

## MATEMATİK ANLATIMLI- ÇÖZÜMLÜ SINAV SORULARI

### SAYI KÜMELERİ

**RAKAM:** Sayıları yazmak için kullandığımız { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 } sembollerinden her birine rakam denir. (15 rakam değil sayıdır.)

**DOĞAL SAYILAR:**  $N = \{ 0, 1, 2, 3, \dots \}$  kümesinin elemanlarına doğal sayı denir.

**TAM SAYILAR:**  $Z = \{ \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$  kümesinin elemanlarına tamsayı denir.

### İŞARETLER

(+) → Yazılmasına gerek yoktur.  
(-) → Yazılmasına gerek vardır.

NOT! Sıfır tamsayıdır ancak (-) veya (+) değildir.

### DÖRT İŞLEM

#### TOPLAMA – ÇIKARMA:

a) İşaretleri aynı olan sayıları toplarken, sayılar toplanır ortak işaret yazılır.

$$7 + 3 = 10$$

$$- 2 - 5 = - 7$$

b) İşaretleri farklı ise büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır, büyük olan sayının işareti yazılır.

$$- 3 + 2 = - 1$$

$$5 - 3 = 2$$

#### ÇARPMA – BÖLME:

Konuya işaret bazında bakılır.

NOT! Nokta çarpma işlemi konmamışsa parantezler çarpma işlemi olduğunu gösterir.

(+) (+)  
(-) (-) → Aynı sonuç (+)

(+) (-)  
(-) (+) → Farklı sonuç (-)

NOT! Bir parantez varsa ve parantezin yanında sayı ya da işaret bulunuyorsa orda çarpma işlemi vardır.

### ÖRNEK

$$(-2) (-4) = 8$$

$$-2 (-4) = 8$$

$$- (-4) = 4$$

$$- 2 - 4 = - 6 \text{ Dikkat edilirse parantez konmamışsa soru toplama - çıkarma sorusudur.}$$

Bölmede de durum aynıdır. Aynı işaretlerin birbirine bölümü (+), farklı işaretlerin birbirine bölümü ise (-) dir.

### İŞLEM ÖNCELİKLERİ:

1) Parantez [((()))] → Küçük parantez önceliklidir.

2) Üs

3) Çarpma – Bölme

4) Toplama – Çıkarma

Soru 1:

$$5 - (- 5) = ?$$

**Çözüm:**

$$5 + 5 = 10$$

Bu soruyla ilgili yanlış cevaplar; 0, 25, -25, -10

Soru 2:

$$4 + 3 (-2) = ?$$

**Çözüm:** İşlem öncelikleri kavramına göre önce çarpma işlemi yapılır.

$$4 + 3 (-2) = 4 - 6 = - 2$$

Soru 3:  
 $-3 - 2(-3 - 5) = ?$

**Çözüm:** Önce parantezin içindeki işlem yapılmalıdır.

$$-3 - 2(-8)$$

Şimdi çarpma işlemi yapılır.  $-3 + 16 = 13$

Soru 4:  
 $6 + 3 - (4 - 2 \cdot 3) = ?$

**Çözüm:**  
Önce parantezin içi, hatta parantezin içindeki çarpma işlemi yapılmalıdır.

$$6 + 3 - (4 - 6) \rightarrow 6 + 3 - (-2) = 6 + 3 + 2 = 11$$

Soru 5:  
 $14 - [ - ( - 2 ( 5 - 2 ( 3 - 4 ) ) ) ] = ?$

**Çözüm:**  
En içteki küçük parantez önceliklidir. Yani;

$$14 - [ - ( - 2 ( 5 - 2 ( - 1 ) ) ) ] \rightarrow 14 - [ - ( - 2 ( 5 + 2 ) ) ]$$
$$14 - [ - ( - 2 \cdot 7 ) ] \rightarrow 14 - [ 14 ] = 14 - 14 = 0 \text{ sonucu bulunur.}$$

### RASYONEL VE REEL SAYILAR

$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{8}{1}$  gibi pay ve paydadın oluşan sayılardır.

**NOT! Her tamsayı bir rasyonel sayıdır, ancak her rasyonel sayı bir tamsayı değildir. (Son örnekte görüldüğü gibi paydada gözükmeyen 1 vardır)**

**NOT! Daha sonra anlatılmak üzere (Fonksiyonlarda Tanım Kümeleri) reel sayıların sadece tanımını veriyoruz. Bütün sayıları içeren kümeye reel sayılar kümesi denir ve R ile gösterilir.**

### RASYONEL SAYILARDA DÖRT İŞLEM

#### TOPLAMA – ÇIKARMA

$$a) \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Paydalar eşitse paylar toplanarak paya yazılır. Ortak payda payda olarak alınır. Çıkarma işleminde de durum aynıdır.

$$b) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$$

(3) (2)

Paydalar farklı ise paydalar eşitlenerek toplama (çıkarma) işlemi yapılır.

#### ÇARPMA

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{6}$$

Paylar çarpılarak paya, paydalar çarpılarak paydaya yazılır.

**NOT! Sadeleştirme sadece çarpma işleminde yapılır. Payda ile pay arasında olur. Soru içinde sadeleştirme yapılabileceği gibi sorunun sonucunda da yapılabilir. Toplama – çıkarma işleminde sadeleştirme yapılmaz.**

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

#### BÖLME

$$\frac{1}{5} \div \frac{2}{6} = \frac{1}{5} \cdot \frac{6}{2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Birinci kesir aynen yazılır, ikinci kesir ters çevrilip çarpılır. Dikkat edilirse iki soru da aynıdır. Şekli farklıdır.

$$\frac{1}{2} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Soru 1:

$$\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{7}\right) : \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{5}\right) = ?$$

**Çözüm:**

İşlem öncelikleri kavramı burada da geçerlidir. O halde ilk önce parantezlerin içi yapılmalıdır. Payda eşitleme görülmektedir.

$$\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{7}\right) : \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{5}\right) = \left(\frac{7}{35} - \frac{10}{35}\right) : \left(\frac{5}{35} + \frac{14}{35}\right) \Rightarrow \frac{-3}{35} : \frac{19}{35} \Rightarrow \frac{-3}{35} \cdot \frac{35}{19} = \frac{-3}{19} \text{ sonucu bulunur.}$$

Soru 2:

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right) - \left(2 - \frac{1}{2}\right) = ?$$

**Çözüm:**

$$\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{2}{1} - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{4}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3} - \frac{3}{2} = \frac{4-9}{6} = \frac{-5}{6} \text{ sonucu bulunur.}$$

Soru 3:

$$\left(\frac{2}{3} \cdot 2 - 1\right) : \frac{1}{6} = ?$$

**Çözüm:**

$$\left(\frac{4}{3} - 1\right) : \frac{1}{6} = \frac{1}{3} : \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{1} = 2$$

Soru 4:

$$\frac{2}{5} - \frac{2}{3} = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} - \frac{2}{1} \cdot \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{2}{15} - \frac{10}{3} = \frac{2}{15} - \frac{50}{15} = \frac{48}{15} = \frac{16}{5} \text{ sonucu bulunur.}$$

## ONDALIK SAYILAR

Paydaları 10, 100, 1000... şeklinde olan kesirlere ondalık sayı denir.

$$\frac{9}{10} = 0,9 \quad \frac{9}{100} = 0,09$$

### Devirli Ondalık Sayıların Rasyonel Yapılması

0,333... 2,5656... 1,244... şeklindeki sayılardır.

Gösterim:  $0,\bar{3}$   $2,\bar{56}$   $1,\bar{24}$

Formül = Sayının tamamı – Devretmeyen kısım / Virgülden sonra devreden sayı kadar 9, devretmeyen sayı kadar 0

$$2,\bar{3} = \frac{23-2}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

$$0,\bar{3} = \frac{3-0}{9} = \frac{1}{3}$$

$$2,\bar{56} = \frac{256-2}{99} = \frac{254}{99}$$

$$1,\bar{24} = \frac{124-12}{90} = \frac{112}{90} = \frac{56}{45}$$

Soru 1: (2004 AS – 2007 YS)

$$\frac{0,1+0,02+0,003}{0,01+0,002+0,0003} = ?$$

**Çözüm:** Bu soruda yukarıyı topla, aşağıyı topla ve virgül kaydır. İkinci çözüm olarak rasyonel sayıya çevirip çözülebilir.

Soru 2: (2003 AS)

$$\frac{0,1}{0,01} + \frac{0,02}{0,002} + \frac{0,003}{0,0003} = ?$$

**Çözüm:** Bu soruda virgül kaydırma yöntemi kullanılabilir. Yine rasyonel sayıya çevirip yapılabilir.

**NOT!** Böyle sorularda çözümlere girilmeyip hesap makinesi ile yapılabileceği söylenebilir.

### **Rasyonel Sayılarda Sıralama**

Bu konu üzerinde çok durulmayıp bir örnek çözümü yeterli olacaktır.

Soru 1: (2008 AS)

$a = \frac{2}{3}, b = -\frac{3}{5}, c = \frac{6}{5}, d = 1$  sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $b < c < d < a$
- B)  $b < a < d < c$
- C)  $c < b < a < d$
- D)  $a < b < c < d$
- E)  $d < b < a < c$

**Çözüm:**

Negatif sayı küçük olan sayıdır. O halde en küçük sayı b'dir. Hesap makinesi devreye girerse daha sonra a'nın, d'nin ve c'nin küçük olduğu görülebilir. Yani cevap B seçeneğidir.

### **ÜSLÜ SAYILAR**

$$2^4 = 2.2.2.2 = 16 \quad 4 = \text{Üs} \quad 2 = \text{Taban}$$

Ezberlenecek Olanlar

$$2^2 = 4 \quad 3^2 = 9 \quad 5^2 = 25$$

$$2^3 = 8 \quad 3^3 = 27 \quad 5^3 = 125$$

$$2^4 = 16 \quad 3^4 = 81$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

Köklü sayılarda zorluk çekilmemesi için bunların ezberlenmesinde fayda vardır.

### **ÜS ALMA KURALLARI**

#### **Kural 1**

Herhangi bir sayının sıfırıncı (0) kuvveti 1'dir.

$$2^0 = 1 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

#### **Kural 2**

Her sayının 1. kuvveti kendisine eşittir.

$$2^1 = 2 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

#### **Kural 3**

Üssü negatif olan bir sayıyı pozitif yapmak için sayı ters çevrilir.

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^4 = 16 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

#### Kural 4

Üslü bir sayının tekrar üssü alınırsa üsler çarpılır.

$$\left(2^4\right)^5 = 2^{4 \cdot 5} = 2^{20} \text{ (Üslü bir sayının tekrar üssü alınmış)}$$

$$2^{\left(3^2\right)} = 2^9 \text{ (Üssün üssü alınmış)}$$

#### Kural 5

(-)'nin çift kuvveti (+), tek kuvveti (-)'dir.

$$2^3 = 8 \quad (-2)^4 = 16$$

$$-2^3 = -8 \quad -2^4 = -16$$

#### Kural 6

##### Çarpma

a) Tabanları aynı, üsleri farklı ise ortak tabanda üsler toplanır.

$$3^6 \cdot 3^{-2} \cdot 3^4 = 3^8$$

b) Tabanları farklı, üsleri aynı ise ortak üsde tabanlar çarpılır.

$$3^2 \cdot 5^2 = 15^2$$

#### Kural 7

##### Bölme

Tabanları aynı, üsleri farklı ise payın üssünden paydanın üssü çıkarılır.

$$\frac{2^4}{2^2} = 2^2 = 4 \quad \frac{5^2}{5^4} = \frac{1}{25}$$

NOT! Yukarıda kaç tane, aşağıda kaç tane sayı var diye sorarak mantığı ver.

#### Kural 8

##### Toplama – Çıkarma

Üslü sayılarda toplama – çıkarma yapabilmek için hem tabanın hem de üssün aynı olması gerekir.

$$2a^3 + 5a^3 = 7a^3 \text{ (Buradaki 2 ve 5 katsayılarıdır)}$$

$$2x^2 + 3x^3 = \text{Yapılamaz.}$$

Soru 1:

$$\left(\frac{36}{72}\right)^{-3} = ?$$

##### Çözüm:

Üssü negatif olan bir sayıyı pozitif yapmak için sayı ters çevrilir özelliğinden;

$$\left(\frac{72}{36}\right)^3 = 2^3 = 8$$

Soru 2:

$$\left(\frac{a^5}{b^4}\right)^3 \cdot \left(\frac{b^2}{a^3}\right)^4 = ?$$

##### Çözüm:

Üslü bir sayının tekrar üssü alınırsa üsler çarpılır özelliğinden;

$$\frac{a^{15}}{b^{12}} \cdot \frac{b^8}{a^{12}} = \frac{a^3}{b^4}$$

Soru 3: (2003 YS)

$$\frac{3\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + 4^{-1}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 5} = ?$$

Çözüm:

$$3 \cdot \frac{9}{4} + \frac{1}{4} = \frac{27}{4} + \frac{1}{4} = \frac{28}{4} = 7$$
$$\frac{7}{2+5} = \frac{7}{7} = 1$$

Soru 4: (2007 AS)

$$\frac{4^5 + 4^6 + 4^7}{4^4 + 4^5 + 4^6} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{4^5(1+4+4^2)}{4^4(1+4+4^2)} = 4$$

Soru 5:

$$\frac{2^{93} - 2^{92}}{2^{94}} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{2^{92}(2-1)}{2^{94}} = \frac{2^{92}}{2^{94}} = \frac{1}{4}$$

Soru 6: (2006 BÜT)

$$3 \cdot 2^7 - 2^7 + 2^8 = ?$$

Çözüm:

$$2 \cdot 2^7 + 2^8 \Rightarrow 2^8 + 2^8 = 2^9$$

Soru 7: (2006 YS)

$$\left(3^4 + 3^4\right) \cdot \left(2^4 + 2^5\right) = ?$$

Çözüm:

$$2 \cdot 3^4 \cdot 2^4 \cdot 3 \Rightarrow \text{Parantezlerden hareketle } 3^5 \cdot 2^5 = 6^5$$

Soru 8: (2006 AS)

$$0,16 \times 10^6 + 8,4 \times 10^5 = ?$$

Çözüm:

$$16 \cdot 10^4 + 84 \cdot 10^4 = 10^4 (16+84) = 10^4 \cdot 100 = 10^6$$

Soru 10: (2007 BÜT)

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 4^0\right]^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-5} = ?$$

Çözüm:

Soru 9: (2003 AS – 2007 AS)

$$(-2)^5 + (-2)^6 + (-2)^7 = ?$$

Çözüm:

$$(-2)^5 \left(1 + (-2) + (-2)^2\right) = 3 \cdot (-2)^5 \text{ veya } -3 \cdot 2^5$$

Soru 11: (2008 AS)

$$\frac{\left(\frac{1}{9}\right)^4}{\left(\frac{1}{27}\right)^2} = ?$$

Çözüm:

$$e+1)^{-3} \cdot 3^5 \Rightarrow \frac{1}{3^3} \cdot 3^5 = 3^2 = 9$$

$$\frac{1}{\frac{3^8}{3^6}} = \frac{1}{3^8} \cdot \frac{3^6}{1} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$$

Soru 12: (2008 YS)

$$\frac{0,04 \cdot 10^6 + 0,0016 \cdot 10^8}{0,5 \cdot 10^3} = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{4 \cdot 10^4 + 16 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^2} = \frac{20 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^2} = 4 \cdot 10^2$$

### KÖKLÜ SAYILAR

$\sqrt[n]{a} \Rightarrow$  biçimindeki ifadelerdir.

$\sqrt[2]{4} \Rightarrow$  Karekök 4  $\Rightarrow \sqrt{4}$

**Mantık! Hangi sayının karesi 4'tür? 2**

$$\sqrt[3]{8} = 2 \quad \sqrt[3]{27} = 3 \quad \sqrt[3]{-27} = -3 \quad \sqrt{-4} = \text{Tanımsız}$$

**Çarpma:**

Kök dereceleri eşit ise aynı kök içinde çarpma yapılabilir.

$$\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{16} = 2 \quad \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{49} = 7$$

**Bölme:**

Kök dereceleri eşit ise aynı kök içinde bölme yapılabilir.

$$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{25} = 5$$

**Toplama – Çıkarma:**

Köklü sayıların kök dereceleri ve içindeki sayılar birbirine eşitse toplama – çıkarma yapılabilir.

$$\text{Örn: } 4\sqrt[3]{7} - 2\sqrt[3]{7} + 5\sqrt[3]{7} = 7\sqrt[3]{7}$$

Örn:  $\sqrt[3]{8} + \sqrt{81} + \sqrt[4]{81} - \sqrt[5]{32} = 2 + 9 + 3 - 2 = 12$  Bu soruda kök içindeki sayıların dışarı çıkıp çıkmadığına baktık.

$$\text{Örn: } \sqrt{75} - 2\sqrt{12} + \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 25} - 2\sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3} = 5\sqrt{3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \Rightarrow 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

Bu soruda kök içindeki sayılar dışarı çıkamamaktadır. Bu yüzden kök içindeki sayıları ortak sayı cinsinden parçaladık.

