme elde etmeye yarar.
- Önermelerin tutarlılık, geçerlilik, eş değeri ile çıkarımların geçerliliğini denetlemeyi sağlar.

Önerme Eklemleri	Günlük Dilde Kullanımı	Örnek Önerme	Önermenin Tanımlanması
Değilleme Eklemleri	değil	Dünya üçgen değildir.	Değilleme Önermesi
Tümel Evetleme Eklemleri	ve	İzmir tarihî ve turistik şehirdir.	Tümel Evetleme Önermesi
Tikel Evetleme Eklemleri	veya	Ayşe sinemaya veya tiyatroya gidecektir.	Tikel Evetleme Önermesi
Koşul Eklemleri	ise	Kübra dikkat ederse başarılı olur.	Koşul Önermesi
Karşılıklı Koşul Eklemleri	ancak ve ancak	Deniz seviyesinde su ancak ve ancak 100°C' de kaynar.	Karşılıklı Koşul Önermesi

4. Çıkarım

Çıkarım, bir veya birden çok önermeden yeni önerme ya da önermeler elde etmektir. Klasik mantık çoğunlukla içeriğin (anlamsal) etkisindedir. Sembolik mantıkta bu durum söz konusu değildir.

“Kuşlar iki ayaklıdır.

Ağaçlar yapraklıdır.

O hâlde yarın kar yağacaktır. “ Sembolik mantıkta çıkarım olarak kabul edilir.

5. Sembolleştirme

Günlük dilde ifade edilmiş olan önerme ve çıkarımları sembolik mantık diline çevirmeye “sembolleştirme” denir. Sembolleştirme işlemi şu şekilde gerçekleşir: . Basit önermeler **p, q, r, s, t** gibi harflerle sembolleştirilir. . Önerme eklemeleri; değil, ve, veya, ise, ancak ve ancak “ \sim , \wedge , \vee , \Rightarrow , \Leftrightarrow ” biçiminde sembolleştirilir. Bir veya birden fazla bileşik önermeden, bir önerme eklemiyle yeni bir bileşik önerme meydana getirirken önceki önermeler paranteze alınır. Önerme gruplarını birbirinden ayırmak için (), [], { } türünden parantez işaretleri kullanılır. Günlük dilde ifade edilen bir çıkarımın sembolleştirmesinde ise sonuç önermesini belirten “o halde” ifadesi “ \therefore ” şeklinde sembolleştirilir. Bu durumda öncüller arasına virgöl konulur.

Ana Eklem ve Bileşenlerin Belirlenmesi

Önerme eklemeleriyle kurulan bileşik önermelerin temelinde en az bir basit önerme vardır. Bileşik önermeleri oluşturan o önermelere önermenin **ana bileşenleri** denir. Önerme ekleminden önceki önerme ön bileşen, sonraki önerme art bileşen adını alır. Bileşenleri bağlayan temel önerme eklemine de **ana eklem** denir. Bir önermede değil eklemi ana eklem durumunda ise önermenin ana bileşeni tektir. Sembolik mantıktaki bileşik önermelerde sadece bir tane ana eklem bulunur.

6. Yorumlama

Sembolleştirilmiş önermelere doğru veya yanlış doğruluk değeri verilmesine **yorumlama** denir. Bileşik önermelerin doğruluk değerini gösteren çizelgelere **doğruluk çizelgeleri (doğruluk tabloları)** denir. Doğru değer için “D” yanlış değer için “Y” sembolü kullanılır.

Değilleme Eklemi “ \sim ” (Değil)

Değilleme eklemi önüne geldiği önermenin doğruluk değerini değiştirir. Önerme doğru ise yanlış, yanlış ise doğru yapar. Günlük dilde olumsuzluk ekleri, doğru değil, yok, olmayan gibi ifadeler değilleme anlamında kullanılır. Çifte değilleme kuralı: bir önermenin değilinin değili kendisidir.

Tümel Evetleme Eklemi “ \wedge ” (ve)

“Hem..... hem”, “da.....da”, ile gibi sözcüklerle de ifade edilir. İki den fazla önermeyi birleştirebilir. Tümel evetleme eklemi ile oluşturulmuş bir bileşik önermenin doğru olması için bütün bileşenlerinin doğru olması gerekir.

