

10.6. UZAY GEOMETRİ

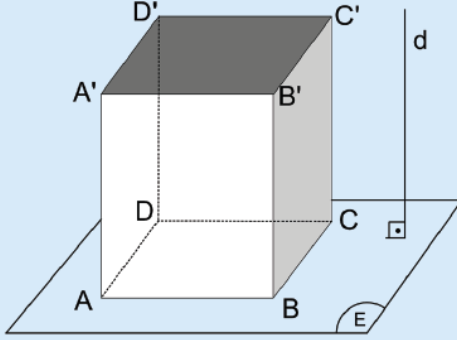
10.6.1. Katı Cisimler

10.6.1.1. Dik Prizma ve Dik Piramit

Dik Prizma



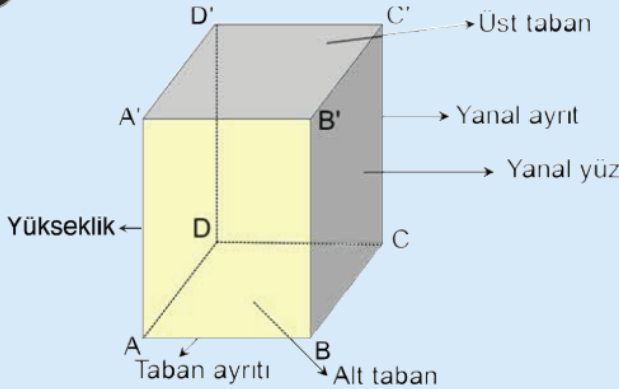
Bilgi



ABCD çokgeni, şekildeki E düzlemi üzerinde ve d doğrusu E düzlemine dik bir doğru olarak verilsin. Bu ABCD çokgeni üzerindeki noktalardan geçen ve d doğrusuna paralel olan doğruların oluşturduğu ve iki paralel düzlem ile sınırlanan kapalı bölgeye **dik prizma** denir.



Bilgi

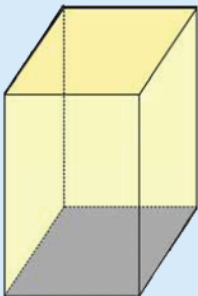


Yandaki dik prizmanın altını ve üstünü oluşturan ABCD ve A'B'C'D' çokgensel bölgelerine dik prizmanın sırasıyla **alt tabanı** ve **üst tabanı** denir. Prizmanın taban kenarlarına **taban ayritları**, tabanların karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarına **yanal ayritlar**, iki yanal ayrit arasında kalan bölgelere **yanal yüzler**, iki taban arasındaki uzaklığa **yükseklik** denir.

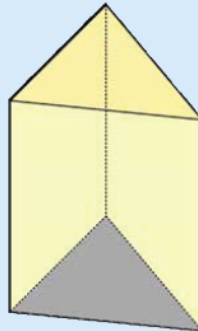


Bilgi

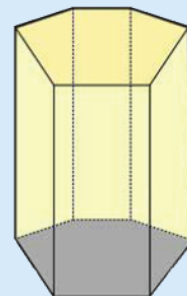
Dik prizmalar tabanını oluşturan çokgene göre isimlendirilir.



Tabanı dörtgen ise dörtgen dik prizmadır.



Tabanı üçgen ise üçgen dik prizmadır.

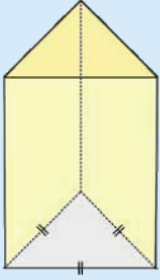


Tabanı altıgen ise altıgen dik prizmadır.

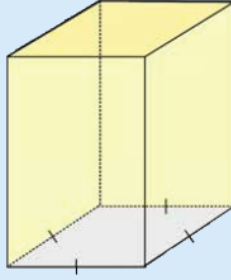


Bilgi

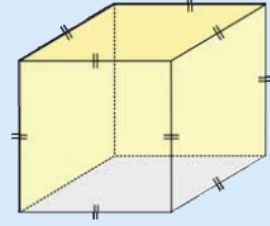
Dik prizmanın yanal ayrıtları aynı zamanda dik prizmanın yüksekliğidir. Dik prizmanın yanal yüzleri dikdörtgensel bölgedir. Tabanları düzgün çokgen olan prizmaya **düzgün prizma** denir.