**Kural 1**

Üslü bir sayıyı köklü bir sayı, köklü bir sayıyı üslü sayı yapma.

$$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} \quad \left(\frac{16}{25}\right)^{-1/2} = \left(\frac{25}{16}\right)^{1/2} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$$

**Kural 2**

Paydayı kökten kurtarmak için paydada bulunan sayı ile hem pay hem de payda çarpılır.

$$\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

Soru 1: (2003 AS)

$$\sqrt{32} + \sqrt{18} - 4\sqrt{2} = ?$$

**Çözüm:**

Kök içindeki sayılar ortak sayı (2) cinsinden yazılacak.

$$\sqrt{16 \cdot 2} + \sqrt{9 \cdot 2} - 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

Soru 3: (2004 AS)

$$5\sqrt{\frac{16}{5}} - 2\sqrt{\frac{9}{5}} + 4\sqrt{\frac{81}{5}} = ?$$

**Çözüm:**

Bölmenin kuralından hareketle parçalama yapılacaktır. Yani;

Soru 2: (2007 YS)

$$1 + \frac{10\sqrt{5} - 2\sqrt{20}}{\sqrt{125} + \sqrt{5}} = ?$$

**Çözüm:**

Ortak sayı cinsinden yazılacak.

$$1 + \frac{10\sqrt{5} - 2\sqrt{4 \cdot 5}}{\sqrt{25 \cdot 5} + \sqrt{5}} = 1 + \frac{10\sqrt{5} - 2 \cdot 2\sqrt{5}}{5\sqrt{5} + \sqrt{5}} = 1 + \frac{6\sqrt{5}}{6\sqrt{5}} = 1 + 1 = 2$$

$$\frac{5\sqrt{16}}{\sqrt{5}} - \frac{2\sqrt{9}}{\sqrt{5}} + \frac{4\sqrt{81}}{\sqrt{5}} = \frac{5 \cdot 4}{\sqrt{5}} - \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{5}} + \frac{4 \cdot 9}{\sqrt{5}} = \frac{20 - 6 + 36}{\sqrt{5}} = \frac{50}{\sqrt{5}}$$

Paydadaki kökü kurtarmak için hem pay hem de payda aynı köklü ifade ile çarpılacak.

$$\frac{50}{\sqrt{5}} = \frac{50\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{50\sqrt{5}}{5} = 10\sqrt{5}$$

Soru 4:

$$\sqrt{4 + \sqrt{9 + 4\sqrt{16}}} = ?$$

**Çözüm:**

Bu türlü sorularda en içteki kökten dışa doğru gelinir.

$$\sqrt{4 + \sqrt{9 + 4 \cdot 4}} = \sqrt{4 + \sqrt{25}} = \sqrt{4 + 5} = \sqrt{9} = 3$$

Soru 6: (2002 BÜT – 2003 AS – 2005 BÜT)

$$\frac{1}{9^2 \cdot 3^4} = n + 4 \text{ ise } n \text{ kaçtır?}$$

**Çözüm:**

$$\frac{\sqrt{9 \cdot 81}}{27} = n + 4 \Rightarrow 9 = n + 4 \Rightarrow n = 5$$

Soru 8:

$$\sqrt{0,04} + \sqrt{0,36} = ?$$

**Çözüm:**

$$0,2 + 0,6 = 0,8$$

Soru 9:

$$(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 + (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 = ?$$

**Çözüm:**

Kural: Birincinin karesi  
+,- Birinci sayı ile ikinci sayının çarpımının iki katı  
+ İkinci sayının karesi

$$5 - 2\sqrt{15} + 3 + 5 + 2\sqrt{15} + 3 = 16$$

Soru 11: (2006 AS)

$$2\sqrt{5}(\sqrt{80} - \sqrt{20}) = ?$$

**Çözüm:**

$$2\sqrt{5}(\sqrt{16 \cdot 5} - \sqrt{4 \cdot 5}) = 2\sqrt{5}(4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}(2\sqrt{5}) = 4 \cdot 5 = 20$$

Soru 13: (2006 BÜT)

$$\frac{4}{2 - \sqrt{2}} + \frac{4}{2 + \sqrt{2}} = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{4(\sqrt{2} + \sqrt{2})}{(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} + \frac{4(\sqrt{2} - \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})} = \frac{8 + 4\sqrt{2}}{2} + \frac{8 - 4\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{8 + 4\sqrt{2} + 8 - 4\sqrt{2}}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Soru 14: (2004 YS)

$$\frac{3\sqrt{50} + 5\sqrt{32}}{4\sqrt{2} + \sqrt{2}} = ?$$

**Çözüm:**

Soru 5: (2008 AS)

$$\frac{\sqrt{6 + 5\sqrt{36}}}{\sqrt{4}} = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{\sqrt{6 + 5 \cdot 6}}{2} = \frac{\sqrt{6 + 30}}{2} = \frac{\sqrt{36}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Soru 7:

$$\sqrt{(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})} = ?$$

**Çözüm:**

Bu soruda dağılma metodu anlatılacaktır.

$$(\sqrt{3 + \sqrt{2}})(\sqrt{3 - \sqrt{2}}) = 3 - \sqrt{6} + \sqrt{6} - 2 = 1 \Rightarrow \sqrt{1} = 1$$

Soru 10: (2003 YS)

$$a = 2 - \sqrt{2} \quad b = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow ab - 1 = ?$$

**Çözüm:**

$$(\sqrt{2} - \sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{2}) = 4 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2 = 2$$

$$ab - 1 = 2 - 1 = 1$$

Soru 12: (2006 YS)

$$\sqrt{18} - \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{x-2}{\sqrt{2}} \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

**Çözüm:**

$$\frac{\sqrt{36} - 3}{\sqrt{2}} = \frac{x-2}{\sqrt{2}} \Rightarrow 6 - 3 = x - 2 \Rightarrow x = 5$$

Soru 15: (2004 AS)

$$\frac{2}{3} + 4 + 9^{-1/2} = ?$$

**Çözüm:**



$$\frac{3\sqrt{25.2} + 5\sqrt{16.2}}{5\sqrt{2}} = \frac{3.5\sqrt{2} + 5.4\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{35\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = 7$$

$$\frac{2}{3} + 4 + \frac{1}{3} = 1 + 4 = 5$$

Soru 16: (2005 AS)

$$\sqrt{18} + \sqrt{8} - \frac{8}{\sqrt{2}} = ?$$

**Çözüm:**

$$\sqrt{9.2} + \sqrt{4.2} - \frac{8\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Soru 17: (2007 AS)

$$\frac{\sqrt{(+\sqrt{5})(-\sqrt{5})}}{|-3|-1} = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

**NOT! Süre yetmezse haftaya ilk dersin yarısına bu konuyu kaydırabilirsiniz.**

### BİRİNCİ DERECE DENKLEMLER

x'ler bir tarafa sayılar bir tarafa toplanır. Bir sayı diğer tarafa geçerken işaret değiştirir. Varsa x'in katsayısı bölünerek yok edilir. Bir tane x (kök) bulunur.

**NOT! Büyük olan x'in tarafına x'ler toplanırsa (-) kargaşalığından kurtulmuş olunur.**

Soru 1:

$$1 + 2x = 3(x - 4) + 5$$

**Çözüm:**

$$1 + 2x = 3x - 12 + 5 \rightarrow 1 + 2x = 3x - 7 \rightarrow 1 + 7 = 3x - 2x \rightarrow 8 = x$$

\* Soruda parantez varsa bu parantez açılacak

Soru 2:

$$\frac{2x}{3} + 1 = x + \frac{1}{4}$$

**Çözüm:**

$$\frac{2x}{3} + \frac{1}{1} = \frac{x}{1} + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2x+3}{3} = \frac{4x+1}{4} \Rightarrow 8x+12 = 12x+3 \Rightarrow 12-3 = 12x-8x \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{4x}{4} \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

(1) (3) (4) (1)

\* Rasyonel ifadelerde payda eşitleme yapılacak

\* İçler dışlar çarpımı anlatılacak.

Soru 3:

$$\frac{a}{3} + \frac{1}{1-x} = \frac{8}{x+2} \text{ denkleminin kökü 2 ise a nedir?}$$

**Çözüm:**

$$\frac{a}{3} + \frac{1}{1-2} = \frac{8}{2+2} \Rightarrow \frac{a}{3} + \frac{1}{-1} = \frac{8}{4} \Rightarrow \frac{a}{3} - 1 = 2 \Rightarrow \frac{a}{3} = 2 + 1 \Rightarrow a = 9$$

\* Denklemin kökü soruda verilmişse x yerine bu verilen sayı yazılacak.

Soru 4:

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{3x+6}{2} = x + \frac{x-1}{3}$$

**Çözüm:**

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{3x+6}{2} = \frac{x}{1} + \frac{x-1}{3} \Rightarrow \frac{4x-2}{6} - \frac{9x+18}{6} = \frac{6x}{6} + \frac{2x-2}{6} \Rightarrow \frac{4x-2-9x-18}{6} = \frac{6x+2x-2}{6} \Rightarrow$$

(2) (3) (6) (2)

$$-5x-20 = 8x-2 \Rightarrow -20+2 = 8x+5x \Rightarrow -18 = 13x \Rightarrow x = \frac{-18}{13}$$

\* Kesrin önündeki (-) pay kısmındaki her şeye aittir.

Soru 5: (2006 AS)

$$\frac{x-3}{3} + \frac{x}{2} = x + \frac{x+2}{2}$$

**Çözüm:**

$$\frac{x-3}{3} + \frac{x}{2} = \frac{x}{1} + \frac{x+2}{2} \Rightarrow \frac{2x-6+3x}{6} = \frac{6x+3x+6}{6} \Rightarrow 5x-6 = 9x+6 \Rightarrow -12 = 4x \Rightarrow x = -3$$

(2) (3) (6) (3)

Soru 6: (2008 AS)

$$3 - \frac{1}{2 - \frac{1}{x+1}} = 2 \text{ denkleminin kökü nedir?}$$

**Çözüm:**

$$3 - \frac{1}{2x+2-1} = 3 - \frac{x+1}{2x+1} = 2 \Rightarrow 6x+3-x-1 = 4x+2 \Rightarrow 5x+2 = 4x+2 \Rightarrow x = 0$$

### İKİNCİ DERECE DENKLEMLER

$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow$  biçimindeki denklemlerdir. İki kök bulunur. Tek kökün olması çakışıklığı ifade eder. Üç durum söz konusudur.

#### $ax^2 + bx = 0$ Durumu

İfade ortak paranteze alınır. Köklerden biri daima sıfıra eşittir. Diğer kök ise parantezin sıfıra eşitlenmesiyle bulunan x'tir.

**Örn:**

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 3$$

**Örn:**

$$2x^2 + 4x = 0$$

$$2x(x+2) = 0$$

$$x = 0 \quad x = -2$$

**Örn:**

$$3x^2 - x = 0$$

$$x(3x-1) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 1/3$$

#### $ax^2 + c = 0$ Durumu

Sabit sayı diğer tarafa atılır. Her iki tarafın karekökü alınır. Çıkan değer (+) ve (-) lisi yazılır.

**Örn:**

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

**Örn:**

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$2x^2 = 8$$

$$x = \pm 2$$

**Örn:**

$$x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = -9$$

-9'un karekökü yoktur.  $\emptyset$

#### $ax^2 + bx + c = 0$ Durumu

Varsa  $x^2$ 'nin katsayısı (a) bölünerek yok edilir. Seçenek çarpımı (c) sabit sayıyı, toplamı ise x'in katsayısı (b)'nin ters işaretli olmalıdır.

**Örn: (2004 YS)**

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \text{ denkleminin kökleri nedir?}$$

- A)  $\{-3, 1\} \rightarrow -3, -2 \checkmark$   
 B)  $\{1, 3\} \rightarrow 3$   
 C)  $\{-1, 0\} \rightarrow 0$   
 D)  $\{-2, 0\} \rightarrow 0$   
 E)  $\{0, 2\} \rightarrow 0$

**Örn:**

$$x^2 + 2x - 15 = 0 \text{ denkleminin kökleri nedir?}$$

- A)  $\{4, 5\} \rightarrow 20$   
 B)  $\{0, 3\} \rightarrow 0$   
 C)  $\{-5, 3\} \rightarrow -15 \checkmark$   
 D)  $\{0, 2\} \rightarrow 0$   
 E)  $\{-2, 0\} \rightarrow 0$

Soru 1:

$$25x^2 - 5x = 0$$

**Çözüm:**

$$5x(5x-1) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 1/5$$

Soru 2: (2003 YS)

$$5x^2 + 7 = 6$$

**Çözüm:**

$$5x^2 = 6 - 7$$

$$x^2 = -1/5 \emptyset$$

Soru 3:

$$x^2 - 10x + 25 = 0 \text{ denkleminin kökleri nedir?}$$

- A)  $\{5\}$   
 B)  $\{4\}$   
 C)  $\{1/5\}$   
 D)  $\{1/10\}$   
 E)  $\{\}$

Soru 4:

$$2x^2 - 11x - 6 = 0 \text{ denkleminin kökleri nedir?}$$

- A)  $\{-1/2, 6\}$   
 B)  $\{0, 6\}$   
 C)  $\{-1/2, 1/2\}$   
 D)  $\{2, 3\}$   
 E)  $\{-1, 3\}$

**Çözüm:**

**Çözüm:**

- A) {5}  $5 \rightarrow 25$  ✓  
 B) {4}  $4 \rightarrow 16$   
 C) {1/5}  $1/5 \rightarrow 1/25$   
 D) {1/10}  $1/10 \rightarrow 1/100$   
 E) { }

Seçeneklerde bir sayı varsa aynıysından bir tane daha var demektir.

- A)  $\{-1/2, 6\} \rightarrow -3, 11/2$  ✓  
 B)  $\{0, 6\} \rightarrow 0$   
 C)  $\{-1/2, 1/2\} \rightarrow -1/4$   
 D)  $\{2, 3\} \rightarrow 6$   
 E)  $\{-1, 3\} \rightarrow -3$

Soru 5:

$$\frac{x^2 - 4x - 12}{x^2 - 6x + 3} = 0$$

- A) {2,6}                      B) {-3,2}  
 C) {3,4}                      D) {-2,6}  
 E) {1,3}

**Çözüm:**

- A) {2,6}  $\rightarrow 12$       B) {-3,2}  $\rightarrow -6$   
 C) {3,4}  $\rightarrow 12$       D) {-2,6}  $\rightarrow -12$  ✓  
 E) {1,3}  $\rightarrow 3$

Bu türlü sorularda içler – dışlar çarpımı yapılırsa alttaki denklem tamamen yok olur. O halde üstteki denkleme bakmalıyız.

Soru 6: (2003 AS)

$$\frac{7x^2 + 4}{x} = 7x$$

**Çözüm:**

$$\frac{7x^2 + 4}{x} = \frac{7x}{1}$$

$$7x^2 + 4 = 7x^2$$

$$4 = 7x^2 - 7x^2$$

$$4 \neq 0$$

$$\emptyset$$

Soru 8: (2003 BÜT – 2004 AS – 2007 AS)

$2x^2 + ax + b = 0$  denkleminin kökleri eşit ise a ile b arasında nasıl bir ilişki vardır?

**Çözüm:**

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \quad a^2 - 4 \cdot b \cdot 2 = 0 \rightarrow a^2 - 8b = 0 \rightarrow a^2 = 8b \text{ (Ezberletilecek, konu anlatımı yapılmayacak)}$$

Soru 9: (2006 BÜT)

$x^2 + (m+7)x + m = 0$  denkleminin köklerinden biri (-2) ise m kaçtır?

**Çözüm:**

x yerine (-2) yazılır.

$$(-2)^2 + (m+7) \cdot (-2) + m = 0$$

$$4 - 2m - 14 + m = 0$$

$$-m - 10 = 0$$

$$m = -10$$

### **SEÇENEK DENKLEMLERİ**

Seçenekler x yerine yazılır.

Soru 1: (2003 BÜT – 2007 YS)

$$6 - \sqrt{x+5} = x - 1$$

- A) {-4}                      B) {2}  
 C) {-2}                      D) {4}  
 E) {0}

**Çözüm:**

Soru 7: (2006 AS)

$x^2 - x - 2 = 0$  denkleminin kökler toplamı nedir?

**Çözüm:**

x'in katsayısının ters işaretlisiydi. 1 ✓

Soru 2: (2008 YS)

$2x^3 - 4x^2 = 0$  denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A)  $(-\infty, 2]$                       B)  $[0, 2]$   
 C)  $\{-2, 0\}$                       D)  $\{-2, 2\}$   
 E)  $\{0, 2\}$

**Çözüm:** Yanıt E'dir. Aralıklar elenir, çünkü eşitsizlik değildir.

- A)  $\{4\} \Rightarrow 6 - \sqrt{-4+5} = -4 - 1 \Rightarrow 6 - 1 = -5 \Rightarrow 5 \neq -5$   
 B)  $\{2\} \Rightarrow 6 - \sqrt{2+5} = 2 - 1 \Rightarrow 6 - \sqrt{7}$  Devam Etme  
 C)  $\{2\} \Rightarrow 6 - \sqrt{-2+5} = -2 - 1 \Rightarrow 6 - \sqrt{3}$  Devam Etme  
 D)  $\{4\} \Rightarrow 6 - \sqrt{4+5} = 4 - 1 \Rightarrow 6 - 3 = 3 \Rightarrow 3 = 3$   
 E)  $\{3\} \Rightarrow 6 - \sqrt{5}$  Devam Etme  
 Yanıt D'dir.

Soru 3: (2005 AS)

- $x+1 = \sqrt{x+1}$   
 A) {1,2,3}  
 B) {-1,0}  
 C) {3}  
 D) {0}  
 E)  $\emptyset$   
 Çözüm:

B)  $\{-1,0\} \Rightarrow -1+1 = \sqrt{-1+1} \Rightarrow 0=0$  Yanıt B'dir.  
 $0+1 = \sqrt{0+1} \Rightarrow 1=1$

Soru 4: (2008 AS)

- $\sqrt{2x^2+1} = 3$  eşitliğinin çözüm kümesi nedir?  
 A) [-2,2]  
 B) {-2,2}  
 C) [2,∞)  
 D) {-2,0}  
 E) {-4,4}  
 Çözüm:

B)  $\{-2,2\} \Rightarrow \sqrt{2 \cdot (-2)^2 + 1} = 3 \Rightarrow 3 = 3$  Yanıt B'dir.  
 $\sqrt{2 \cdot 2^2 + 1} = 3 \Rightarrow 3 = 3$

Soru 5: (2003 AS – 2007 AS)

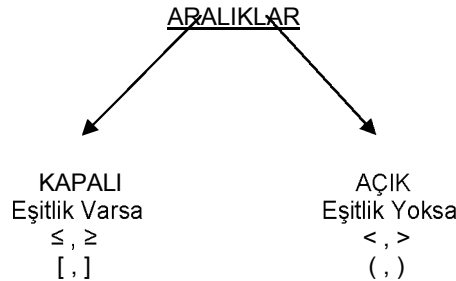
- $\sqrt{5x+6} = x$  denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?  
 A) {4} B) {5} C) {6} D) {7} E) {8}

Çözüm:  
 C)  $\{6\} \Rightarrow \sqrt{5 \cdot 6 + 6} = 6 \Rightarrow 6 = 6$

### EŞİTSİZLİKLER VE ARALIKLAR

Eşit olmayan ve sıralanabilen iki cebirsel ifadeden birinin diğerinden büyük veya büyük eşit, küçük veya küçük eşit olduğunu belirleyen bağıntıya eşitsizlik denir.