Tikel Evetleme Eklemi “ \vee ” (veya)

“Ya... ya”, “yahut” gibi sözcüklerle de ifade edilir. İki den fazla önermeyi birleştirebilir. Tikel evetleme eklemiyle yapılmış bir önermenin doğruluğu bileşenlerinden bir tanesinin doğru olmasına bağlıdır.

Koşul Eklemi “ \Rightarrow ” (ise)

“Yeter ki”, “için... gereklidir”, “koşuldur” gibi sözcüklerle de ifade edilir. Koşul eklemiyle yapılmış önermelerde; önermenin ön bileşeninin doğru art bileşeninin yanlış olduğu yorumda yanlış, diğer bütün yorumlarda doğrudur.

Karşılıklı Koşul Eklemi “ \Leftrightarrow ” (ancak ve ancak)

“Gerekli ve yeterli koşul”, “tek koşullu”, “birbirini gerektiren” gibi sözcüklerle de ifade edilir. Karşılıklı koşul eklemiyle yapılmış önermelerde; önerme her iki bileşeninin aynı doğruluk değerini aldığı durumlarda doğru, diğer durumlarda yanlıştır.

Genel Doğruluk Çizelgesi

Aşağıdaki tabloda verilen önermelerin alabilecekleri doğruluk değerleri şunlardır:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
D	D	Y	Y	D	D	D	D
D	Y	Y	D	Y	D	Y	Y
Y	D	D	Y	Y	D	D	Y
Y	Y	D	D	Y	Y	D	D

Önermelerin yorumlama satır sayısı " 2^n " formülü ile hesaplanır. Buradaki " n " bileşen sayısını ifade eder. p gibi bir sembolden oluşmuş bir önermenin " 2^1 " olmak üzere iki yorumlaması vardır. Bunlar "D" ve "Y" dir. p ve q gibi iki bileşeni olan bir bileşik önermenin ise " 2^2 " olmak üzere dört yorumlaması vardır. 3 bileşenli bir önermenin ise " 2^3 " olmak üzere 8 tür yorumlaması ortaya çıkar.

$n=1$

p
D
Y

$n=2$

p	q
D	D
D	Y
Y	D
Y	Y

$n=3$

p	q	r
D	D	D
D	D	Y
D	Y	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	D	Y
Y	Y	D
Y	Y	Y

7. Doğruluk Çizelgesi

Denetleme

Önermeler Mantığında Denetleme: Bir önermenin ya da birden fazla önermenin tutarlılığı, bir önermenin geçerliliği, iki önermenin eşdeğerliği ve çıkarımların geçerliliği konularında yapılır. Denetleme doğruluk çizelgesi ve çözümleyici çizelge yardımıyla olur.

Bir Önermenin Tutarlılığının Denetlenmesi

Doğruluk tablosundaki önermenin yorumlanmasında önerme en az bir satırda doğruluk değeri alıyorsa buna **tutarlı önerme** denir. Eğer hiçbir satırda doğru yorum yoksa bu önermeye **tutarsız önerme** denir. Doğruluk çizelgesi yardımıyla bir önermenin tutarlılığını denetlemek için, önerme önce bileşenlerine ayrılır; bileşenlerin tek tek doğruluk değeri bulunup, önermenin doğruluk değeri belirlenir.

Birden Fazla Önermenin Tutarlılığının Denetlenmesi

Birden fazla önermenin bir arada tutarlılığını denetlemek için; önermeler yan yana yazılıp aralarına virgül konulur, sonra önermelerin doğruluk değeri bulunur. Verilen önermeleri aynı anda doğru kılan ortak doğrulayıcı bir satır bulunuyorsa **önermeler birbiriyle tutarlıdır**. Bu tutarlılık doğruluk çizelgesinde aynı doğruluk değerini gösteren yatay dizilişin altının çizilmesi ile gösterilir.

Önermelerin Geçerliliğinin Denetlenmesi

Bir önermenin bütün yorumlamaları doğru değerini alıyorsa yani yanlışlayıcı yorumu yoksa önerme geçerlidir. Geçerli önermeler totolojidir. Bir tek yanlışlayıcı yorumu varsa önerme geçersizdir. Her geçerli önerme tutarlıdır ancak her tutarlı önerme geçerli değildir. Birbirinden bağımsız birden fazla önermenin bir arada geçerliliğinin denetlenmesi mümkün değildir.