Eşkenar üçgen dik prizma
(Düzgün prizma)

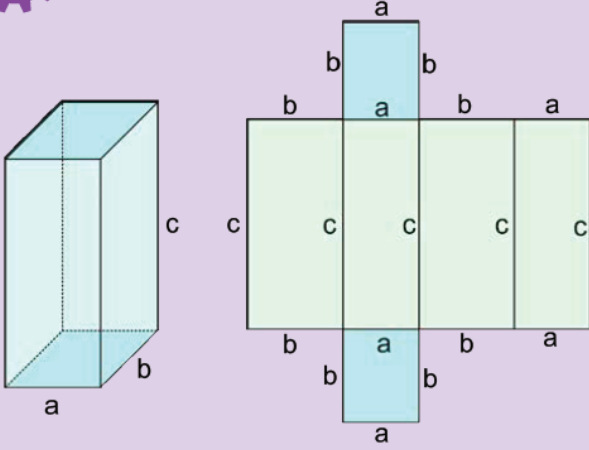


Kare dik prizma
(Düzgün prizma)



Tüm ayrıtları eşit olan
kare prizma (Küp)
(Düzgün prizma)

Şekiller Özellikler	a)	b)	c)
Prizmanın adı	Kare dik prizma	Üçgen dik prizma	Düzgün altıgen dik prizma
Düzgün prizma olup olmadığı	Düzgün prizma	Düzgün prizma değil	Düzgün prizma
Ayrıtlar sayısı	12	9	18
Yüzey sayısı	6	5	8



Yandaki şekilde bir dikdörtgenler prizması ve açılımı verilmiştir. Bu dikdörtgenler prizmasının yanal yüzeyleri olan dikdörtgenlerin alanları toplamı prizmanın yanal alanına eşittir. Yandaki dikdörtgenler prizmasının yanal alanı

$$b \cdot c + a \cdot c + b \cdot c + a \cdot c = (b + a + b + a) \cdot c$$





$$= \underbrace{(2a + 2b)}_{\text{Taban çevresi}} \cdot \underbrace{c}_{\text{Yükseklik}} \text{ olur.}$$

Buradan bir **dik prizmanın yanal alanı, taban çevresi ile yüksekliğinin çarpımıdır.**

Yukarıda verilen dikdörtgenler prizmasının her bir tabanının alanı $a \cdot b$ dir. Tabanlarının alanları toplamı $2ab$ olur. Dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı, yanal alanı ile iki taban alanının toplamına eşittir. Ayrıtları a , b ve c birim olan yukarıdaki dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı,

$$\underbrace{(2a + 2b) \cdot c}_{\text{Yanal alan}} + \underbrace{2ab}_{\text{Taban alanları toplamı}} = 2(ac + bc + ab) \text{ olur.}$$

Buradan bir **dik prizmanın yüzey alanı, yanal alanı ile taban alanları toplamıdır.**

Birim küplerle oluşan prizmalar				
Prizmayı oluşturan birim küp sayısı	1	6	12	24
Prizmanın hacmi	1	6	12	24
Prizmanın taban alanı	1	6	6	6
Prizmanın yüksekliği	1	1	2	4
Prizmanın taban alanı ile yüksekliğinin çarpımı	$1 \cdot 1 = 1$	$6 \cdot 1 = 6$	$6 \cdot 2 = 12$	$6 \cdot 4 = 24$

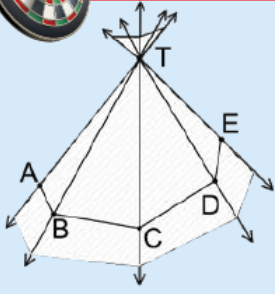
Yukarıdaki tablo incelendiğinde birim küplerle oluşturulan prizmaların taban alanı ile yüksekliğinin çarpımının prizmanın hacmine eşit olduğu görülür.