$ax + b \leq$   
 $\geq$   
 $<$   
 $>$   
 biçimindeki ifadelere birinci dereceden eşitsizlik denir.



NOT!  $\infty$ 'lar daima açık aralıktır.

NOT! x'in işareti (-) ise eşitsizlik yön değiştirir.

NOT! Birinci dereceden eşitsizlik çözümü aynen birinci dereceden denklemlerde olduğu gibidir.

ÖRN:

$-1 \leq x \leq 3 \rightarrow [-1,3]$      $-2 < x \leq 1 \rightarrow (-2,1]$      $0 \leq x < 2 \rightarrow [0,2)$      $-3 < x < 3 \rightarrow (-3,3)$

Soru 1:

$5(x-2) > 9x - 3(2x-4)$  eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

Çözüm:

Parantezler açılır.  
 $5x - 10 > 9x - 6x + 12$

Soru 2:

$3 \leq 2x - 1 < 5$

Çözüm:

x yalnız kalmalı.  
 $3+1 \leq 2x < 5+1$

Düzenleme yapılır.  
 $5x - 10 > 3x + 12$   
 $2x > 22$   
 $x > 11$

$4 \leq 2x < 6$   
 $2 \leq x < 3$   
[2,3) ✓

$-\infty$                        $\infty$   
11

(11,+  $\infty$ ) çözüm kümesidir.

Soru 3:  
 $7 \leq 2-x < 9$

**Çözüm:**  
 $7-2 \leq -x < 9-2$   
 $5 \leq -x < 7$   
 $-5 \geq x > -7$

NOT! x'in işareti (-) olduğunda eşitsizlik yön değiştirir.

$(-7, -5]$  ✓

**İkinci Dereceden Eşitsizlikler**

$ax^2 + bx + c$      $\leq$   
                          $\geq$   
                          $<$   
                          $>$

biçimindeki ifadelere ikinci dereceden eşitsizlik denir.

NOT! Çözüm ikinci dereceden denklemlerde olduğu gibidir. Seçenekler üzerinde kapalı mı yoksa açık aralık mı olduğuna karar verilir.

Soru 1: (2007 AS)

$x^2 - 2x \leq 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) [-2,0]            B) (-2,0)            C) [-2,2]            D) (0,2)            E) [0,2] ✓

**Çözüm:**

Soru kapalı aralık olmalıdır. Yani B ve D seçenekleri elenir. Verilen sorunun köklerini bulmak gerekir.

$x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \rightarrow x = 0$  ve  $x = 2$  [0,2] ✓

Soru 2: (2003 AS)

$x^2 - 6x \leq -5$  eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1,5)            B) [1,5]            C) [-1,5]            D) [1,5)            E) [1,5] ✓

**Çözüm:**

(-5) diğer tarafa atılmalıdır. Bir taraf (0) olmalıdır.

$x^2 - 6x + 5 \leq 0$

Kapalı aralık olmasından dolayı A, B, D seçenekleri elenir. Seçenek çarpımı 5'i, toplamı ise 6'yı vermelidir. O halde yanıt (E)'dir.

Soru 3: (2004 AS)

$x^2 - 4x + 4 \leq 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {2} ✓            B) {1,2}            C) {0}  
D) {-1}            E) {-2}

**Çözüm:**

Soru her ne kadar eşitsizlik konusunu belirtse de çakışık kök olduğundan dolayı aralık olarak gösterilmeyecektir. Yanıt A'dır.

Soru 4: (2005 AS)

$x^2 - 10x + 25 \leq 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {5} ✓            B) {1,5}            C) {6}  
D) {-5,1}            E) {-5}

**Çözüm:**

Soru her ne kadar eşitsizlik konusunu belirtse de çakışık kök olduğundan dolayı aralık olarak gösterilmeyecektir. Yanıt A'dır.

Soru 5: (2006 AS)

$\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 4} \leq 0$

**Çözüm:**

[-5,3] ✓ Bu türlü sorularda paydaya hiç bakılmadan pay üzerinden işlem yapılırdı.

**Soru 6: (2007 BÜT)**

$x^2 + 8x + 16 \geq 0$

- A) {-4}  
B) [-4,  $\infty$ )  
C) R

- D)  $(-\infty, -4]$   
E)  $[-4, 4]$

**Çözüm:**

Çakışık kök olduğundan dolayı aralık değildir. Yanıt A'dır

Soru 7: (2007 YS)

$x^2 - 4x - 12 \leq 0$  eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $[-2, 6]$  ✓ B)  $[-2, 2]$  C)  $[0, 2]$  D)  $[3, 4]$  E)  $[6, \infty)$

**Çözüm:**

Seçenek çarpımı  $(-12)$ 'yi, toplamı ise  $4$ 'ü vermelidir. O halde yanıt (A)'dır.

Soru 8: (2008 YS)

$x^2 + x - 20 \leq 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-\infty, -5)$  B)  $(4, \infty)$  C)  $[-5, 4]$  ✓ D)  $(-5, 4)$  E)  $[4, \infty)$

**Çözüm:**

Seçenek çarpımı  $(-20)$ 'yi, toplamı ise  $(-1)$ 'i vermelidir. O halde yanıt (C)'dir.

Soru 9: (2008 AS)

$3x^2 - 6x + 5 \geq 2x^2 - 4$  eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-\infty, 3]$   
B)  $[3, \infty)$   
C)  $\mathbb{R}$  ✓  
D)  $[-3, 3]$   
E)  $[-3, \infty)$

**Çözüm:**

Soruda düzenleme yapılırsa  $x^2 - 6x + 9$  halini alır. Bu denklemi bütün sayılar sağlamaktadır. O halde cevap C'dir.

**MUTLAK DEĞER**

Özellikler

1.  $|İfade| = \text{Sayı}$

$-\text{Sayı} = |İfade| = \text{Sayı}$

2.  $|İfade| \leq \text{Sayı}$

$-\text{Sayı} \leq İfade \leq \text{Sayı}$

3.  $|İfade| \geq \text{Sayı}$

$-\text{Sayı} \geq İfade \geq \text{Sayı}$

Soru 1:

$|2x - 4| = 6$

**Çözüm:**

$-6 = 2x - 4 = 6$   
 $-6 + 4 = 2x = 6 + 4$   
 $-2 = 2x = 10$   
 $-1 = x = 5$   
Ç.K =  $\{-1, 5\}$

Soru 3: (2006 AS)

$|8 + \left( -|-2 - 12| \right)| = ?$

**Çözüm:**

$|8 + (-14)| \Rightarrow |8 - 10| = |-2| = 2$

Soru 5: (2005 AS)

$|2x - 1| + 5 = 2$

**Çözüm:**

Mutlak değerın yanında hiçbir şey olmamalıdır. Bu yüzden 5 diğer tarafa atılır.

$|2x - 1| = 2 - 5$

$|2x - 1| = -3$

Sorunun cevabı  $\emptyset$  dir. Çünkü mutlak değer dışarı  $(-)$  çıkmaz.

Soru 7: (2008 YS)

$x > 2$  ise,  $|x - 2| - |2x| + |1 - x|$  ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 1 C) 0 D)  $-2$  E)  $-3$  ✓

**Çözüm:**

Soru 2: (2004 AS)

$|2x - 6| = 70$  denkleminin kökler toplamı nedir?

**Çözüm:**

$-70 = 2x - 6 = 70$   
 $-70 + 6 = 2x = 70 + 6$   
 $-64 = 2x = 76$   
 $-32 = x = 38$   
 $38 - 32 = 6$  ✓

Soru 4: (2006 YS)

$|3x + |-4x|| = 14$  ise  $x = ?$

**Çözüm:**

$|3x + 4x| = 14$

$7x = 14 \Rightarrow x = 2$

Soru 6: (2008 AS)

$x + 3 = 1$  ise,  $|x - |4x - 3||$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 13 ✓ B) 10 C) 4 D) 1 E)  $-13$

**Çözüm:**  $x = -2$

$|-2 - |-8 - 3|| \Rightarrow |-2 - 11| \Rightarrow |-13| = 13$

$x - 2 > 0$  ve  $0 > 2 - x$  olduğuna göre;  
 $x - 2 - 2x - 1 + x$  ise yanıt  $-3$ 'tür.

Soru 8: (2007 BÜT)

$x < 0$  ise  $4 + |-3x| = 7$  eşitliğini sağlayan  $x$  sayısı için  $3x + 1$  değeri kaçtır?

A) 1 B) -1 C) -2 ✓ D) -4 E) -6

**Çözüm:**

$$4 - 3x = 7$$

$$-3x = 3 \text{ ise } x = -1 \text{ ve } 3(-1) + 1 = -3 + 1 = -2 \text{ bulunur.}$$

Soru 9: (2007 AS)

$|x + 2| \leq 1$  eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $[-3, 1]$  B)  $[-3, -1]$  ✓ C)  $[-1, 0]$  D)  $(0, \infty)$  E)  $(-\infty, \infty)$

**Çözüm:**

$$-1 \leq x + 2 \leq 1$$

$$-3 \leq x \leq -1$$

$$[-3, -1] \checkmark$$

Soru 10: (2006 BÜT)

$$|3x - 5| - 4 \leq 0$$

**Çözüm:**

$$|3x - 5| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq 3x - 5 \leq 4 \Rightarrow -4 + 5 \leq 3x \leq 4 + 5 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq x \leq 3 \Rightarrow \left[ \frac{1}{3}, 3 \right]$$

Soru 11: (2004 YS)

$$|9 - 2x| \leq 3$$

**Çözüm:**

$$-3 \leq 9 - 2x \leq 3 \Rightarrow -3 - 9 \leq -2x \leq 3 - 9 \Rightarrow -12 \leq -2x \leq -6 \Rightarrow 6 \geq x \geq 3$$

$$[3, 6]$$

Soru 12:

$$|x - 3| \geq 1$$

**Çözüm:**

$$-1 \geq x - 3 \geq 1 \Rightarrow 2 \geq x \geq 4$$

$$(-\infty, 2] \cup [4, \infty)$$

Soru 13:

$$|x + 3| > 3$$

**Çözüm:**

$$-3 > x + 3 > 3 \rightarrow -3 - 3 > x > 3 - 3 \rightarrow -6 > x > 0 \rightarrow (-\infty, -6) \cup (0, +\infty)$$

## FONKSİYONLAR

### FONKSİYONLARDA TANIM KÜMELERİ

$y = f(x)$  şeklindeki ifadeler fonksiyon denir.

**Rasyonel ise:**

- Fonksiyonun tanımsız olduğu nokta sorulduğunda payda = 0 olması gerekir.
- En geniş tanım aralığı sorulduğunda  $EGTA = R - \{TON\}$  yapılıır.

Soru 1:

$$f(x) = \frac{3x^2 - 5x}{x - 5} \text{ ise EGTA} = ?$$

**Çözüm:**

$$TON = x - 5 = 0 \text{ ise } x = 5$$

$$EGTA = R - \{5\}$$

**Köklü ise:**

$$f(x) = \sqrt{\text{ifade}} \text{ ise ifade} \geq 0 \text{ olmalıdır.}$$

Soru 1:

$$f(x) = \sqrt{3 - x} \text{ ise EGTA} = ?$$

**Çözüm:**

Soru 2: (2004 AS)

$$f(x) = \frac{5x + 4}{x^2 - 4} \text{ ise EGTA} = ?$$

**Çözüm:**

$$TON = x^2 - 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2$$

$$EGTA = R - \{-2, 2\}$$

$3 - x \geq 0$  ise  $x \geq 0$  olur. Aralık olarak ifade edersek  $(-\infty, 3]$  ✓

Soru 2:

$$f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{x+1} \text{ ise EGTA} = ?$$

**Çözüm:**

Ayrı ayrı çözüm yapılır.

$$x-3 \geq 0 \quad \text{ve} \quad x+1 \geq 0$$

$$x \geq 3 \quad \text{ve} \quad x \geq -1$$

Yine ayrı ayrı sayı doğrusu çizilip ortak çözüm alındığında;  $[3, +\infty)$  sonucuna ulaşılır.

Soru 3: (2007 AS)

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-3} \text{ fonksiyonunun tanım kümesi nedir?}$$

A)  $[0, 3]$  B)  $[3, +\infty)$  ✓ C)  $[0, +\infty)$  D)  $[-3, 0]$  E)  $(0, 3)$

**Çözüm:**

$$x \geq 0 \quad \text{ve} \quad x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$$

Ayrı ayrı sayı doğrusu çizilip ortak çözüm alındığında;  $[3, +\infty)$  sonucuna ulaşılır.

### FONKSİYONLARDA GÖRÜNTÜ BULMA

Verilen değer x yerine yazılır.

Soru 1: (2007 AS)

$$f(x) = \frac{1+x+\sqrt{x}}{x+3} \text{ fonksiyonu için } f(4) \text{ değeri kaçtır?}$$

A) 5 B) 4 C) 2 D) 1 ✓ E) 0

**Çözüm:**

$$f(4) = \frac{1+4+\sqrt{4}}{4+3} = \frac{5+2}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

Soru 2: (2003 AS – 2007 YS)

$$f(x) = x^2 - 1 \text{ ise } f(2) \cdot f(1) - 1/3 = ?$$

**Çözüm:**

$$f(2) = 2^2 - 1 = 3$$

$$f(1) = 1^2 - 1 = 0 \text{ ise } 3 \cdot 0 - 1/3 = -1/3$$

Soru 3: (2007 BÜT)

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \text{ ve } g(x) = |x^3 - 1| \text{ fonksiyonları için } 5f(2) - 3g(-1) \text{ değeri kaçtır?}$$

**Çözüm:**

$$f(2) = \frac{2}{2^2+1} = \frac{2}{5} \quad \text{ve} \quad g(-1) = |-1-1| = |-2| = 2 \text{ ise}$$

$$5 \cdot \frac{2}{5} - 3 \cdot 2 = -4$$

### FONKSİYONLARDA YAPILAN CEBİRSEL İŞLEMLER

Özellikler

- $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
- $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
- $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- $(f/g)(x) = f(x) / g(x)$

Soru 1: (2003 YS)

$$f(x) = x^2 - 1 \text{ ve } g(x) = 4 - 3x \text{ ise } (6g - f)(1) = ?$$

**Çözüm:**

$$g(1) = 4 - 3 \cdot 1 = 1$$

$$f(1) = 1^2 - 1 = 0$$

$$6 \cdot 1 - 0 = 6$$

Soru 2: (2004 AS)

$$f(x) = x^2 - 1/2 x \text{ ve } g(x) = x + 3 \text{ ise } (6f - 2g)(-1) = ?$$

**Çözüm:**

$$f(-1) = (-1)^2 - 1/2(-1) = 3/2$$

$$g(-1) = -1 + 3 = 2$$

$$6 \cdot 3/2 - 2 \cdot 2 = 9 - 4 = 5$$

Soru 3: (2008 AS)

$$f(x) = 3x^2 - 4, g(x) = 2x - 6 \text{ ise, } f(x) + 2g(x) \text{ fonksiyonu nedir?}$$

**Çözüm:**



$$3x^2 - 4 + 2(2x - 6) \text{ ise } 3x^2 - 4 + 4x - 12$$

$$3x^2 + 4x - 16$$

### PARCALI FONKSİYON

Soru 1:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x > 3 \\ 1 - x^2 & x \leq 3 \end{cases} \text{ ise } f(7) - 3f(0) = ?$$

**Çözüm:**

$f(7)$  için  $7 > 3$  olduğundan dolayı  $2x - 1$   
 $f(0)$  için  $0 \leq 3$  olduğundan dolayı  $1 - x^2$  kullanılır.  
 $f(7) = 2 \cdot 7 - 1 = 2 \cdot 7 - 1 = 13$   
 $f(0) = 1 - x^2 = 1 - 0 = 1$   
 $13 - 3 \cdot 1 = 10 \checkmark$

Soru 2: (2004 YS)

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ x + 3 & x < 0 \end{cases} \text{ ise } f(-1) + f(1) = ?$$

**Çözüm:**

$f(-1) = x + 3 = -1 + 3 = 2$   
 $f(1) = 2x = 2 \cdot 1 = 2$   
 $f(-1) + f(1) = 2 + 2 = 4 \checkmark$

Soru 3: (2005 AS)

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 1 - 3x & x < 0 \end{cases} \text{ ise } 2f(1) + h(f(1)) = ?$$

**Çözüm:**

$f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$        $h(3) = x^2 = 9$   
 $2 \cdot 3 + 9 = 15 \checkmark$

Soru 4: (2006 AS)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & x > 2 \\ 2x + 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - a & x < 2 \end{cases} \text{ ise } f(3) + f(2) - 2f(-1) = 30 \text{ ise } a = ?$$

**Çözüm:**

$f(3) = x^2 + a \rightarrow 9 + a$   
 $f(2) = 2x + 1 \rightarrow 2 \cdot 2 + 1 = 5$   
 $f(-1) = x^2 - a \rightarrow (-1)^2 - a = 1 - a$   
 $9 + a + 5 - 2(1 - a) = 30 \rightarrow 14 + a - 2 + 2a = 30$   
 $12 + 3a = 30$   
 $3a = 18$   
 $a = 6 \checkmark$

Soru 5: (2007 AS)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 1 \\ 2 & 1 \leq x \leq 3 \\ x - 1 & x > 3 \end{cases} \text{ ise } f(0) + f(3) + f(4) = ?$$

**Çözüm:**

$f(0) = x^2 + 1 = 0 + 1 = 1$   
 $f(3) = 2$   
 $f(4) = x - 1 = 4 - 1 = 3$   
 $f(0) + f(3) + f(4) = 1 + 2 + 3 = 6 \checkmark$

Soru 6: (2008 AS)

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & x \geq 0 \\ x - 1 & x < 0 \end{cases} \text{ fonksiyonu için } 3f(2) + 5f(-3) \text{ sayısı kaçtır?}$$

**Çözüm:**

$f(2) = 3x^2 - 1 = 3 \cdot 2^2 - 1 = 11$   
 $f(-3) = x - 1 = -3 - 1 = -4$   
 $3 \cdot 11 + 5 \cdot (-4) = 13 \checkmark$

### BİLESKE FONKSİYON

1.  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
2.  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$
3.  $(f \circ f)(x) = f(f(x))$
4.  $(g \circ g)(x) = g(g(x))$

NOT! Sondakini bul, bulduğunu baştakinde x yerine yaz.