Önermelerin Eş Değerliğinin (Denkliğinin) Denetlenmesi

Verilen iki önermenin doğruluk değerleri her satırda aynı ise yani her iki önerme de aynı anda aynı doğruluk değerini alıyorsa bu iki önerme eş değerdir. Eş değerlik " \equiv " sembolü ile gösterilir.

Çıkarımların Geçerliliğinin Denetlenmesi

Bir çıkarımın geçerliliğinin doğruluk tablosunda denetlenmesi iki şekilde gerçekleştirilir.

1. Yol: Çıkarım önerme haline getirilirken öncüller arasındaki virgül tümel önerme eklemine (\wedge) dönüştürülür. Verilen çıkarımın öncülleri " \wedge " önerme eklemi ile bağlanır. Sonuç da öncüllere "ise (\Rightarrow)" önerme eklemiyle bağlanır. Elde edilen koşul önermesinin geçerliliği doğruluk çizelgesi aracılığıyla denetlenir. Eğer tüm satırlarda doğru değeri alıyorsa bu önerme geçerlidir. Dolayısıyla çıkarım da geçerlidir.

2. Yol: Sonuç önermesinin değillesi alınır. Öncüller ile sonuç önermesinin değili bir arada tutarsız ise çıkarım geçerlidir.

8. Çözümleyici Çizelge (Ağaç Yöntemi)

Çözümleyici Çizelge ile Denetleme

Önermenin veya çıkarımın bileşen sayısı ve önerme eklemi sembolleri arttıkça doğruluk tablosuyla denetleme zorlaşır ve çözümlemede uzun ve karmaşık bir yol olarak karşımıza çıkar. Mantıkta bu uygulamadaki zorluğu ortadan kaldırmak için çözümleyici çizelge adı verilen daha kısa ve güvenli bir denetleme yöntemi geliştirilmiştir. Bu denetleme yöntemine **çözümleyici çizelge ile denetleme** denir.

Çözümleyici çizelge ile denetleme işlemi bir veya birden fazla önermenin adım adım bileşenlerine ayrılması, yani çözümlemesine dayanır.

Çözümleyici çizelgede temel çözümleme kurallarının yanı sıra türetilmiş çözümleme kuralları da vardır. Çözümleme kurallarının büyük bölümü, çözümlenen önermelerin kendilerine eş değer başka önermelere dönüştürülmesi yoluyla elde edilmiştir. Çözümleme kurallarının elde edilmesinde ortaya çıkan bu eş değerliklere **De Morgan Kuralları** denir. Bileşik önermelerin çözümlenmesi için bu kurallar uygulanır. Bu kurallar çözümleyici çizelge ile denetleme işlemlerinin yapılmasını kolaylaştırır.

Önerme	Eş Değeri
$\sim \sim p$	p
$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
$\sim(p \Rightarrow q)$	$p \wedge \sim q$
$p \Leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
$\sim(p \Leftrightarrow q)$	$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$

Çözümleyici çizelge kurallarında önermenin bileşenleri ya alt alta ya da ayırık yazılır. Alt alta yazma çengele gitme olarak adlandırılırken ayırık yazılma da çatal açma olarak adlandırılır.

Örnek: $p \wedge q$

p
 q

AltAlta Yazma (Çengele Gitme)

Örnek: $p \vee q$

p q

Ayrık Yazılma (Çatal Açma)

a) Tümel Evetleme Önermesinin Çözümleyici Çizelge Kuralı

Tümel evetleme önermesi " **$p \wedge q$** " başlangıç önermesi olarak yazılır. Önermenin sol tarafına adım numarası olan **(1)** sayısı, sağ tarafına **(Ö)** harfi yazılır. Her iki bileşen alt alta yazılır ve çengel "]" işareti ile birleştirilir. Adım numarasının aynısı önermenin çözümünde çengelin sağ tarafına yazılır. Buna da **kaynak numarası** denir.

b) Tikel Evetleme Önermesinin Çözümleyici Çizelge Kuralı

Tikel evetleme önermesi " **$p \vee q$** " başlangıç önermesi olarak yazılır. Önermenin sol tarafına adım numarası olan **(1)** sayısı, sağ tarafına **(Ö)** harfi yazılır. Önermenin altına çatal açarak birinci bileşen çatalın sol tarafına, ikinci bileşen çatalın sağ tarafına yazılır. Adım numarasının aynısı önermenin çözümünde çatalın ortasına yazılır. Buna da **kaynak numarası** denir.