Buradan ayrıtları a , b ve c birim olan bir **dikdörtgenler prizmasının hacmi $a \cdot b \cdot c$ olur.**

Dik Piramit

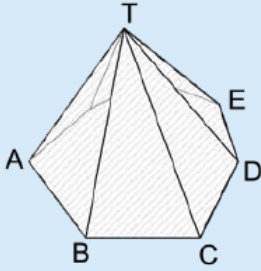


Bilgi



Bir çokgen ile bu çokgenin düzlemi dışında bir T noktası alınsın. Çokgene ait noktalarla T noktasından geçen doğruların kümesine **piramidal yüzey** denir. Şekilde ABCDE... çokgeni ile T noktasının belirttiği piramidal yüzeyin T noktasına **tepe noktası** denir.

Bir piramidal yüzeyin yanıl yüzeyini ve bütün ayrıtlarını kesen bir düzlemle sınırlanan katı cisme **piramit** denir. Şekildeki piramit (T, ABCDE ...) ile gösterilir.



Tepe noktası ile çokgene ait herhangi bir kenarın tüm noktalarını birleştiren doğru parçaları üçgensel bölge oluşturur ve bu üçgensel bölgelerin tümüne **yanıl yüzey** denir. Şekilde TAB, TBC, TCD, TDE, ... üçgenleri piramidin yanıl yüzleridir.

Piramitler tabanındaki çokgenin kenar sayısına göre isimlendirilir: üçgen piramit, dörtgen piramit, beşgen piramit, altıgen piramit ...
[TA], [TB], [TC], [TD], [TE], ...piramidin yanıl ayrıtları;
[AB], [BC], [CD], [DE], ... taban ayrıtları olarak adlandırılır.

Tepe noktası ile piramidin tabanı olan çokgenin ağırlık merkezini birleştiren doğru parçası çokgenin düzlemine dik ise bu piramitlere **dik piramit** ve bu doğru parçasının uzunluğuna ise dik piramidin **yükseklığı** denir.

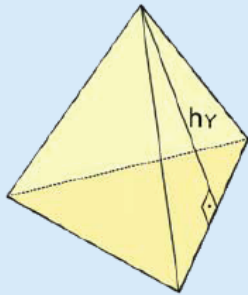


Bilgi

Tabanı düzgün çokgen ve yan yüzleri eş ikizkenar üçgen olan dik piramitlere **düzgün dik piramit** denir. Düzgün piramitte yanıl ayrıtlar eştir.



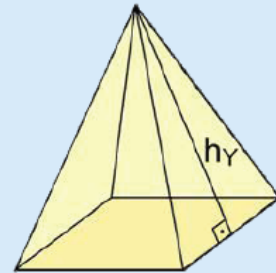
Bilgi



Bir düzgün piramidin yan yüzleri olan eş üçgenlerin alanları toplamına piramidin **yanıl alanı** denir.

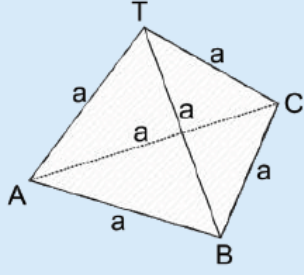
Bir piramidin taban alanı ile yanıl alanı toplamına piramidin **yüzey alanı** denir.

Toplam alan A, taban alanı A_T , yanıl alan A_Y , taban çevresi \mathcal{C}_T , yan yüz yüksekliği h_Y olmak üzere $A_Y = \frac{\mathcal{C}_T \cdot h_Y}{2}$ ve $A = A_T + A_Y$ olur.





Bilgi



Tüm yüzleri eşkenar üçgen olan üçgen piramide **düzgün dört yüzlü** denir. Yandaki şekilde bir ayrıtı a birim olan bir düzgün dört yüzlü verilmiştir.



İpucu

Bir ayrıtının uzunluğu a birim olan düzgün dörtyüzlünün

- Yan yüz yüksekliği $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ birimdir.
- Yüksekliği $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ birimdir.
- Yüzey alanı $a^2\sqrt{3}$ birimkaredir.



Bilgi

Herhangi bir piramidin hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin üçte biridir.



Bilgi

Bir ayrıt uzunluğu a birim olan düzgün dört yüzlünün hacmi $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ birimküptür.



İpucu

Aralarında benzerlik oranı bulunan cisimlerin hacimleri oranı, benzerlik oranının küpüne eşittir.