Soru 1: (2003 AS – 2007 AS)

$f(x) = x^2 + 1$  ve  $g(x) = x^2 - 4x + 4$  ise  $(g \circ f)(1)$  değeri nedir?  
A) 4    B) 3    C) 2    D) 1    E) 0  $\checkmark$

**Çözüm:**

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2$$

$$g(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 0$$

Soru 2: (2003 BÜT)

$$f(x) = \frac{1}{1-x} \text{ ve } g(x) = \sqrt{x+1} \text{ ise } h(x) = (f \circ g)(x) \text{ nedir?}$$

**Çözüm:**

$$(f \circ g)(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{x+1}} \checkmark$$

Soru 4: (2006 YS)

$f(x) = 2x + a$  ve  $(f \circ f)(1) = 13$  ise  $a$  kaçtır?

**Çözüm:**

$$f(1) = 2 \cdot 1 + a = 2 + a$$

$$f(2 + a) = 2(2 + a) + a$$

$$= 4 + 3a$$

$$4 + 3a = 13$$

$$3a = 9$$

$$a = 3 \checkmark$$

Soru 5: (2006 AS)

$$f(x) = \sqrt{|x-5|} + 3 \text{ ve } g(x) = x^2 + x - 1 \text{ ise } (g \circ f)(4) = ?$$

**Çözüm:**

$$f(4) = \sqrt{|4-5|} + 3 \Rightarrow \sqrt{1} + 3 = 2$$

$$g(2) = 2^2 + 2 - 1 = 5$$

Soru 7: (2008 YS)

$$f(x) = |x - x^2| \text{ ve } g(x) = -x^2 + 1 \text{ olduğuna göre } (f \circ g)(-2) \text{ sayısı kaçtır?}$$

$$A) -12 \quad B) -6 \quad C) 3 \quad D) 8 \quad E) 12 \checkmark$$

**Çözüm:**

$$g(-2) = -(-2)^2 + 1 = -4 + 1 = -3$$

$$f(-3) = |-3 - (-3)^2| = |-3 - 9| = |-12| = 12 \checkmark$$

Soru 8: (2008 AS)

$$f(x) = 2x + 1, g(x) = x - 4 \text{ ise, } (g \circ f)(2) \text{ değeri kaçtır?}$$

$$A) -5 \quad B) -3 \quad C) 1 \checkmark \quad D) 2 \quad E) 4$$

**Çözüm:**

$$f(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

$$g(5) = 5 - 4 = 1$$

### TERS FONKSİYON

$f(x) \rightarrow f^{-1}(x)$  ters fonksiyon.

Özellikler:

$$1. y = ax + b \text{ fonksiyonunun ters fonksiyonu } y^{-1} = \frac{x-b}{a}$$

$$2. y = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ fonksiyonunun ters fonksiyonu } y^{-1} = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

Soru 1:

$$y = 3x - 5 \text{ ise } y^{-1} = ?$$

**Çözüm:**

$$y^{-1} = \frac{x+5}{3}$$

Soru 3: (2004 AS)

$$f(x) = x - 2 \text{ ve } g(x) = -x^2 - x \text{ ise } (g \circ f)(1) = ?$$

**Çözüm:**

$$f(1) = 1 - 2 = -1 \quad g(-1) = -(-1)^2 - (-1) = -1 + 1 = 0 \checkmark$$

Soru 6: (2005 AS)

$$f(x) = x - 3 \text{ ve } g(x) = x^2 - 4 \text{ } g(f(x)) = 0 \text{ ise } x \text{ nedir?}$$

**Çözüm:**

$$g(f(x)) = (x-3)^2 - 4 = 0 \quad \text{Seçenekler } x \text{ yerine yazılırsa}$$

cevabın 1 ve 5 olduğu görülür.

Soru 2: (2003 AS - 2005 AS)

$$f(x) = \frac{5x+1}{3} \text{ ise } f^{-1}(x) = ?$$

**Çözüm:**

$$f(x) = \frac{5x+1}{3} \text{ ise } f^{-1}(x) = \frac{-3x+1}{-5}$$

Seçeneklerde yoksa her şeyin işaretini değiştir.

$$f^{-1}(x) = \frac{3x-1}{5}$$

Soru 3: (2007 AS)

$$f(x) = \frac{2x}{1-x} \text{ ise } f^{-1}(x) = ?$$

**Çözüm:**

$$f(x) = \frac{2x}{-x+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x}{-x-2} \Rightarrow \frac{x}{x+2}$$

Soru 5: (2006 AS)

$$f(x) = \frac{x+a}{3} \text{ ve } f^{-1}(2) = 4 \text{ ise } a = ?$$

**Çözüm:**

$$f^{-1}(x) = \frac{-3x+a}{-1} = 3x-a$$

$$f^{-1}(2) = 3 \cdot 2 - a = 4$$

$$6 - a = 4$$

$$a = 2$$

Soru 6: (2007 BÜT)

$$f(x) = 3x - 2, g(x) = x^2 - 3ax \text{ ve } (g \circ f^{-1})(4) = 16 \text{ ise } a = ?$$

**Çözüm:**

$$f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3} \Rightarrow f^{-1}(4) = \frac{4+2}{3} = 2$$

$$g\left(\underbrace{f^{-1}(4)}_2\right) = 16$$

$$g(2) = 2^2 - 3 \cdot a \cdot 2 = 4 - 6a = 16 \Rightarrow -6a = 12 \Rightarrow a = -2$$

## TÜREV

x'li gördüğün her terimin üssünü başa getir, üssü (1) eksilt.

**Örn:**

$$1) f(x) = x^3 \quad f'(x) = 3x^2$$

$$2) f(x) = x^7 \quad f'(x) = 7x^6$$

$$3) f(x) = 3x^2 \quad f'(x) = 6x$$

$$4) f(x) = 5x^3 \quad f'(x) = 15x^2$$

$$5) f(x) = x \quad f'(x) = 1$$

$$6) f(x) = 5x \quad f'(x) = 5$$

$$7) f(x) = 2^{64} \quad f'(x) = 0$$

$$8) f(x) = 6 \quad f'(x) = 0$$

NOT! Sabit sayının türevi daima sıfırdır. Sabit sayı yanın x olmayan sayıdır.

## Türev Alma Kuralları

### 1) Toplama - Çıkarmanın Türevi

Her terimin ayrı ayrı türevi alınır.

Soru 1:

$$f(x) = 1 + x + x^2 \text{ ise } f'(x) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = 0 + 1 + 2x$$

Türev alındıktan sonra x yerine 3 yazılır.

$$f'(3) = 1 + 2 \cdot 3 = 7 \checkmark$$

Soru 4: (2004 AS)

$$f(x) = \frac{x+1}{2} \text{ ise } f^{-1}(x) = ?$$

**Çözüm:**

$$f^{-1}(x) = \frac{-2x+1}{-1} = 2x-1$$

Soru 2:

$$f(x) = 3x^2 - 6x - 3 \text{ için } f'(1) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = 6x - 6$$

$$f'(1) = 6 \cdot 1 - 6 = 0 \checkmark$$

Soru 3: (2003 AS)

$$f(x) = x^3 - 2x + 9 \text{ için } f'(-1) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = 3x^2 - 2$$

$$f'(-1) = 3(-1)^2 - 2$$

$$= 3 - 2 = 1 \checkmark$$

## 2) Parantezin Türevi

$$f(x) = (\text{ifade})^{\text{üs}} \rightarrow f'(x) = \text{üs} \cdot (\text{ifade})^{\text{üs}-1} \cdot (\text{ifadenin Türevi})$$

Soru 1: (2003 AS)  
 $f(x) = (-2x + 7)^3$  için  $f'(x) = ?$

**Çözüm:**  
 $f'(x) = 3(-2x + 7)^2 \cdot (-2)$   
 $= -6(-2x + 7)^2 \checkmark$

Soru 2: (2003 YS – 2004 AS)  
 $f(x) = (3x - 1)^2$  için  $f'(4) = ?$

**Çözüm:**  
 $f'(x) = 2 \cdot (3x - 1) \cdot 3$   
 $f'(4) = 2 \cdot (3 \cdot 4 - 1) \cdot 3$   
 $f'(4) = 2 \cdot 11 \cdot 3$   
 $f'(4) = 66$

Soru 3: (2008 AS)  
 $f(x) = (5x - 1)^2$  fonksiyonunun  $x = 0$  noktasındaki türevi kaçtır?  
A) 5 B) 3 C) 0 D) -5 E) -10  $\checkmark$

**Çözüm:**  
 $f'(x) = 2 \cdot (5x - 1) \cdot 5$   
 $f'(x) = 2 \cdot (5 \cdot 0 - 1) \cdot 5$   
 $f'(x) = 2 \cdot (-1) \cdot 5$   
 $f'(x) = -10 \checkmark$

## 3) Çarpımın Türevi

$$f(x) = \text{Birinci İfade} \cdot \text{İkinci İfade} \rightarrow f'(x) = \text{Birinci İfadenin Türevi} \cdot \text{İkinci İfade} + \text{İkinci İfadenin Türevi} \cdot \text{Birinci İfade}$$

Soru 1:  
 $f(x) = (x + 1) \cdot (2x - 1)$  için  $f'(1) = ?$

**Çözüm:**  
 $f'(x) = 1 \cdot (2x - 1) + 2 \cdot (x + 1)$   
 $f'(1) = (2 \cdot 1 - 1) + 2(1 + 1) = 5 \checkmark$

## 4) Bölümün Türevi

$$f(x) = \frac{1}{11} \rightarrow f'(x) = \frac{1 \cdot 11 - 1 \cdot 1}{11^2}$$

Soru 1: (2006 AS)  
 $f(x) = \frac{x^2 + x + 3}{2x^2 - x + 1}$  için  $f'(0) = ?$

**Çözüm:**  
 $f'(x) = \frac{(2x + 1)(2x^2 - x + 1) - (4x - 1)(x^2 + x + 3)}{(2x^2 - x + 1)^2} \Rightarrow f'(0) = \frac{1 \cdot 1 - (-1) \cdot 3}{1} = 4$

Soru 2: (2006 BÜT)  
 $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + 4x + 1}$  için  $f'(0) = ?$

**Çözüm:**  
 $f'(x) = \frac{(3x^2 - 1)(x^2 + 4x + 1) - (2x + 4)(x^3 - x)}{(x^2 + 4x + 1)^2} \Rightarrow f'(0) = \frac{(-1) \cdot 1 - 4 \cdot 0}{1} = \frac{-1}{1} = -1$

Soru 3: (2005 AS – 2007 AS)  
 $f(x) = \frac{2 - 3x}{2x + 4}$  için  $f'(0) = ?$

**Çözüm:**  
 $f'(x) = \frac{-3(2x + 4) - 2(2 - 3x)}{(2x + 4)^2} = \frac{-12 - 4}{16} = -1$

## Soru 4: (2007 BÜT)

$$f(x) = \frac{x^3 - 2}{2x - 1} \text{ için } f'(1) = ?$$

A) -10 B) -8 C) 0 D) 5✓ E) 9

**Çözüm:**

$$f(x) = \frac{3x^2(2x-1) - 2(x^3-2)}{(2x-1)^2} = \frac{3 \cdot 1 - 2 \cdot (-1)}{1} = 5$$

Soru 5: (2008 AS)

$$f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x - 2} \text{ fonksiyonu için } f'(1) \text{ değeri kaçtır?}$$

A) -7 B) -5✓ C) -3 D) 2 E) 6

**Çözüm:**

$$f(x) = \frac{4x(x-2) - 1 \cdot (2x^2 - 1)}{(x-2)^2} = \frac{4(-1) - 1 \cdot 1}{(-1)^2} = -5$$

### 5) Kökün Türevi

$$f(x) = \sqrt[n]{\text{ifade}} \rightarrow f'(x) = \frac{\text{ifadenin Türevi}}{n \cdot \sqrt[n]{(\text{ifade})^{n-1}}}$$

Soru 1:

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \text{ için } f'(1) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = \frac{1}{3 \sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{3 \cdot 1} = \frac{1}{3}$$

Soru 2:

$$f(x) = \sqrt{4x+8} \text{ için } f'(2) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = \frac{4}{2\sqrt{4x+8}} = \frac{4}{2\sqrt{4 \cdot 2 + 8}} = \frac{4}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2}$$

NOT!  $\sqrt{x} \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}$  Ezberlenecek

Soru 3: (2007 YS)

$$f(x) = \frac{x + 2\sqrt{x}}{2} \text{ fonksiyonu için } f'(1) \text{ sayısı kaçtır?}$$

A) 3 B) 2 C) 3/2 D) 1✓ E) -1

**Çözüm:**

$$f(x) = \frac{x}{2} + \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ Bu soru bölümün türevinden hareketle de çözülebilir.}$$

### 6) Üs Negatif İse:

**Örn:**

$$f(x) = x^{-2} \quad f'(x) = ?$$

$$f'(x) = -2x^{-3}$$

### 7) Yüksek Mertebeden Türev

Soru 1: (2003 AS - 2007 AS)

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1 \text{ için } f'''(x) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 10x - 7$$

$$f''(x) = 12x^2 - 12x + 10$$

$$f'''(x) = 24x - 12$$

Soru 2: (2005 AS)

$$f(x) = (3x + 4)^4 \text{ için } f'(-1) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = 4(3x + 4)^3 \cdot 3 = 12(3x + 4)^3 \rightarrow \text{Parantezin türevi vardı.}$$

$$f'(-1) = 12 \cdot 3(3(-1) + 4)^2 \cdot 3 = 36 \cdot (3(-1) + 4)^2 \cdot 3 = 108 \checkmark$$

Tekrar parantezin türevi olduğu görülüyor.

Soru 3: (2006 AS)

$$f(x) = (x + 3)(x^2 - 1) \quad f''(1) = ?$$

**Çözüm:**

$$f(x) = x^3 - x + 3x^2 - 3 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 1 + 6x$$

$$f'(x) = 6x + 6 \rightarrow f'(1) = 6 \cdot 1 + 6 = 12$$

Aynı soru çarpımın türevinden hareketle de çözülebilirdi.

**Soru 4: (2003 BÜT)**

$$f(x) = (x^2 - x + 1)^2 \text{ ise } f'(0) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = 2(x^2 - x + 1) \cdot (2x - 1) \rightarrow \text{Parantezin Türevi}$$

$$= (2x^2 - 2x + 2) \cdot (2x - 1)$$

$$f'(x) = (4x - 2) \cdot (2x - 1) + 2 \cdot (2x^2 - 2x + 2) \rightarrow \text{Çarpımın Türevi}$$

$$f'(0) = (-2) \cdot (-1) + 2 \cdot 2 = 2 + 4 = 6 \checkmark$$

**Soru 5: (2008 AS)**

$f(x) = 3x^2 - 2x + 4$  fonksiyonunun  $f'(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $6\checkmark$

B) 4

C)  $6x - 2$

D)  $3x + 4$

E)  $3x - 2$

**Çözüm:**

$$f'(x) = 6x - 2$$

$$f'(x) = 6$$

**8) Karmaşık Türev****Soru 1: (2006 YS)**

$$f(x) = (x + 1) \cdot \sqrt{2x + 2} \text{ için } f'(1) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = 1 \cdot \sqrt{2x + 2} + \frac{2}{2 \cdot \sqrt{2x + 2}} \cdot (x + 1)$$

$$f'(1) = \sqrt{2 \cdot 1 + 2} + \frac{2}{2 \cdot \sqrt{2 \cdot 1 + 2}} \cdot (1 + 1) \Rightarrow 2 + \frac{2}{2 \cdot 2} \cdot 2 = 2 + 1 = 3$$

Çarpımın türevi uygulandı. Bu türevin içinde kökün de türevi olduğu görülüyor. NOT! Türev yetişmezse bu haftaya kaydırabilirsiniz.

**MARJİNAL****Birinci Soru Tipi**

Türev alınır, x yerine verilen değer yazılır.

**Soru 1: (2003 AS)**

Maliyet fonksiyonu  $C(x) = 50x + 200\sqrt{x} + 1000$  olan bir mal için  $x = 25$  noktasındaki marjinal maliyet nedir?

**Çözüm:**

$$C'(x) = 50 + 200 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow C'(25) = 50 + 200 \cdot \frac{1}{2\sqrt{25}} \Rightarrow 50 + \frac{200}{10} = 70$$

**Soru 2: (2004 YS)**

Toplam maliyet fonksiyonu  $f(x) = 100x + 400\sqrt{x} + 1000$  olan bir mal için  $x = 25$  noktasındaki marjinal maliyet kaçtır?

**Çözüm:**

$$C'(x) = 100 + 400 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow C'(25) = 100 + 400 \cdot \frac{1}{2\sqrt{25}} \Rightarrow 100 + \frac{400}{10} = 140$$

**Soru 3: (2004 AS)**

x mal miktarı olmak üzere bir malın toplam gelir fonksiyonu  $f(x) = 50x - \frac{x^2}{1000}$  olarak belirlenmiştir. Buna göre  $x = 1000$  noktasındaki marjinal gelir kaçtır?