c) **Koşul Önermesinin Çözümleyici Çizelge Kuralı**

Koşul önermesi " $p \Rightarrow q$ " başlangıç önermesi olarak yazılır. Önermenin sol tarafına adım numarası olan (1) sayısı, sağ tarafına (Ö) harfi yazılır. De Morgan eş değerlik kuralına göre $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ olur. Önermenin altına çatal açarak birinci bileşenin değili çatalın sol tarafına ve ikinci bileşen ise çatalın sağ tarafına yazılır. Adım numarasının aynısı önermenin çözümünde çatalın ortasına yazılır. Buna da **kaynak numarası** denir.

d) **Karşılıklı Koşul Önermesinin Çözümleyici Çizelge Kuralı**

Karşılıklı koşul önermesi " $p \Leftrightarrow q$ " başlangıç önermesi olarak yazılır. Önermenin sol tarafına adım numarası olan (1) sayısı, sağ tarafına (Ö) harfi yazılır. Karşılıklı koşul önermesi De Morgan eşdeğerlik kuralına göre $(p \Leftrightarrow q) \equiv [(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)]$ olur. Eş değerliği gereği önermenin altına çatal açarak birinci ve ikinci bileşenin aynısını çatalın sol tarafına, birinci ve ikinci bileşenin değili çatalın sağ tarafına yazılarak çengel işareti ile birleştirilir. Adım numarasının aynısı önermenin çözümünde çatalın ortasına yazılır. Buna da **kaynak numarası** denir.

e) **Değillenmiş Tümel Evetleme Önermesinin Çözümleyici Çizelge Kuralı**

Değillenmiş tümel evetleme önermesi " $\sim(p \wedge q)$ " başlangıç önermesi olarak yazılır. Önermenin sol tarafına adım numarası olan (1) sayısı, sağ tarafına (Ö) harfi yazılır. De Morgan eş değerlik kuralına göre önerme $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ olur. Eş değerliği gereği önermenin altına çatal açarak birinci bileşenin değili çatalın sol tarafına, ikinci bileşenin değili çatalın sağ tarafına yazılır. Adım numarasının aynısı önermenin çözümünde çatalın ortasına kaynak numarası olarak yazılır.

f) **Değillenmiş Tikel Evetleme Önermesinin Çözümleyici Çizelge Kuralı**

Değillenmiş tikel evetleme önermesi $\sim(p \vee q)$ başlangıç önermesi olarak yazılır. Önermenin sol tarafına adım numarası olan (1) sayısı, sağ tarafına (Ö) harfi yazılır. De Morgan eş değerlik kuralına göre $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ olur. Birinci ve ikinci bileşenin değili alt alta yazılır ve çengel işareti ile birleştirilir. Adım numarasının aynısı önermenin çözümünde çengelin sağ tarafına kaynak numarası olarak yazılır.

g) **Değillenmiş Koşul Önermesinin Çözümleyici Çizelge Kuralı**

Değillenmiş koşul önermesi " $\sim(p \Rightarrow q)$ " başlangıç önermesi olarak yazılır. Önermenin sol tarafına adım numarası olan (1) sayısı, sağ tarafına (Ö) harfi yazılır. Koşul önermesi De Morgan eş değerlik kuralına göre $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$ olur. Birinci bileşenin aynısı ile ikinci bileşenin değili alt alta yazılır ve çengel işareti ile birleştirilir. Adım numarasının aynısı önermenin çözümünde çengelin sağ tarafına kaynak numarası olarak yazılır.

h) **Değillenmiş Karşılıklı Koşul Önermesinin Çözümleyici Çizelge Kuralı**

Değillenmiş karşılıklı koşul önermesi " $\sim(p \Leftrightarrow q)$ " başlangıç önermesi olarak yazılır. Önermenin sol tarafına adım numarası olan (1) sayısı, sağ tarafına (Ö) harfi yazılır. Karşılıklı koşul önermesi De Morgan eş değerlik kuralına göre $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv [(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)]$ olur. Eş değerliği gereği önermenin altına çatal açılır. Çatalın sol tarafına alt alta birinci bileşen olan ön bileşenin kendisi ve art bileşenin değili yazılırken, çatalın sağ tarafına ise ön bileşenin değili ve altına art bileşenin kendisi yazılarak çengel işaretiyle birleştirilir. Çatalın ortasına da adım numarasının aynısı kaynak numarası olarak yazılır.