**Çözüm:**

$$f'(x) = 50 - \frac{x}{500} = f'(1000) = 50 - \frac{1000}{500} = 50 - 2 = 48$$

Soru 4: (2004 AS)

x mal miktarı olmak üzere bir malın toplam maliyet fonksiyonu  $f(x) = 2x^3 - 4x$  olduğuna göre marjinal maliyet fonksiyonu nedir?

**Çözüm:**

$$f'(x) = 6x^2 - 4$$

Soru 5: (2006 YS)

Bir mal için toplam maliyet fonksiyonu  $C(x) = 20x - \frac{x^2}{50}$  ise  $x = 50$  noktası için marjinal maliyet kaçtır?

**Çözüm:**

$$f'(x) = 20 - \frac{x}{25} = f'(50) = 20 - \frac{50}{25} = 20 - 2 = 18$$

Soru 6: (2005 AS)

$C(x) = 0,1x^3 - 0,5x^2 + 400x + 300$  ise  $x = 10$  noktasındaki marjinal maliyet nedir?

**Çözüm:**

$$C'(x) = 0,3x^2 - 1x + 400 \rightarrow C'(10) = 0,3(10)^2 - 10 + 400 = 30 - 10 + 400 = 420$$

Soru 7: (2008 YS)

x mal miktarı olmak üzere bir malın YTL cinsinden gelir fonksiyonu  $R(x) = 40x - \frac{x^2}{300}$ ,  $0 \leq x \leq 4000$  dir. Buna göre,

x = 300 noktasındaki marjinal gelir kaçtır?

A) 24 B) 28 C) 32 D) 38✓ E) 40

**Çözüm:**

$$R'(x) = 40 - \frac{x}{150} = f'(300) = 40 - \frac{300}{150} = 40 - 2 = 38$$

Soru 8: (2007 YS)

Bir malın gelir fonksiyonu  $R(x) = 30x - \frac{x^2}{100}$  dür. Buna göre,  $x = 200$  için marjinal gelir kaçtır?

A) 20 B) 24 C) 26✓ D) 28 E) 30

**Çözüm:**

$$R'(x) = 30 - \frac{x}{50} = f'(200) = 30 - \frac{200}{50} = 30 - 4 = 26$$

**İkinci Soru Tipi**

Türev al, sifıra eşitle ve x'i bul. Üretim miktarı sorulacaktır. Üretim miktarından kasıt x'dir.

Soru 1: (2003 YS – 2007 AS)

Toplam maliyet fonksiyonu  $f(x) = 5000 + 100x - \frac{x^2}{24}$  olduğuna göre maliyetin en yüksek olduğu üretim miktarı nedir?

**Çözüm:**

$$f'(x) = 100 - \frac{x}{12} \Rightarrow 100 - \frac{x}{12} = 0 \Rightarrow 100 = \frac{x}{12} \Rightarrow x = 1200$$

Soru 2: (2005 AS – 2007 AS)

$K(x) = (120 - x)(x - 6)$  fonksiyonunda  $0 < x < 120$  için hangi aralıkta fiyat arttıkça kar azalır?

A) (6,120) B) (50,100) C) (0,120) D) (63,120) ✓ E) (0,63)

**Çözüm:**

$$K'(x) = -1(x - 6) + 1(120 - x) = -x + 6 + 120 - x = 126 - 2x$$

$$126 - 2x = 0 \rightarrow 2x = 126 \rightarrow x = 63$$

(63,120) aralığında fiyat arttıkça kar azalır. x yerine 64,65 verildikçe değerin azaldığı görülür ki 120 verince zaten kar sıfır (0) olduğu bellidir. Kısacası seçeneklerden gidilebilir.

Soru 3: (2006 AS)

Bir mal için gelir fonksiyonu  $R(x) = 4000 + 80x - x^2/20$  ise bu mal için en yüksek üretim miktarı kaçtır?

**Çözüm:**

$$R(x) = 80 - \frac{x}{10} \Rightarrow 80 - \frac{x}{10} = 0 \Rightarrow 80 = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 800$$

**Soru 4: (2007 BÜT)**

$x$  mal miktarı olmak üzere bir malın kar fonksiyonu YTL cinsinden  $K(x) = 200x - x^2/30$ ,  $0 \leq x \leq 4000$  veriliyor. Buna göre, maksimum karın elde edildiği mal miktarı nedir?

**Çözüm:**

$$R(x) = 200 - \frac{x}{15} \Rightarrow 200 - \frac{x}{15} = 0 \Rightarrow 200 = \frac{x}{15} \Rightarrow x = 3000$$

**Üçüncü Soru Tipi**

Türev alınır, sıfıra eşitlenir ve  $x$  bulunur. Bulunan  $x$  ilk verilen fonksiyonda yerine yazılır.

**Soru 1: (2004 AS)**

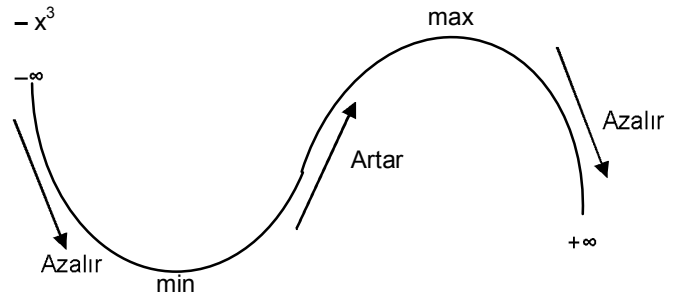
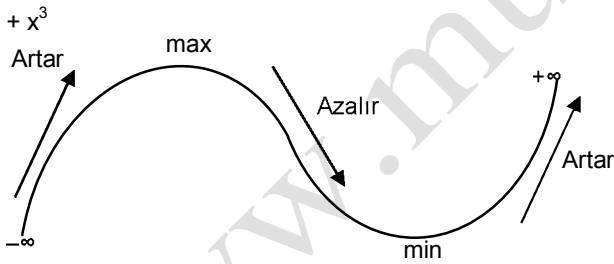
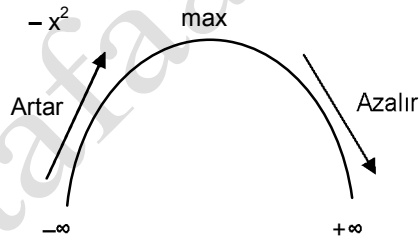
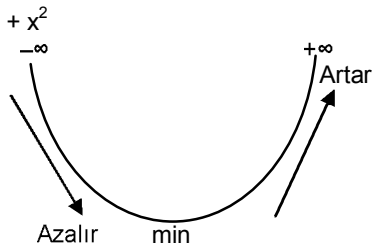
$x$  mal miktarı olmak üzere kar fonksiyonu  $K(x) = 250x - x^2/8$  olduğuna göre en yüksek kar kaçır?

**Çözüm:**

$$K(x) = 250 - \frac{x}{4} \Rightarrow 250 - \frac{x}{4} = 0 \Rightarrow 250 = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 1000 \Rightarrow K(x) = 250 \cdot 1000 - \frac{(1000)^2}{8} \Rightarrow 250000 - 125000 = 125000$$

**TEPE NOKTASI – MAX – MİN NOKTASI – YEREL MAX – YEREL MİN NOKTASI**  
**ARTAN – AZALAN ARALIGIN BULUNUŞU**

Türev al, sıfıra eşitle ve  $x$ 'i bul.



apsis  $\rightarrow x$                       değer  $\rightarrow y$                       koordinat  $\rightarrow (x,y)$

Değerin Bulunuşu: Türev alınıp sıfıra eşitlenerek bulunan  $x$ , ilk verilen fonksiyonda yerine yazılır.

**Soru 1:**

$y = x^2 + 3x + 4$  fonksiyonunun;

- Tepe noktasının apsisi nedir?
- Tepe noktasının değeri nedir?
- Tepe noktasının koordinatı nedir?
- Artan olduğu aralık nedir?
- Azalan olduğu aralık nedir?

**Çözüm:**

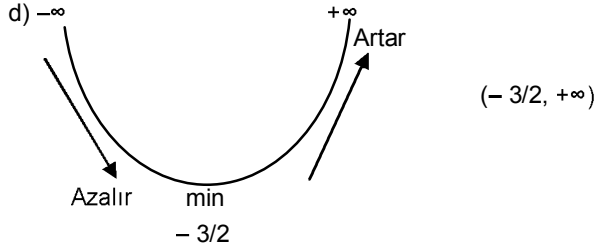
a) Türev alınır ve sıfıra eşitlenir.  
 $2x + 3 = 0 \rightarrow x = -3/2$

c)  $(x,y) \rightarrow (-3/2, 7/4)$



$$b) y = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{-3}{2}\right) + 4 = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} + \frac{4}{1} = \frac{7}{4}$$

(2) (4)



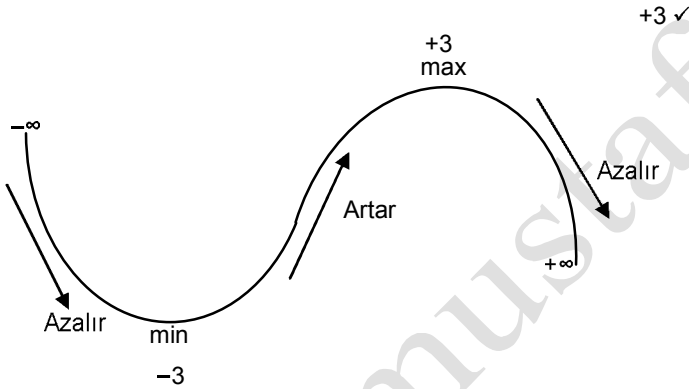
Soru 2:

$y = 27x - x^3$  fonksiyonunun;

- Yerel max. noktasının apsisi nedir?
- Yerel min. noktasının apsisi nedir?
- Yerel max. noktasının değeri nedir?
- Yerel min. noktasının değeri nedir?
- Yerel max. noktasının koordinatı nedir?
- Yerel min. noktasının koordinatı nedir?
- Artan olduğu aralık nedir? (2003 BÜT)
- Azalan olduğu aralık nedir?

**Çözüm:**

a)  $27 - 3x^2 = 0 \rightarrow 3x^2 = 27 \rightarrow x = \pm 3$



b)  $-3$

c)  $y = 27x - x^3 \rightarrow 27 \cdot 3 - 3^3 = 81 - 27 = 54 \checkmark$

d)  $y = 27x - x^3 \rightarrow 27 \cdot (-3) - (-3)^3 = -81 + 27 = -54 \checkmark$

e)  $(x,y) \rightarrow (3,54)$

f)  $(x,y) \rightarrow (-3,-54)$

g)  $(-3,3)$

h)  $(-\infty,-3) \cup (3, \infty)$

Soru 2: (2004 AS)

$f(x) = 2x^2 - 4x$  fonksiyonunun artan olduğu aralık nedir?

**Çözüm:**

$f'(x) = 4x - 4 \rightarrow 4x - 4 = 0 \rightarrow 4x = 4 \rightarrow x = 1$

Artan olduğu aralık  $(1, \infty)$

Soru 3: (2004 AS)

$f(x) = 6x - x^3$  fonksiyonunun yerel max. noktasının apsisi nedir?

**Çözüm:**

$f'(x) = 6 - 3x^2 \rightarrow 6 - 3x^2 = 0 \rightarrow 6 = 3x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2}$  Maksimum noktasının apsisi  $\sqrt{2}$  dir.

Soru 4: (2003 AS – 2007 AS)

$f(x) = -x^2 + 10x$  fonk. artan olduğu aralık nedir?

**Çözüm:**

$f'(x) = -2x + 10 = 0$

$$2x = 10$$
$$x = 5 \quad (-\infty, 5) \checkmark$$

Soru 5: (2006 AS)  
 $y = 2x^2 - 4x + 5$  fonksiyonunun tepe noktası nedir?

**Çözüm:**  
 $4x - 4 = 0$  ise  $x = 1$   
 $y = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 5$  ise  $y = 3 \quad (1,3) \checkmark$

Soru 6: (2006 AS)  
 $y = x^2 - 6x + 9$  fonk. artan olduğu aralık nedir?

**Çözüm:**  
 $2x - 6 = 0$  ise  $x = 3$  Artan olduğu aralık  $(3, \infty)$

Soru 7: (2006 AS)  
 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$  fonksiyonunun minimum noktasının apsisi nedir?

**Çözüm:**  
 $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$  ise  $3x(x - 2) = 0$   
 $x = 0$  ve  $x = 2$   
Grafik çizildiğinde minimum noktasının apsisinin 2 olduğu görülür.

Soru 8: (2005 AS)  
 $f(x) = x^3 - 6x^2$  fonk. azalan olduğu aralık nedir?

**Çözüm:**  
 $f'(x) = 3x^2 - 12x = 0$  ise  $3x(x - 4) = 0$   
 $x = 0$  ve  $x = 4$  Grafik çizildiğinde azalan olduğu aralığın  $(0,4)$  olduğu görülür.

Soru 9: (2005 AS - 2007 YS)  
 $f(x) = x^3 - 9x^2$  fonk. azalan olduğu aralık nedir?

**Çözüm:**  
 $f'(x) = 3x^2 - 18x = 0$  ise  $3x(x - 6) = 0$   
 $x = 0$  ve  $x = 6$  Grafik çizildiğinde azalan olduğu aralığın  $(0,6)$  olduğu görülür.

Soru 10: (2008 YS)  
 $f(x) = x^3 - 12x + 4$  fonk. azalan olduğu aralık nedir?

**Çözüm:**  
 $f'(x) = 3x^2 - 12 = 0$  ise  $x = \pm 2$   
Grafik çizildiğinde azalan olduğu aralığın  $(-2,2)$  olduğu görülür.

Soru 11: (2007 BÜT)  
 $y = (a - 1)x^2 - 6x + 7$  parabolünün tepe noktası  $(1,4)$  olduğuna göre  $a$  kaçtır?

**Çözüm:**  
 $y' = 2(a - 1)x - 6$   
 $0 = 2(a - 1) \cdot 1 - 6$   
 $6 = 2a - 2$   
 $2a = 8$  ise  $a = 4 \checkmark$

Soru 12: (2007 AS)  
 $y = 4x^2 - 8x + 5$  parabolünün tepe noktasının koordinatları nedir?

**Çözüm:**  
 $y' = 8x - 8 = 0$  ise  $x = 1$   
 $y = 4 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1 + 5$  ise  $y = 1$  O halde  $(1,1) \checkmark$

Soru 13: (2008 AS)  
 $y = 3x^2 - 5$  fonk. artan olduğu aralık nedir?

**Çözüm:**  
 $y' = 6x = 0$  ise  $x = 0$  bulunur.  
Grafik çizildiğinde artan olduğu aralığın  $(0, \infty)$  olduğu görülür.

Soru 14: (2008 AS)  
 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 10$  fonksiyonunun minimum noktasının apsisi aşağıdakilerden hangisidir?

**Çözüm:**  
 $f'(x) = 3x^2 + 6x = 0$  ise  $3x(x + 2) = 0$

$x = 0$  ve  $x = -2$  Grafik çizildiğinde minimum noktasının apsisinin 0 olduğu görülür.

Soru 15: (2008 AS)

$y = x^2 - 4x$  fonksiyonunun tepe noktasının koordinatları nedir?

**Çözüm:**

$$y' = 2x - 4 = 0 \text{ ise } x = 2$$

$$y = 2^2 - 4 \cdot 2 = 4 - 8 = -4 \quad (2, -4) \checkmark$$

### TEĞETİN EĞİMİN VE DENKLEMİ

Eğim: Türev alınıp v yerine değeri yazılır.

Soru 1: (2003 BÜT)

$y = x^2 - 6x - 1$  doğrusunun (2, -9) noktasındaki teğetin eğimi nedir?

**Çözüm:**

$$2x - 6 \text{ ise } 2 \cdot 2 - 6 = -2$$

Soru 2: (2005 AS)

$y = x^3 - 2x^2 + ax$  fonk.  $x = -1$  noktasındaki teğetin eğimi 2 ise a kaçtır?

**Çözüm:**

$$3x^2 - 4x + a = 2 \text{ ise } 3 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + a = 2 \text{ ise } a = -5$$

Soru 3: (2006 BÜT)

$y = 3x^2 - 4x + 5$  fonksiyonunun (0,5) noktasındaki teğetin eğimi nedir?

**Çözüm:**

$$6x - 4 \text{ ise } 6 \cdot 0 - 4 = -4$$

### TEĞETİN DENKLEMİ

Çözüm seçeneklerden yapılır.

Soru 1: (2004 AS)

$y = 4 - x^2$  parabolünün (0,4) noktasındaki teğetin denklemi nedir?

A)  $y = 3$       B)  $y = -3$       C)  $y = 4\checkmark$       D)  $y = 0$       E)  $x + y = 3$

**Çözüm:**

x yerine sıfır yazılınca y (4) çıkmış.

Soru 2: (2007 AS)

$y = x^2 + 4x$  parabolünün (1,5) noktasındaki teğetin denklemi nedir?

A)  $y = 6x - 1 \checkmark$

B)  $y = 2x + 4$

C)  $y = 6x$

D)  $y = -x + 4$

E)  $y = x - 1$

**Çözüm:**

$$y = 6x - 1 \text{ ise } y = 6 \cdot 1 - 1 = 5$$

Soru 3:

$y = 2x^2 - 6x + 6$  fonksiyonunun  $x = 1$  noktasındaki teğetin denklemi nedir?