Çözümleyici Çizelge ile Denetleme Kuralları Tablosu

Alt Alta Yazma Kuralları		Çatal Açma Kuralları	
Tümel evetlemenin çözümleme kuralı	1. $p \wedge q$ (Ö) $\begin{array}{c} p \\ q \end{array} \text{] } (1)$	Tikel evetlemenin çözümleme kuralı	1. $p \vee q$ (Ö) $\begin{array}{c} \wedge \\ (1) \\ p \quad q \end{array}$
		Tümel evetlemenin değillemesinin çözümleme kuralı	1. $\sim(p \wedge q)$ (Ö) $\begin{array}{c} \wedge \\ (1) \\ \sim p \quad \sim q \end{array}$
Tikel evetlemenin değilleme- sinin çözümleme kuralı	1. $\sim(p \vee q)$ (Ö) $\begin{array}{c} \sim p \\ \sim q \end{array} \text{] } (1)$	Koşullunun çözümleme kuralı	1. $p \Rightarrow q$ (Ö) $\begin{array}{c} \wedge \\ (1) \\ \sim p \quad q \end{array}$
		Karşılıklı koşullunun çözümleme kuralı	1. $p \Leftrightarrow q$ (Ö) $\begin{array}{c} \wedge \\ (1) \\ p \quad q \end{array} \text{] } (1) \quad \begin{array}{c} \wedge \\ (1) \\ \sim p \quad \sim q \end{array} \text{] } (1)$
Koşullu değillemesinin çözümleme kuralı	1. $\sim(p \Rightarrow q)$ (Ö) $\begin{array}{c} p \\ \sim q \end{array} \text{] } (1)$	Karşılıklı koşullu değillemesinin çözümleme kuralı	1. $\sim(p \Leftrightarrow q)$ $\begin{array}{c} \wedge \\ (1) \\ p \quad \sim q \end{array} \text{] } (1) \quad \begin{array}{c} \wedge \\ (1) \\ \sim p \quad q \end{array} \text{] } (1)$

● Çözümleyici Çizelge ile Denetlemede İşlem Sırası

- Çözümlenecek önerme, başlangıç önermesi olarak yazılır. Önermenin sol tarafına adım sayısı olan (1) sayısı, sağ tarafına (Ö) harfi yazılır.
- Çözümlenecek önermenin ana eklemi ve ana bileşenleri belirlenir.
- Çözümleme kuralları uygulanmaya başlandığında önce alt alta yazma kuralı, sonra çatal açma kuralı uygulanır.
- Aynı çözümleme kuralı ile çözümlenecek önerme varsa çözümlemeye en üstteki önermeden başlanır.
- Çözümlenen önermelere sırasına göre adım numarası verilir.
- Adım numarasının aynısı önermenin çözümüne de verilir. Çözümüne verilen bu sayı kaynağı belirlediği için kaynak numarasıdır.
- Çatal açma kuralından sonra işlem devam ediyorsa çatalın sol tarafındaki önermeden devam edilir.
- Çözümlemeye " $\sim p$ ", " $\sim q$ ", " p ", " q ", gibi çözümlenmesi gerekmeyen çekirdek önermelere ulaşana kadar devam edilir.
- Her çözümlemeden sonra yol üzerinde birbiriyle çelişen önerme olup olmadığına bakılır. Çelişki, aynı yol üzerinde bir önermenin hem kendisinin hem de değilinin bulunması durumudur. Örneğin, p ve $\sim p$ önermesi birbiriyle çelişiktir. Aynı yol üzerinde böyle bir çelişik önerme varsa o yol kapatılır ve "X" işareti konur. Kapatılan yol üzerinde çözümlenmeyen önerme olsa bile artık işlem yapılmaz. Açık olan yollardan işleme devam edilir.

Önermelerin Çözümleyici Çizelge ile Denetlenmesi

1. Bir Önermenin Tutarlılığının Denetlenmesi

- Bir önermenin tutarlılığını çözümleyici çizelgede denetlemek için verilen önerme, başlangıç önermesi olarak kabul edilir ve birinci satıra yazılır.
- Tüm bileşik önermeler bileşenleri olan basit önermelere ayrılıncaya kadar çözümleyici çizelge kuralları uygulanır.
- Çözümleme bittikten sonra yolda çelişiklik varsa yol kapatılır. Çelişiklik yok ise yol ok işaretiyle gösterilir.
- En az bir doğru yorumu olan önermeler tutarlı, hiç doğrulayıcı yorumu olmayan önermeler ise tutarsızdır.

2. Birden Fazla Önermenin Bir Arada Tutarlılığının Denetlenmesi

-Birden fazla önermenin birbiriyle tutarlı olması, önermeleri birlikte doğru kılan ortak doğrulayıcı yorumun bulunmasıyla mümkündür.

-Çözümleyici çizelge ile birden fazla önermenin tutarlılığını denetlemek için verilen önermeler önce alt alta yazılır. Her birinin ardına (Ö) harfi konur.

-Önermeler önce alt alta yazma, sonra çatal açma kuralı izlenerek tek tek çözümlenir.

-Çözümleme sonunda tek bir açık yol bile varsa önermelerin bir ortak doğrulayıcı yolu var demektir. Dolayısıyla bu önermeler birbiriyle tutarlıdır. Hiçbir açık yol yoksa önermeler birbiriyle tutarsızdır.

3. Önermenin Geçerliliğinin Denetlenmesi

-Bir önermenin geçerliliği denetlenirken önermenin değilini alınır ve değililmiş hali çözümlenir.

-Tüm yollar kapalı ise önerme geçerli demektir. Çünkü tüm yollar kapalı ise önermenin değililmiş hali yanlış, kendisi ise doğru demektir. En az bir açık yol varsa önerme geçersizdir.

-Tüm yorumlamalarında doğru değerini alan, yani hiçbir yanlış yorumu olmayan önerme geçerlidir.

-Önermenin değilinin tutarsız olması o önermenin geçerli olması demektir.

4. Önermelerin Eş Değerliğinin Denetlenmesi

İki önermenin eş değerliğini denetlemek için önce iki önerme karşılıklı koşul eklemiyle (\Leftrightarrow) birleştirilerek tek bir önerme yapılır. Önermenin değilini alınır ve çözümleyici çizelgesi kurulur. Eğer yollar kapalıysa iki önerme birbirine eş değerdir. Eş değerlik denklik işareti (\equiv) ile gösterilir.

Çıkarımların Geçerliliğinin Çözümleyici Çizelgeyle Denetlenmesi

- Çıkarımın geçerliliği denetlenirken, öncüllerin kendisi ve sonucun değililmesi alt alta yazılır.
- Öncüllerin ardına (Ön), sonucun değililmesinin ardına (\sim Sn) işaretleri konur.
- Çözümleme sonunda açık yol varsa çıkarım geçersizdir.
- Hiçbir açık yol yoksa yani bütün yollar kapalı ise çıkarım geçerlidir.

C. NİCELEME MANTIĞI (YÜKLEMLER MANTIĞI)

Önermeler Mantığı ile Niceleme Mantığının Farkı

Önermeler mantığı, önermeleri ve çıkarımları nitelik yönünden ele aldığı için önermelerin niceliğini göstermede yetersizdir. Örneğin, “Bazı hayvanlar sürüngendir. Bütün hayvanlar beslenir.” önermelerini ele alalım. Önermeler mantığında bu önermeler birer basit önermedir ve p, q, r... gibi sembollerle gösterilir. Ancak bu önermelerden birincisi tikel, ikincisi tümel bir önermedir. Verilen bir önermeyi p, q, r... gibi sembollerle gösterdiğimizde önermenin tümel ya da tikel olduğu anlaşılamaz. Yani “**bazı**”, “**birçok**”, “**hiçbir**” gibi sözcüklerle ifade edilen nicelikler hakkında bilgi vermez. Bu nedenle niceleme mantığına gerek duyulmuştur. **Niceleme mantığı**, önermeler mantığının bu tür eksikliklerini ortadan kaldırarak önermelerin ve çıkarımların daha ayrıntılı sembolleştirilmesini sağlar. Ayrıca niceleme mantığında önermeler mantığı değişmezlerine (değil, ve, veya, ise, ancak ve ancak) niceleyiciler (her, bazı) de eklenerek iki değerli mantık genişletilir.

- Niceleme mantığının önermeleri olan basit önermeler, özne-yüklem ilişkisine dayandıkları için, niceleme mantığına yüklem mantığı da denir.