A)  $y = -2x$       B)  $y = -3x + 4$       C)  $y = -3$       D)  $y = -2x + 4\checkmark$       E)  $x + y = -2$

**Çözüm 1:**

$x = 1$  verilmiş. Ama y'si belli değil. O halde x'i ilk verilen fonksiyonda yerine yazalım ve y'yi bulalım.

$$y = 2x^2 - 6x + 6 \text{ idi.}$$

$y = 2 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 6$  ise  $y = 2$  bulundu. Şimdi seçeneklere dönelim ve  $x = 1$  yazıp  $y = 2$  arayalım. (D) seçeneği buna uygun.

$$y = -2 \cdot 1 + 4 = 2 \text{ (Sağladı)}$$

**Çözüm 2:**

Formül:  $y - y_1 = y'(x - x_1)$

$$y - 2 = -2(x - 1)$$

$$y - 2 = -2x + 2$$

$$y = -2x + 4\checkmark$$

$$y'(1) = 4x - 6 = 4 \cdot 1 - 6 = -2$$

### BÜKÜM NOKTASI

İki defa türev al, sıfıra eşitle ve x'i (büküm noktasını) bul.

$+x^3$



$-x^3$



Aşağı Büküye B.N Yukarı Büküye Yukarı Büküye B.N Aşağı Büküye +∞

-∞

Soru 1:

$y = x^3 + 6x^2 + 9x$  fonksiyonunun;

- a) Büküm noktası nedir?  
b) Aşağı Büküye olduğu aralık nedir?  
c) Yukarı Büküye olduğu aralık nedir?  
d) Büküm noktasının koordinatları nedir?

**Çözüm:**

a)  $3x^2 + 12x + 9$

$6x + 12 = 0$

$6x = -12$

$x = -2$

b) Grafik çizildiğinde  $(-\infty, -2]$  olduğu görülür.

c) Grafik çizildiğinde  $[-2, \infty)$  olduğu görülür.

d)  $y = (-2)^3 + 6 \cdot (-2)^2 + 9 \cdot (-2)$  ise  $y = -2$   $(-2, -2)$

NOT! Büküm noktası kapalı aralıkla gösterilir.

**Soru 2: (2003 BÜT)**

$y = x^3 - 4x$  eğrisinin büküm noktasının koordinatları nedir?

**Çözüm:**

$y' = 3x^2 - 4$

$y'' = 6x = 0$  ise  $x = 0$   $y = 0$   $(0,0)$  ✓

**LİMİT**

x yerine değeri yazılır.

Soru 1: (2003 AS)

$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{4x+1} = ?$

**Çözüm:**

$\sqrt{4 \cdot 2 + 1} = \sqrt{9} = 3$

Soru 2: (2004 AS)

$f(x) = 2x^2 - ax + 4$  fonksiyonu  $x = -1$  noktasında sürekli ve  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 10$  ise  $a = ?$

**Çözüm:**

$\lim_{x \rightarrow -1} 2x^2 - ax + 4 = 10 \Rightarrow 2(-1)^2 - a(-1) + 4 = 10 \Rightarrow 2 + a + 4 = 10 \Rightarrow a = 4$

Soru 3: (2005 AS)

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax}{2x + 5} = \frac{2}{3}$  ise  $a = ?$

**Çözüm:**

$\frac{2^2 - 2a}{2 \cdot 2 + 5} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{4 - 2a}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow 4 - 2a = 6 \Rightarrow a = -1$

Soru 5: (2006 AS)

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 + 2x^3 + 1}{2x^3 - x} = ?$

**Çözüm:**

Soru 4: (2004 YS)

$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2} = ?$

**Çözüm:**

$\frac{(-4)^2 + 3(-4) + 2}{-4 + 2} = \frac{16 - 12 + 2}{-2} = \frac{6}{-2} = -3$

Soru 6: (2006 AS)

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 3|}{x - 3} = ?$

**Çözüm:**

$$\frac{3 \cdot 1^4 + 2 \cdot 1^3 + 1}{2 \cdot 1^3 - 1} = 6$$

Soru 7: (2003 YS)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{5x+4} = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{1-1}{5 \cdot 1 + 4} = \frac{0}{9} = 0$$

Soru 8: (2003 BÜT)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-3|}{x-3} = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{|2-3|}{2-3} = \frac{1}{-1} = -1$$

Soru 10: (2005 AS)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (-1)^7 = ?$$

**Çözüm:**

x yazılacak yer yoktur. O halde yanıt direk  $(-1)^7$  kuvvetidir. O da  $-1$ 'dir.

Soru 11: (2008 AS)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^3 - 1|}{x-1} = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{|2^3 - 1|}{2-1} = \frac{7}{1} = 7$$

Soru 13: (2007 BÜT)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{2x-1}{x+2} \right)^{\sqrt{x+1}} = ?$$

**Çözüm:**

$$\left( \frac{2 \cdot 3 - 1}{3 + 2} \right)^{\sqrt{3+1}} = \frac{5}{5} \cdot 2 = 2$$

## BELİRSİZLİKLER

### $\infty$ BELİRSİZLİĞİ

İfadenin en büyük belirleyicisi alınır ve x değeri yazılır.

Soru 1:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x-x^2+x^3) = ?$$

**Çözüm:**

$$x^3 \rightarrow \infty^3 \rightarrow \infty$$

### $\infty/\infty$ BELİRSİZLİĞİ

x'in derecesi aşağıda büyükse cevap 0

x'in derecesi yukarıda büyükse cevap  $\infty$

x'in derecesi aynıysa cevap katsayılar bölümü

Soru 1:

$$\frac{|2^2 - 3|}{2-3} = \frac{1}{-1} = -1$$

Soru 9: (2005 AS)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x+1}{2x-5} = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{3 \cdot 3 + 1}{2 \cdot 3 - 5} = \frac{10}{1} = 10$$

Soru 12: (2007 YS)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+a}{4x+1} = 3 \text{ ise } a = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{2(-2)+a}{4(-2)+1} = 3 \text{ ise } \frac{-4+a}{-8+1} = 3 \Rightarrow -4+a = -21 \Rightarrow a = -17$$

Soru 2:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (1-2x+x^3) = ?$$

**Çözüm:**

$$x^3 \rightarrow (-\infty)^3 \rightarrow -\infty$$

Soru 2: (2004 AS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3}{3x + 2} = ?$$

**Çözüm:**

x'in derecesi yukarıda büyük cevap  $\infty$

Soru 3: (2004 YS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 + 3x + 5}{x^2 + 2} = ?$$

**Çözüm:**

x'in derecesi aynı cevap - 5

Soru 5: (2006 BÜT)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 2x + 50}{3x^2 - 10} = ?$$

**Çözüm:**

x'in derecesi aynı cevap 4/3

Soru 7: (2003 BÜT)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 3x}{x^2 + 2x + 3} = ?$$

**Çözüm:**

x'in derecesi aynı cevap 4

Soru 9: (2008 AS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 14}{2x^2 - x + 1} = ?$$

**Çözüm:**

x'in derecesi aşağıda büyük cevap 0

Soru 11: (2007 BÜT)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(-x^3 + \frac{7}{x^2} + 12\right) = ?$$

**Çözüm:**

x'in derecesi yukarıda büyük cevap  $-\infty$

**0/0 BELİRSİZLİĞİ**

İşlem yapıp 0/0 belirsizliği bulunur ise, payın türevi pay, paydanın türevi alınıp payda olarak yazılır ve x'in değeri yerine konur.

Soru 1: (2004 AS – 2007 AS)

$$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{12(x + 6)}{x^2 - 36} = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{12(-6 + 6)}{(-6)^2 - 36} = \frac{0}{0} \Rightarrow \frac{12}{2x} = \frac{12}{2 \cdot (-6)} = -1$$

Soru 3: (2006 YS)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 - 6x}{x^2 - 2x} = ?$$

**Çözüm:**

(0/0 belirsizliği olduğu görülüyor)

$$\frac{3x^2 - 2x - 6}{2x - 2} = \frac{0 - 0 - 6}{0 - 2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 17}{x^2 - 1} = ?$$

**Çözüm:**

x'in derecesi aşağıda büyük cevap 0

Soru 4: (2003 AS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3}{x^2 + 5x} = ?$$

**Çözüm:**

x'in derecesi aşağıda büyük cevap 0

Soru 6: (2003 YS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5}{3x^2 + 7x - 11} = ?$$

**Çözüm:**

x'in derecesi aynı cevap 2/3

Soru 8: (2006 AS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x + 100}}{2x^2 + 4x + 10} = ?$$

**Çözüm:**

x'in derecesi aşağıda büyük cevap 0

Soru 10: (2007 AS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x + 3x^2}{3 + x - x^2} = ?$$

**Çözüm:**

x'in derecesi aynı cevap - 3

Soru 12: (2007 YS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 2x + 200}{2x^2 + 40000} = ?$$

**Çözüm:**

x'in derecesi aynı cevap 2

Soru 2: (2003 AS)

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{x^2 - 100}{x - 10} = ?$$

**Çözüm:**

$2x = 2 \cdot 10 = 20$  (0/0 belirsizliği olduğu görülüyor)

Soru 4: (2008 YS)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} \right) = ?$$

**Çözüm:**

(0/0 belirsizliği olduğu görülüyor)

$$\frac{2x - 3}{2x} = \frac{2 \cdot 3 - 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

NOT! Limitsiz, türevsiz, süreksiz ve tanımsız sorulursa, ifade rasyonel ise payda sıfıra eşitlenir. Mutlak değerli ifadelerde mutlak değerlerin içini sıfır yapan değer, parçalı fonksiyonlarda fonksiyonun parçalandığı nokta limitsiz, türevsiz, süreksiz ve tanımsızdır.

Soru 1:

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 1 & x \geq 2 \\ -2x - 3 & x < 2 \end{cases} \text{ ise}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = ?$$

**Çözüm:**

$3 \geq 2$  olduğundan  $4x + 1$  kullanılır.  
 $4 \cdot 3 + 1 = 13$

Soru 3: (2003 AS – 2007 AS)

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & x \leq 4 \\ -2x + 1 & x > 4 \end{cases} \text{ ise}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = ?$$

**Çözüm:**

$$-2x + 1 = -2 \cdot 4 + 1 = -7$$

Soru 4: (2006 AS)

$$f(x) = \begin{cases} 6x + a & x > 1 \\ 3 & x = 1 \\ x^2 + 2 & x < 1 \end{cases} \text{ fonksiyonu } x = 1 \text{ noktasında sürekli ise } a \text{ kaçtır?}$$

**Çözüm:**

$$6x + a = x^2 + 2 \text{ ise } 6 \cdot 1 + a = 1^2 + 2$$

$$6 + a = 3 \text{ ise } a = -3$$

Sürekli olunması için sağdan ve soldan limitlerin birbirine eşit olması gerekir.

Soru 5: (2005 AS)

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x < 2 \\ x + 4 & x > 2 \end{cases} \text{ ise}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = ?$$

**Çözüm:**

Limit yoktur. Çünkü  $x$  yerine koyulacak bir eşitlik yoktur.

Soru 6: (2008 AS)

$$f(x) = \frac{2x - 4}{x - 3} \text{ fonksiyonu aşağıdaki noktaların hangisinde süreksizdir?}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 ✓ E) 4

**Çözüm:**

$$x - 3 = 0 \text{ ise } x = 3$$

Soru 7: (2008 AS)

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x > 1 \\ x - 5 & x < 1 \end{cases} \text{ ise}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = ?$$

**Çözüm:**

$$2x + 3 = 2 \cdot 1 + 3 = 5 \checkmark$$

### Mutlak Değerli İfadeler

Soru 1: (2004 AS)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x - 3|}{x - 3} = ?$$

**Çözüm:**

Türev al; soldan yaklaştığı için sonucun işaretini değiştir. (-1)

Soru 2:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & x > 0 \\ x^2 & x < 0 \end{cases} \text{ ise}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = ?$$

**Çözüm:**

Sağdan yaklaşıyorsa  $>$  alınır.

$$x + 1 = 0 + 1 = 1$$

Soldan yaklaşıyorsa  $<$  alınır.

Soru 2:

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{|x - 4|}{x - 4} = ?$$

**Çözüm:**

Türev al; sağdan yaklaştığı için sonucu değiştirme. (1)

### ASİMPOTLAR

**Düsey:** Düsey asimptotun denklemini sorulduğunda payda sıfır (0)'a eşitlenir.

**Soru 1: (2006 BÜT)**

$\frac{x^2 + 4}{3x - 9}$  denkleminin düsey asimptotu nedir?

**Çözüm:**

$$3x - 9 = 0 \text{ veya } x = 3 \text{ veya } x - 3 = 0$$

**Soru 2: (2008 AS)**

$f(x) = \frac{x^3 + 10}{x + 1}$  fonksiyonunun düsey asimptotunun denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $x = -10$  B)  $y = x - 1$  C)  $x = -1$  ✓ D)  $y = 1$  E)  $y = x + 1$

**Çözüm:**

$$x + 1 = 0 \text{ ise } x = -1 \checkmark$$

**Yatay:** Yatay asimptotun denklemini sorulduğunda  $x \rightarrow \infty$ 'a giderken  $\lim f(x)$  alınır.

**Soru 1: (2006 YS)**

$f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 - 9}$  fonksiyonunun yatay asimptotunun denklemini nedir?

**Çözüm:**

$$y = 2 \text{ veya } y - 2 = 0$$

## **KOORDİNAT DÜZLEMİ**

### **Doğrusal Fonksiyon**

$y = mx + n \rightarrow$  doğrusal denklem

Eğim:  $y$  yalnız kaldıktan sonra  $x$ 'in katsayısıdır ve  $m$  ile gösterilir.

**Soru 1:**

$$y = 2x + 7 \text{ ise } m = ?$$

**Çözüm:**

$y$  yalnız olduğu için  $m = 2$

**Soru 2:**

$$6x + 3y = 1 \text{ ise } m = ?$$

**Çözüm:**

$$3y = 1 - 6x \text{ ise } y = \frac{1}{3} - 2x$$

$$m = -2$$

### **Denklemleri Verilen Doğrunun Grafiği**

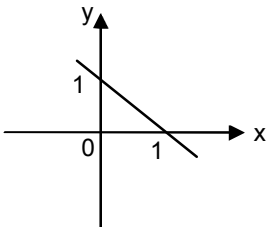
**Soru 1:**

$y + x = 1$  doğrusunun grafiği nedir?

**Çözüm:**

$$x = 0 \text{ ise } y = 1 \quad (0,1)$$

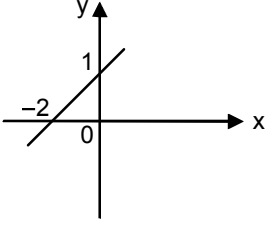
$$y = 0 \text{ ise } x = 1 \quad (1,0)$$





## Grafiği Verilen Doğrunun Denklemi

Soru 1: (2006 BÜT)



Denklemini nedir?

**Çözüm:**

$$-2y + x = -2$$

bulunur.

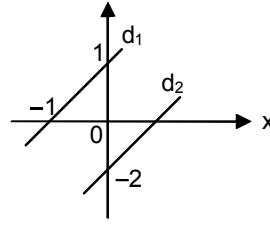
$$-2 \text{ ile } y \text{ yi çarp} = -2y$$

$$1 \text{ ile } x \text{ 'i çarp} = x$$

= de

$$-2 \text{ ile } 1 \text{ 'i çarp} = -2$$

Soru 2: (2005 AS)

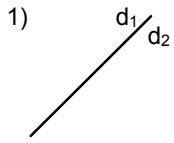


$d_1$   $d_2$  ye paralel ise  $d_2$  nin denklemi nedir?

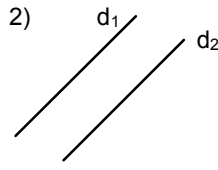
**Çözüm:**

$$-2x + 2y = -4 \text{ ise } y \text{ yalnız bırakılırsa } y = x - 2 \text{ sonucu}$$

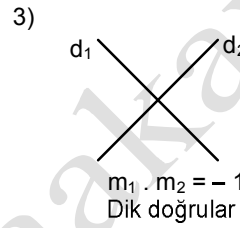
## Doğruların Birbirlerine Göre Durumları



$m_1 = m_2$   
Çakışık doğrular



$m_1 = m_2$   
Paralel doğrular



$m_1 \cdot m_2 = -1$   
Dik doğrular

Soru 1: (2008 YS)

Aşağıdaki noktaların hangisi  $2x - y = 4$  doğrusu üzerindedir?

- A) (1, -2) ✓
- B) (0, -1)
- C) (2,1)
- D) (3,4)
- E) (-1,2)

**Çözüm:**

Noktalar denklem üzerinde yerlerine yazılırsa sonucun A seçeneği olduğu görülebilir.

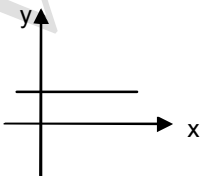
- A) (1, -2)  $\rightarrow 2 \cdot 1 - (-2) = 4$
- B) (0, -1)
- C) (2,1)
- D) (3,4)
- E) (-1,2)

Soru 2: (2004 AS - 2007 YS)

Aşağıda denklemleri verilen doğrulardan hangisi x eksenine paraleldir?

- A)  $y = 3x$
- B)  $y = -x + 4$
- C)  $y = x - 1$
- D)  $y = 3$  ✓
- E)  $y = x + 1$

**Çözüm:**



x eksenine paralel (ya da y eksenine dik) dendiğinde x ile bir ilgimizin olmadığı görülmektedir.  
O halde yanıt D seçeneğidir.

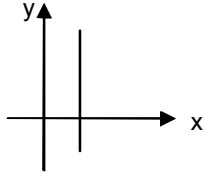
Soru 3: (2008 AS)

Aşağıda denklemleri verilen doğrulardan hangisi x eksenine diktir?

- A)  $x + 4 = 0$  ✓
- B)  $2x + y = 5$
- C)  $y - 10 = 0$
- D)  $y - 4x = 1$

E)  $2y + 5 = 0$

**Çözüm:**



x eksenine dik (ya da y eksenine paralel) dendiğinde y ile bir ilginin olmadığı görülmektedir. O halde yanıt A seçeneğidir.

Soru 4: (2006 AS)

Hangisi  $3x - y + 6 = 0$  doğrusuna paraleldir?