1. Sembolleştirme

Niceleme mantığında sembolleştirme şu şekilde uygulanır:

- Önergelerin öznesi **a, b, c...** gibi sembollerle ifade edilir. Bunlara **ad sembolleri** denir.
- Önergelerin yüklemeleri **F, G, H...** gibi sembollerle ifade edilir. Bunlara da **yüklem sembolleri** denir.

Örneğin, “Ebru öğretmendir.” önermesini ele alalım. “Ebru” öznesini “a” harfi ile “öğretmendir” yüklemine de F harfi ile sembolleştirilir. Bu durumda “a, F'dir.” gibi bir ifade ortaya çıkar. Niceleme mantığında bu önerme; önce yüklem sembolü, daha sonra ad sembolü biçiminde yazıldığı için yukarıdaki önermenin en son biçimi “Fa” olacaktır.

Bütün, her, tüm, her bir anlamına gelen “ \forall ” sembolüne tümel niceleme işareti denir. Tümel niceleme işareti içeren önermelere ise **tümel niceleme önermesi** adı verilir.

Bazı, en az, bir, birkaç anlamına gelen “ \exists ” sembolüne tikel niceleme işareti denir. Tikel niceleme işareti içeren önermelere ise **tikel niceleme önermesi** adı verilir.

Niceleme mantığında önermenin yüklemi; tek bir özneye ait ise 1'li yüklem, 2 özneye ait ise 2'li yüklem, 3 özneye ait ise 3'lü yüklem n sayıda özneye aitse n'li yüklem adını alır. Önergelerde birden fazla yüklem bulunabilir. Önermede geçen aynı ad ve yüklem aynı sembollerle gösterilir.

Önergeler mantığında önermeler, önerme eklemeleri esas alınarak sembolleştirilirken; niceleme mantığında ise önerme eklemelerinin yanı sıra özne, yüklem ve niceleyiciler ayrı ayrı sembolleştirilir.

Önergeler	Önergeler Mantığı	Niceleme Mantığı
Osman ressamdır.	p	Fa
Hasan'ın şoför olduğu doğru değildir.	$\sim p$	$\sim Fa$
Yerçekimi varsa bütün cisimler ağırdır.	$p \Rightarrow q$	$Fa \Rightarrow \forall bGb$
Bazı cisimler ağırdır.	p	$\exists bFb$
Bugün hava bulutlu ve güneşlidir.	$p \wedge q$	$Fa \wedge Ga$

2. Temel Kavramlar

- Önergelerde belirsiz olan özneyi göstermek için kullanılan x, y, z gibi sembollere **değişken** denir.
- Özneyi gösteren sembollere **ad değişmezi** denir. **Örnek:** “Özlem terzidir.” önermesinde Özlem (a) belirli bir kişiyi gösterir.
- Yüklemi gösteren sembollere **yüklem değişmezi** denir. **Örnek:** “Özlem terzidir.” önermesinde terzi (F) yüklemidir. Önerme “Fa” biçiminde sembolleştirilir.
- İçinde x, y, z gibi değişken geçen önermelere **açık önerme** denir. **Örnek:** “x terzidir.”
- Belirli bir doğruluk değeri taşıyan önermelere **kapalı önerme** denir. “x terzidir.” açık önermesinde x yerine konulan terim onu kapalı önerme yapar.
- Bir açık önermeyi, kapalı önerme hâline getirmek için kullandığımız tüm değerler kümesine **evren** denir. E: {} biçiminde gösterilir.
- Evrende bulunan değerlerin (terimlerin) değişkenin yerine konulmasına **özelleme** denir. Böyle elde edilen önermeye de **özelleme önermesi** adı verilir.

- Evrenden seçilen değerlerin bir kısmı önermeyi doğrularken bir kısmı yanlışlar. Evrene ait değerlerden birinin veya birden fazlasının özelleme önermesini doğrulaması hâline **gerçekleme** denir.
- Bir açık önermede evrendeki her değer için bir özelleme önermesi elde edilir. Bu özellemelerin toplamına **açılım** denir.

3. Temel Kurallar

Niceleme mantığındaki temel kurallar, niceleyici değilleme ve özelleme kuralları olmak üzere ikiye ayrılır:

a. Niceleyici Değilleme Kuralları

Tümel ve tikel önermeleri birbirine dönüştürmeyi sağlayan kurallardır. Bu kurallar ile değillenmiş tümel ya da tikel niceleme önermelerinin önündeki değil sembolü kaldırılır.