**Çözüm:**

Verilen doğrunun eğimi 3'tür. Diğer doğrunun eğimi de 3 olmalıdır. Yanıt:  $6x - 2y + 5 = 0$  dir.

**Kesim Noktasının Koordinatının Bulunması**

Seçenekler x ve y yerine yazılır.

Soru 1:

$y = 2x - 2$  ve  $y = 3x - 4$  doğrularının kesim noktasının koordinatı nedir?

A) (2,2) ✓

B) (2, -2)

C) (-2,0)

D) (-2,4)

E) (1,2)

**Çözüm:**

$(2,2) \rightarrow y = 2 \cdot 2 - 2 = 2$  (Sağladı) ve  $y = 3 \cdot 2 - 4 = 2$  (Sağladı)

**İki Noktası Belli Doğru Denklemi**

Verilen noktaları seçeneklerde x ve y yerine yaz.

Soru 1: (2007 AS)

(2,0) ve (0,3) noktalarından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $y = -3x/2 + 3$  ✓

B)  $y = 3x - 2$

C)  $y = 2x/3 + 2$

D)  $y = 5 - x$

E)  $y = 2x + 3$

**Çözüm:**

x yerine 2 yazılınca y 0 çıkmış ve x yerine 0 yazılınca y 3 çıkmış. Bunu sağlayan seçenek A seçeneğidir.

Soru 2: (2004 AS)

(-4,0) ve (0,3) noktalarından geçen doğrunun denklemi nedir?

**Çözüm:**

$-3x + 4y = 12 \rightarrow x$  ve  $y$  değerleri yerine yazılırsa sağlar.

Soru 3: (2003 YS)

(2,0) ve (0,3) noktalarından geçen doğrunun denklemi nedir?

**Çözüm:**

$y = -3/2 x + 3 \rightarrow x$  ve  $y$  değerleri yerine yazılırsa sağlar.

Soru 4: (2003 BÜT)

(0,0) ve (3,4) noktalarından geçen doğrunun denklemi nedir?

**Çözüm:**

$4x - 3y = 0 \rightarrow x$  ve  $y$  değerleri yerine yazılırsa sağlar.

**Bir Noktası ve Eğimi Bilinen Doğru Denklemi**

Soru 1: (2008 AS)

Eğimi  $m = -1/2$  olan ve (-2,3) noktasından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $2y - x + 4 = 0$

B)  $y - 2x + 4 = 0$

C)  $y + 2x - 4 = 0$

D)  $2y + x - 1 = 0$

E)  $2y + x - 4 = 0$  ✓

**Çözüm:**

Yanıt E seçeneğidir. Noktalar x ve y yerine yazılırsa;  
 $2 \cdot 3 - 2 - 4 = 0$  olur.  
Eğim de bu denklemi sağlamaktadır.

Soru 2:

$y - 3x + 3 = 0$  doğrusuna paralel olan ve (1,1) noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

**Çözüm:**

Seçeneklere bakıldığında  $y = 3x - 2$  olduğu görülür. Eğim ve nokta açısından sağlar.

Soru 3: (2006 AS)

Eğimi  $m = 1/2$  ve (-1,3) noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

**Çözüm:**

$2y - x - 7 = 0$  doğrusu hem eğimi hem de noktayı sağlamaktadır.

Soru 4: (2006 YS)

(1,2) noktasından geçen ve  $4x + 2y + 4 = 0$  doğrusuna paralel olan doğrunun denklemi nedir?

**Çözüm:**

$y + 2x - 4 = 0$  doğrusu hem eğimi hem de noktayı sağlamaktadır.

**İki Noktası Belli Doğrunun Eğimi**

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

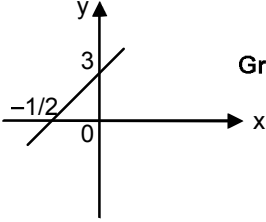
Soru 1:

(0,3) ve (1,5) noktasından geçen doğrunun eğimi nedir?

**Çözüm:**

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow y_2 = 5, y_1 = 3 \text{ ve } x_2 = 1, x_1 = 0 \Rightarrow \frac{5-3}{1-0} = 2$$

Soru 2: (2004 YS – 2007 AS)



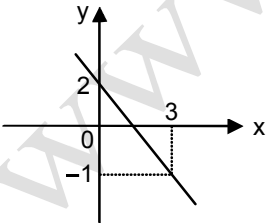
Grafiği verilen doğrunun eğimi kaçtır?

**Çözüm:**

(-1/2,0) ve (0,3) noktalarıdır.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow y_2 = 3, y_1 = 0 \text{ ve } x_2 = 0, x_1 = -1/2 \Rightarrow \frac{3-0}{0-(-1/2)} = 6$$

Soru 3: (2003 AS)



Grafiği verilen doğrunun eğimi kaçtır?

**Çözüm:**

(0,2) ve (3, -1) noktalarıdır.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow y_2 = -1, y_1 = 2 \text{ ve } x_2 = 3, x_1 = 0 \Rightarrow \frac{-1-2}{3-0} = -1$$

Soru 4: (2008 AS)

Aşağıdakilerden hangisi kübik fonksiyondur?

- A)  $f(x) = 2x + 10$
- B)  $f(x) = 60x$
- C)  $f(x) = -x^2 + 4x$
- D)  $f(x) = x + 1/x + 3$

$$E) f(x) = x^3 - 2x^2 + 3 \checkmark$$

### Çözüm:

Yanıt E seçeneğidir. Kübik fonksiyon f fonksiyonunun  $x^3$  olması anlamına gelir.

Soru 5: (2008 AS)

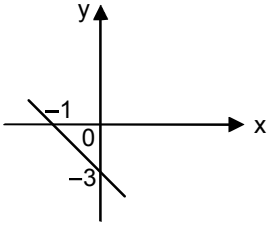
$d_1: A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$  ve  $d_2: A_2 x + B_2 y + C_2 = 0$  doğruları tek bir noktaya sahiplerse aşağıdakilerden hangisi kesin doğrudur?

- A)  $d_1$  ve  $d_2$  paraleldir.  
B)  $d_1$  ve  $d_2$  çakışiktır.  
C)  $d_1$  ve  $d_2$  diktir.  
D)  $d_1$  ve  $d_2$  kesişen doğrulardır.  $\checkmark$   
E)  $A_1 = A_2$  dir.

### Çözüm:

$d_1$  ve  $d_2$  kesişen doğrulardır. Diktir seçeneği akılları karıştırmayın. Tek bir noktaya sahip doğruların dik olması kesin değildir.

Soru 6: (2007 BÜT)



Aşağıdaki noktalardan hangisi yanda grafiği verilen doğru üzerinde bulunmaz?

- A) (1, -6)      B) (-2,3)      C) (-1/3, -2)      D) (3, -12)      E) (-4,6)  $\checkmark$

### Çözüm:

Önce denklemini belirlemek gerekir. Denklem;  $-3x - y = 3$  tür. Seçenekler bu denklemde yerine yazılırsa E seçeneğinin sağlamadığı görülür.

## NOT! POLİNOM FONKSİYONLAR VE PARABOLLER KONUSU GRAFİKLER ÜZERİNDE KİTAPÇIKTAN ANLATILACAK. KÜMELER

Hiç elemanı olmayan kümeye boş küme denir ve  $\emptyset$  ile gösterilir. Bütün kümeleri içine alan kümeye evrensel küme denir ve E ile gösterilir. A kümesinde olmayan, ancak evrensel kümede olan elemanların oluşturduğu kümeye A'nın tümleyeni kümesi denir ve  $A^t$  ile gösterilir.

### İki Kümenin Birleşimi

A ve B'den en az birine ait olan elemanların oluşturduğu kümeye A ve B'nin birleşim kümesi denir ve  $A \cup B$  ile gösterilir.

### İki Kümenin Kesişimi

A ve B kümesinin her ikisine birden ait olan elemanların oluşturduğu kümeye A ile B'nin kesişim kümesi denir ve  $A \cap B$  ile gösterilir.

### İki Kümenin Farkı

A kümesine ait olan, fakat B kümesine ait olmayan elemanların oluşturduğu kümeye A ile B'nin fark kümesi denir ve  $A / B$  veya  $A - B$  ile gösterilir.

### Altküme

A kümesinin bütün elemanları B kümesinde de varsa A kümesi B kümesinin alt kümesidir ve  $A \subset B$  ile gösterilir. Alt küme sayısı  $2^n$ , özalt küme sayısı  $2^n - 1$  dir.

İstenirse birleşim, kesişim, fark ve tümleyen kümelerinin Venn Şeması şeklinde gösterimi yapılabilir. (İnisiyatife bırakıyorum)

### Özellikler:

- 1)  $A \cup B = B \cup A$  ve  $A \cap B = B \cap A$
- 2)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  ve  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- 3)  $A \cup A = A$  ve  $A \cap A = A$
- 4)  $A \cap \emptyset = \emptyset$  ve  $A \cup \emptyset = A$
- 5)  $A \cup E = E$  ve  $A \cap E = A$
- 6)  $A \cup A^t = E$  ve  $A \cap A^t = \emptyset$

Soru 1: (2004 AS)

$M = \{3,5,7\}$ ,  $K = \{2,4,6,8\}$  kümeleri veriliyor. Hangisi doğrudur?

### Çözüm:

$K - M = \{2,4,6,8\}$

Soru 2: (2003 AS)  
(A – B)UB hangisine eşittir?

**Çözüm:**  
AUB

Soru 3: (2006 AS)  
 $A = \{ 2 < x \leq 8, x \text{ çift doğal sayılar} \}$ ,  $B = \{ x < 12, x \text{ çift doğal sayılar} \}$  ise hangisi  $A \cap B$ 'nin bir alt kümesi değildir?

**Çözüm:**  
{2,4,6,8}

Soru 4: (2003 BÜT – 2007 AS)  
K bir küme olduğuna göre hangisi yanlıştır?

- A)  $K \cap K = K$   
B)  $K \cup K = K$   
C)  $K - K = K$  ✓  
D)  $K \cup \emptyset = K$   
E)  $K \cap \emptyset = \emptyset$

**Çözüm:**  
 $K - K = \emptyset$  olmalıydı.

Soru 5: (2005 AS)  
 $A - B = \{d,e,f\}$   $B - A = \{1,2,3\}$   $A \cap B = \{a,b,c\}$   $A \cup B = ?$

**Çözüm:**  
 $A \cup B = \{1,2,3,a,b,c,d,e,f\}$

Soru 6: (2007 YS)  
Aşağıdakilerden hangisi {1,2,3,4,5,6,7,8,9} kümesinin bir alt kümesi değildir?  
A) {8,6,4,2,0} ✓ B) {9,7,5,3,1} C) {9,3,2} D) {8,4,3} E)  $\emptyset$

**Çözüm:**  
{8,6,4,2,0} → 0 durumu bozmaktadır.

Soru 7: (2008 YS)  
 $A = \{ x < 8, x \text{ tek doğal sayılar} \}$  ise aşağıdakilerden hangisi A kümesinin bir alt kümesi değildir?

- A) {3,5,7}  
B) {1,3}  
C) {1,3,9} ✓  
D) {5}  
E)  $\emptyset$

**Çözüm:**  
A kümesinin elemanları 1,3,5 ve 7'dir. 9 bu kümenin elemanı değildir.

Soru 8: (2007 BÜT)  
 $A = \{ x > -2 \}$  ve  $B = \{ 5 < x \leq 9 \}$  ise  $C = A^t \cap B^t$  kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\{ x \leq -2 \}$  ✓  
B)  $\{ x \leq 5 \}$   
C)  $\{ -2 \leq x \leq 9 \}$   
D)  $\{ x > 9 \}$   
E)  $R / \{ -2,5,9 \}$

**Çözüm:**  
 $A^t = x \leq -2$   
 $B^t = x < 5 \text{ ve } x \geq 9$   
 $A^t \cap B^t = x \leq -2$  olur.

Soru 9: (2008 AS)  
 $A = \{ x \mid 3 < x < 12 \text{ ve } x \text{ çift doğal sayı} \}$  kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) {0,2,4,6,8,10}  
B) {4,5,6,7,8,9,10,11}  
C) {4,6,8,10,12}  
D) {2,4,6,8,10}  
E) {4,6,8,10} ✓

**Çözüm:**  
Çift doğal sayılar {4,6,8,10} dur.

## ÜSTEL FONKSİYONLAR

$f(x) = a^x$  fonksiyonuna bir üstel fonksiyon ve  $a$  sayısına bu üstel fonksiyonun tabanı denir.

Soru 1:

$f(x) = 25^x$  olduğuna göre  $f(1/2)$  nedir?

**Çözüm:**

$25^{1/2} = (5^2)^{1/2} = 5$  (Aynı soru köklü sayı cinsinden de çözülebilir)

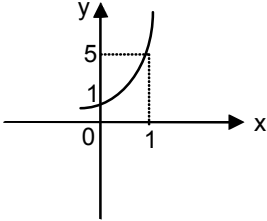
### Üstel Fonksiyonun Grafiği:

Bir üstel fonksiyonun grafiği daima x ekseninin üstündedir ve y eksenini (0,1) noktasında keser.

Soru 1:

$y = 5^x$ 'in grafiği nedir?

**Çözüm:**

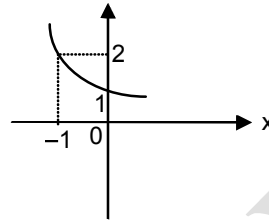


$x$ 'in işareti (+) ise  $x$  yerine (1) yazılır ve  $y$  değeri bulunur.

Soru 2:

$y = 2^{-x}$ 'in grafiği nedir?

**Çözüm:**



$x$ 'in işareti (-) ise  $x$  yerine (-1) yazılır ve  $y$  değeri bulunur.

### LOGARİTMİK FONKSİYONLAR

Bir logaritmik fonksiyonun grafiği x eksenini (1,0) noktasında keser.

#### Özellikler

1)  $\log_a a = 1$

2)  $\log_a 1 = 0$

3)  $\log_c a^d = \frac{d}{b} \log_c a$

4)  $\log_{10} a = \log a$

5)  $\ln e = 1$  ve  $\ln 1 = 0$

6)  $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

7)  $\log 10 = 1$

8)  $\log a^b = b \log a$

9)  $\log_a (x/y) = \log_a x - \log_a y$

Soru 1:

$\log_9 27 = ?$

**Çözüm:**

$$\log_9 27 = \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$$

1. ve 3. özellikler kullanıldı.

Soru 3:

$f(x) = \ln x$  ise  $f(e^3) = ?$

**Çözüm:**

$$\ln e^3 = 3 \ln e = 3$$

5. ve 8. özellikler kullanıldı.

Soru 5:

$\log(2x-7) = 0$  ise  $x = ?$

Soru 2:

$f(x) = \log x$  ise  $f(1000) = ?$

**Çözüm:**

$$\log 1000 = \log 10^3 \text{ ise } 3 \log 10 = 3 \cdot 1 = 3$$

7. ve 8. özellikler kullanıldı.

Soru 4:

$\log_5 125 - \log_5 25 = ?$

**Çözüm:**

$$\log_5 125/25 \text{ ise } \log_5 5 = 1$$

9. özellik kullanıldı.

**Çözüm:**

$2x - 7 = 1$  ise  $2x = 8$   
 $x = 4$  bulunur.  
 2. özellik kullanıldı.

Soru 6:

$$\log_3 = k \text{ ise } \log_3 30 = ?$$

**Çözüm:**

$$\log(3 \cdot 10) = \log_3 + \log_{10}$$

$$= k + 1$$

6. ve 7. özellikler kullanıldı.

Soru 8: (2006 YS)

$$f(x) = \log_3(x^2 - 2x + 6) \text{ ise } f(3) = ?$$

**Çözüm:**

$$f(3) = \log_3(3^2 - 2 \cdot 3 + 6) = \log_3(9 - 6 + 6) = \log_3 9 = 2$$

Soru 9: (2003 BÜT)

$$\log_2(x^2 - 1) - \log_2(x + 1) = 1 \text{ olduğuna göre } x \text{ nedir?}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 ✓ E) 4

**Çözüm:**

Çözüm yapılmadan seçenekler x yerine yazılırsa daha kolay olur. Sonuç 3'tür. Ancak biz çözümü de gösterelim.

$$\log_2 \frac{x^2 - 1}{x + 1} = 1 \Rightarrow \log_2 \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)} = \log_2 x - 1 = 1 \Rightarrow x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3$$

Soru 10: (2004 YS)

$$\log_2 64 = x + 1 \text{ ise } x = ?$$

**Çözüm:**

$$\log_2 64 = 6 \text{ dır.}$$

$$6 = x + 1 \text{ ise } x = 5$$

3. özellik kullanıldı

**Üstel Fonksiyonların Türevi**

$$1) f(x) = \text{Sayı}^{\text{ifade}}$$

$$f'(x) = (\text{ifadenin Türevi}) \cdot \text{Sayı}^{\text{ifade}} \cdot \ln \text{Sayı}$$

Soru 1:

$$f(x) = 4^x \text{ ise } f'(x) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = 1 \cdot 4^x \cdot \ln 4 = 4^x \cdot \ln 4$$

Soru 3:

$$y = x \cdot 2^x \text{ ise } y'(0) = ?$$

**Çözüm:**

$$\text{Çarpımın Türevi} = I' \cdot II + II' \cdot I$$

$$= 1 \cdot 2^x + 1 \cdot 2^x \cdot \ln 2 \cdot x$$

$$= 2^0 + 2^0 \cdot \ln 2 \cdot 0 = 1 + 0 = 1$$

$$2) f(x) = e^{\text{ifade}}$$

$$f'(x) = (\text{ifadenin Türevi}) \cdot e^{\text{ifade}} \cdot \ln e$$

Soru 1:

$$f(x) = e^x \text{ ise } f'(x) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = 1 \cdot e^x \cdot \ln e = e^x$$

EZBERLENECEK !!

Soru 7:

$$\log_2 x - \log_2 x/2 = ?$$

**Çözüm:**

$$\log_2 x/x/2 = \log_2 2 = 1$$

9. ve 1. özellikler kullanıldı.