Niceleyici değilleme kuralları, tümel ve tikel niceleyici değilleme kuralları olmak üzere ikiye ayrılır.

- Tümel Niceleyici Değilleme Kuralı

$\sim \forall x Fx \equiv \exists x \sim Fx$ biçiminde ifade edilir. Değillenmiş tümel niceleme önermesi yerine, eş değeri olan tikel niceleme önermesi yazılır.

Tikel Niceleyici Değilleme Kuralı

$\sim \exists x Fx \equiv \forall x \sim Fx$ biçiminde ifade edilir. Değillenmiş tikel niceleme önermesi yerine, eş değeri olan tümel niceleme önermesi yazılır.

b. Özelleme Kuralları

Özelleme kuralları da tümel ve tikel olmak üzere ikiye ayrılır.

- Tümel Özelleme Kuralı $\forall x Fx \equiv Fa$

Çözümleyici çizelgede işlem yapılırken $\forall x Fx$ gibi bir tümel önermenin özellemesini yapmak için aynı yol üzerinde daha önce geçmiş bir ad sembolü (a,b,c gibi) varsa x bilinmeyeni yerine o ad sembolü yazılır. Eğer daha önce geçmiş bir ad sembolü yoksa herhangi bir ad sembolü kullanılır. Çözüm yapılan yol üzerinde birden fazla ad sembolü geçiyorsa bu ad sembollerinin her biri ile tümel niceleme önermesinin ayrı ayrı özellemesi yapılır. Tümel özelleme yapılırken tümel niceleyici (\forall) kalkar, sadece yüklem sembolü kalır.

- Tikel Özelleme Kuralı $\exists x Fx \equiv Fa$

Çözümleyici çizelgede işlem yapılırken $\exists x Fx$ gibi bir tikel önermenin özellemesini yapmak için aynı yol üzerinde daha önce geçmiş bir ad sembolü (a,b,c gibi) varsa x bilinmeyeni yerine o ad sembolünden farklı bir ad sembolü kullanılır. Eğer daha önce geçmiş bir ad sembolü yoksa, herhangi bir ad sembolü kullanılır. Tikel özelleme yapılırken tikel niceleyici (\exists) kalkar. Sadece yüklem sembolü kalır.

Çözümleyici çizelgeyle denetleme yapılırken aşağıdaki sıra izlenir:

1. Tümel niceleyici değilleme kuralı
2. Tikel niceleyici değilleme kuralı
3. Alt alta yazma kuralı
4. Tikel özelleme kuralı
5. Çatal açma kuralı
6. Tümel özelleme kuralı

Ç. ÇOK DEĞERLİ MANTIK

İkiden fazla değer olduğunu kabul eden mantık sistemlerine çok değerli mantık denir. Çok değerlilik; “çok doğru”, “az doğru”, “belirsiz”, “doğruya yakın”, “yanlışla yakın” doğruluk değerleriyle ifade edilebilir.

Üç Değerli Mantık: Doğru ve yanlıştan başka belirsiz diye bir doğruluk değeri öngören mantık sistemine üç değerli mantık sistemi denir.

Bulanık Mantık: Bulanık mantığın temel fikri, bir önermenin “doğru”, “yanlış”, “çok doğru”, “çok yanlış”, “çok çok yanlış” vb. gibi olabileceğidir. Buradaki “doğruluk”, klasik anlamdaki yanlış ve doğru değerleri arasındaki sonsuz sayıda doğruluk değerini içine alır.

Klasik Mantık	Bulanık Mantık
A <u>veya</u> A Değil	A <u>ve</u> A Değil
Kesin	Kısmi
Hepsi veya Hiçbiri	Belirli Derecelerde
Doğru veya Yanlış	Doğru ve Yanlış Arasında Süreklilik
İkili Birimler	Bulanık Birimler

Bulanık mantığın başlıca özellikleri aşağıdaki gibi sıralanabilir:

• “Doğru” , “çok doğru” , “çok az doğru” gibi sözel olarak ifade edilen doğruluk derecelerine sahip olması,

- Geçerliliği kesin değil fakat yaklaşık olan çıkarım kurallarına sahip olması,
- Her kavramın bir derecesi olması,
- Her mantıksal sistemin bulanıklaştırılabilmesi,
- Bilginin, bulanık kısıtlamalara ait değişkenlerin esnekliği veya denkliliğiyle yorumlanması.