Soru 11: (2008 YS)

$$\log_3 12/5 + \log_3 15/4 \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

**Çözüm:**

$$\log_3 12/5 \cdot 15/4 = \log_3 9 = 2$$

Soru 2:

$$f(x) = 3^{x^2 - 2x - 1} \text{ ise } f'(x) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = (2x - 2) \cdot 3^{x^2 - 2x - 1} \cdot \ln 3$$

Soru 2: (2003 BÜT)

$$f(x) = 3 + 3\sqrt{x} + x^2 + e^{-2x} \text{ ise } f'(x) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} + 2x - 2e^{-2x}$$

Soru 3: (2004 YS – 2007 YS)

$f(x) = 1 - x^2 + e^{2x}$  fonksiyonunun  $x = 1$  noktasındaki türevi nedir?

**Çözüm:**

$$f'(x) = -2x + 2e^{2x} \text{ ise } -2.1 + 2e^{2.1} = -2 + 2e^2$$

Soru 4: (2006 YS)

$f(x) = e^{x+1} + x$  fonksiyonunun  $x = 0$  noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

**Çözüm:**

$$f'(x) = 1. e^{0+1} + 1 \text{ ise } e + 1$$

Soru 5: (2006 BÜT)

$$f(x) = 2x.e^{x^2+x} \text{ ise } f'(1) = ?$$

**Çözüm:**

Çarpımın Türevi = I' . II + II' . I

$$= 2.e^{x^2+x} + (2x+1).e^{x^2+x}.2x \Rightarrow 2.e^{1+1} + (2.1+1).e^{1+1}.2.1 = 2e^2 + 3e^2.2 = 2e^2 + 6e^2 = 8e^2$$

Soru 6: (2007 BÜT)

$$f(x) = e^{-x^3+x} \text{ fonksiyonu için } f''(1) \text{ değeri kaçtır?}$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = (-3x^2 + 1).e^{-x^3+x}. \ln e$$

$$f''(x) = (-6x).e^{-x^3+x} + (-3x^2 + 1).e^{-x^3+x}. \ln e. (-3x^2 + 1)$$

$$f''(1) = (-6.1).e^{-1+1} + (-3.1+1).e^{-1+1}.1.(-3.1+1) = -6.1 + (-2).1.(-2) = -6 + 4 = -2$$

### Logaritmik Fonksiyonların Türevi

1)  $f(x) = \log_{\text{Sayı}}(\text{ifade})$

$$f'(x) = \frac{\text{İfadenin Türevi}}{\text{İfade}} . \log_{\text{Sayı}} e$$

Soru 1:

$$f(x) = \log_7(x^2 - 2x + 4) \text{ ise } f'(x) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = \frac{2x - 2}{x^2 - 2x + 4} . \log_7 e$$

2)  $f(x) = \ln(\text{İfade})$

$$f'(x) = \frac{\text{İfadenin Türevi}}{\text{İfade}}$$

Soru 1:

$$f(x) = \ln x \text{ ise } f'(x) = ?$$

**Çözüm:**

$$f'(x) = 1/x \text{ EZBERLENECEK}$$

Soru 2:

$$f(x) = x. \ln x \text{ fonksiyonunun } x = e \text{ noktasındaki teğetinin eğimi nedir?}$$

**Çözüm:**

Çarpımın Türevi = I' . II + II' . I

$$= 1. \ln x + 1/x . x$$

$$= \ln e + 1/e . e = 2$$



**Soru 3: (2006 BÜT)**

$f(x) = \ln(3x^2 - 2x + 2)$  ise  $f'(2) = ?$

**Çözüm:**

$f'(x) = 6x - 2 / 3x^2 - 2x + 2$  ise  $12 - 2 / 12 - 4 + 2 = 1$

**Soru 4: (2007 YS)**

$f(x) = \ln(2x + 1) + \ln(3x + 5)$  fonksiyonunun  $x = 1$  noktasındaki teğetinin eğimi nedir?

**Çözüm:**

$$\frac{2}{2x+1} + \frac{3}{3x+5} = \frac{2}{3} + \frac{3}{8} = \frac{25}{24}$$

**Soru 5: (2008 YS)**

$f(x) = \ln(x^3 + 4)$  fonksiyonu veriliyor. Buna göre  $f'(2)$  değeri kaçtır?

**Çözüm:**

$$\frac{3x^2}{x^3+4} = \frac{3 \cdot 4}{8+4} = \frac{12}{12} = 1$$

**Bileşik Faiz**

Toplam Para = Anapara  $(1 + \text{Faiz Oranı})^{\text{Süre}}$

**Soru 1: (2006 YS)**

Bankaya yatırılan 10.000 YTL %20 bileşik faiz oranıyla 2 yıl sonra kaç YTL'ye ulaşır?

**Çözüm:**

Toplam Para =  $10.000 (1 + 0,20)^2 = 14.400$  YTL.

**BELİRSİZ İNTEGRAL**

$x$ 'li gördüğün her terimin üssünü (1) artır, artırdığın üsse böl.

**Soru 1:**

$$\int 3x^2 dx = ?$$

**Çözüm:**

$$3 \cdot \frac{x^{2+1}}{2+1} = 3 \cdot \frac{x^3}{3} = x^3 + c$$

**Soru 3:**

$$\int 5 dx = ?$$

**Çözüm:**

$$5x + c$$

**Soru 2:**

$$\int x dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{x^{1+1}}{1+1} = \frac{x^2}{2} + c$$

**Soru 4:**

$$\int x(x+1) dx = ?$$

**Çözüm:**

$$x(x+1) = x^2 + x$$

$$\frac{x^{2+1}}{2+1} + \frac{x^{1+1}}{1+1} = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$$

**İntegral Alma Kuralları:****1) Değişken Değiştirerek İntegral Alma:**

NOT! Parantezin yanında türevi varsa, parantezli ifadenin üssünü (1) artır, artırdığın üsse böl.

**Soru 1:**

$$\int (x^2 - x + 2)^4 \cdot (2x - 1) dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{(x^2 - x + 2)^{4+1}}{4+1} = \frac{(x^2 - x + 2)^5}{5} + c$$

**Soru 2:**

$$\int (x^2 - 1)^{20} \cdot 2x dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{(x^2 - 1)^{20+1}}{20+1} = \frac{(x^2 - 1)^{21}}{21} + c$$

NOT! Parantezin yanında türevi yoksa olmayan sayıyı 1/Sayı olarak yaz, parantezin üssünü (1) artır, artırdığın üsse böl.

Soru 1:

$$\int (x^3 + 1)^{10} \cdot x^2 dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{(x^3 + 1)^{11}}{11} = \frac{1}{33} \cdot (x^3 + 1)^{11} + c$$

Soru 3: (2006 BÜT)

$$\int (2 - 3x)^4 dx = ?$$

**Çözüm:**

$$-\frac{1}{3} \cdot \frac{(2 - 3x)^5}{5} = -\frac{1}{15} \cdot (2 - 3x)^5 + c$$

Soru 5: (2006 YS)

$$\int (x^3 - 2)^3 \cdot x^2 dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{(x^3 - 2)^4}{4} = \frac{1}{12} \cdot (x^3 - 2)^4 + c$$

Soru 7: (2008 YS)

$$\int (x^4 - 10)^5 \cdot x^3 dx \text{ integralinin hesaplanmasında en uygun değişken değişikliği aşağıdakilerden hangisidir?}$$

**Çözüm:**

Neyin türevine bakılıyorsa u değişkeni odur.  
 $u = (x^4 - 10)$

Soru 2:

$$\int (x^2 + 2x)^5 \cdot (x + 1) dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{(x^2 + 2x)^6}{6} = \frac{1}{12} \cdot (x^2 + 2x)^6 + c$$

Soru 4: (2003 BÜT – 2007 YS)

$$\int (1 - x^2)^9 \cdot x dx = ?$$

**Çözüm:**

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{(1 - x^2)^{10}}{10} = -\frac{1}{20} \cdot (1 - x^2)^{10} + c$$

Soru 6: (2007 BS)

$$\int \left(\frac{x-1}{4}\right)^3 dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{(x-1)^4}{4} = \frac{1}{16} \cdot (x-1)^4 + c$$

## 2) İfade Kesirli İse ve Paydada Parantez Yoksa Parantez Olsa da Kuvveti Yoksa Sonuç İn'li Çıkar

Pay / Paydanın Türevi. İn(Payda)

Soru 1:

$$\int \frac{6x}{3x^2 - 10} dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{6x}{6x} \cdot \ln|3x^2 - 10| = \ln|3x^2 - 10| + c$$

Soru 3:

$$\int \frac{x}{(x^2 - 5)} dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{x}{2x} \cdot \ln|x^2 - 5| = \frac{1}{2} \ln|x^2 - 5| + c \text{ veya } \ln\sqrt{x^2 - 5} + c$$

Soru 2:

$$\int \frac{3}{x} dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{3}{1} \cdot \ln|x| = 3\ln|x| + c \text{ veya } \ln x^3 + c$$

Soru 4: (2003 YS – 2007 YS)

$$\int \frac{6x}{2 - 3x^2} dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{6x}{-6x} \cdot \ln|2 - 3x^2| = \ln\left|\frac{1}{2 - 3x^2}\right| + c$$

## 3) Paydada Parantezin Üssü Varsa Sonuç İn'li Çıkmaz.

– Pay / (İfadenin Türevi). (Üs – 1). (İfade)<sup>Üs - 1</sup>

Soru 1:

$$\int \frac{x^2}{(x^3 + 1)^5} dx = ?$$

Soru 2:

$$\int \frac{5}{(2x + 1)^4} dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{-x^2}{3x^2 \cdot 4(x^3+1)^4} = \frac{-1}{12(x^3+1)^4} + c$$

Soru 3: (2004 YS)

$$\int \frac{dx}{(x-5)^2} = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{-1}{1 \cdot 1 \cdot (x-5)^1} = \frac{-1}{x-5} + c$$

4) e<sup>ifade</sup>, İki Terimler

1. durumun aynısıdır. Üssün türevine bakılır.

Soru 1:

$$\int e^x dx = ?$$

**Çözüm:**

$$e^x + c$$

Soru 3:

$$\int e^{x^3} \cdot x^2 dx = ?$$

**Çözüm:**

Üssün türevi  $3x^2$  dir. Ancak yanında  $x^2$  var.

Eksik olan 3'tür. Bu 3,  $1/3$  olarak yazılır. Yanına  $e^{\text{ifade}}$  aynen alınır.

$$\frac{1}{3} e^{x^3} + c$$

**Çözüm:**

$$\frac{-5}{2 \cdot 3 \cdot (2x+1)^3} = \frac{-5}{6 \cdot (2x+1)^3} + c$$

Soru 2:

$$\int e^{2x} dx = ?$$

**Çözüm:**

$$1/2 \cdot e^{2x} + c$$

Soru 4:

$$\int e^{x^2+2x} \cdot (x+1) dx = ?$$

**Çözüm:**

Üssün türevinde eksik olan sayı 2'dir.

$$\frac{1}{2} \cdot e^{x^2+2x} + c$$

Ezberlenecek Olanlar

$$1) \int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{(\ln x)^2}{2} + c$$

$$2) \int \frac{(\ln x)^3}{x} dx = \frac{(\ln x)^4}{4} + c$$

$$3) \int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + c$$

$$4) \int x^2 \ln x dx = \frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{9} + c$$

$$5) \int \ln x dx = x \ln x - x + c$$

$$6) \int x e^x dx = x e^x - e^x + c$$

Marjinal Verilip Toplam Fonksiyon İstenirse

Bu konuda 4 önemli soru tipi vardır.

Soru 1:

**x mal miktarı olmak üzere bir malın marjinal maliyet fonksiyonu  $MC = 4x + 10$  ve sabit maliyeti 10 birim olduğuna göre toplam maliyet fonksiyonu nedir?**

**Çözüm:**

a) İntegral Alınır.

$$\int 4x + 10 dx = 2x^2 + 10x + c$$

b) Alınan İntegral Maliyete Eşitlenir.

$$2x^2 + 10x + c = 10$$

c) Sabit Maliyet Verildiği İçin  $x = 0$  Alınır ve C Bulunur.

$$2.0^2 + 10.0 + c = 10 \text{ ise } c = 10$$

$$TMF = 2x^2 + 10x + 10$$

Soru 2:

x mal miktarı olmak üzere bir malın marjinal maliyet fonksiyonu  $MC = 4x + 10$  ve 3 br malın maliyeti 60 br ise toplam maliyet fonksiyonu nedir?

**Çözüm:**

a) İntegral Alınır.

$$\int 4x + 10 dx = 2x^2 + 10x + c$$

b) Alınan İntegral Maliyete Eşitlenir.

$$2x^2 + 10x + c = 60$$

c) 3 Br Malın Maliyeti 60 Dediği İçin x Yerine 3 Yazılır Ve 60'a Eşitlenir. C Bulunur.

$$2.3^2 + 10.3 + c = 60 \text{ ise } c = 12$$

$$TMF = 2x^2 + 10x + 12$$

Soru 3:

x mal miktarı olmak üzere bir malın marjinal maliyet fonksiyonu  $MC = 4x + 10$  ve 3 br malın maliyeti 60 br ise 2 br malın maliyeti nedir?

**Çözüm:**

a) İntegral Alınır.

$$\int 4x + 10 dx = 2x^2 + 10x + c$$

b) Alınan İntegral Maliyete Eşitlenir.

$$2x^2 + 10x + c = 60$$

c) 3 Br Malın Maliyeti 60 Dediği İçin x Yerine 3 Yazılır Ve 60'a Eşitlenir. C Bulunur.

$$2.3^2 + 10.3 + c = 60 \text{ ise } c = 12$$

$$TMF = 2x^2 + 10x + 12$$

d) 2 Br Malın Maliyetini Sorduğu İçin TMF'de x Yerine 2 Yazılır.

$$2.2^2 + 10.2 + 12 = 40$$

Soru 4:

x mal miktarı olmak üzere bir malın marjinal maliyet fonksiyonu  $MC = 4x + 10$  ve sabit maliyeti 60 br ise 2 br malın maliyeti nedir?

**Çözüm:**

a) İntegral Alınır.

$$\int 4x + 10 dx = 2x^2 + 10x + c$$

b) Alınan İntegral Maliyete Eşitlenir.

$$2x^2 + 10x + c = 60$$

c) Sabit Maliyet Verildiği İçin x = 0 Alınır ve C Bulunur.

$$2.0^2 + 10.0 + c = 60 \text{ ise } c = 60$$

$$TMF = 2x^2 + 10x + 60$$

d) 2 Br Malın Maliyetini Sorduğu İçin x Yerine 2 Yazılır.

$$2.2^2 + 10.2 + 60 = 88$$

Soru 5: (2003 YS)

Marjinal gelir fonksiyonu  $f(x) = 8000 - 4x$  olduğuna göre toplam gelir fonksiyonu nedir?

**Çözüm:**

Gelir problemlerinde integral alınır ve bırakılır.

$$8000x - 2x^2$$

Soru 6: (2007 BÜT)

x üretim miktarını göstermek üzere, bir firmanın marjinal maliyet fonksiyonu  $C'(x) = 6x + 40$  olarak belirlenmiştir. Bu firmanın 10 birim üretim için toplam maliyeti 900 birim ise, 20 birim üretim için toplam maliyeti nedir?

**Çözüm:**

$$3x^2 + 40x + c = 900$$

$$3 \cdot 10^2 + 40 \cdot 10 + c = 900 \text{ ise } c = 200$$

$$3x^2 + 40x + 200 \text{ ise } 3 \cdot 20^2 + 40 \cdot 20 + 200 = 2200$$

Soru 7: (2008 YS)

x üretim miktarı olmak üzere, bir firmanın marjinal maliyet fonksiyonu  $C'(x) = 4x + 60$  olarak belirlenmiştir. Firmanın 20 birim üretim için toplam maliyeti 70 bin birim ise, toplam maliyet fonksiyonu nedir?

**Çözüm:**

$$2x^2 + 60x + c = 70.000$$

$$2 \cdot 20^2 + 60 \cdot 20 + c = 70.000 \text{ ise } c = 68.000$$

$$TMF = 2x^2 + 60x + 68.000$$

### **BELİRLİ İNTEGRAL**

İfadenin integrali alınır; sınırlardan yukarıdaki değer x yerine yazılır, sonra araya (-) konularak aşağıdaki sınır değer olarak yazılır ve sonuç bulunur.

Soru 1:

$$\int_1^5 (2x + 1) dx = ?$$

**Çözüm:**

$$x^2 + x = (5^2 + 5) - (1^2 + 1) = 30 - 2 = 28$$

Soru 3:

$$\int_0^1 e^x dx = ?$$

**Çözüm:**

$$e^x = e^1 - e^0 = e - 1$$

Soru 2: (2004 YS – 2007 YS)

$$\int_0^1 (1 + 2x + 3x^2) dx = ?$$

**Çözüm:**

$$x + x^2 + x^3 = (1 + 1^2 + 1^3) - (0) = 3$$

Soru 4:

$$\int_1^e \frac{1}{x} dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\ln x = \ln e - \ln 1 = 1 - 0 = 1$$

Soru 5:

$$\int_0^2 e^{x^2 - 2x} \cdot (x - 1) dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{1}{2} \cdot e^{x^2 - 2x} \Rightarrow \left( \frac{1}{2} \cdot e^{2^2 - 2 \cdot 2} \right) - \left( \frac{1}{2} \cdot e^{0^2 - 0} \right) = 0$$

Soru 6:

$$\int_{-1}^0 (2x - 1)^3 dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{(2x-1)^4}{4} = \frac{(2x-1)^4}{8} \Rightarrow \frac{(2 \cdot 0 - 1)^4}{8} - \frac{(2 \cdot (-1) - 1)^4}{8} = \frac{1}{8} - \frac{81}{8} = \frac{-80}{8} = -10$$

Soru 7: (2005 YS)

$$\int_2^4 \left( \frac{x}{x^2 - 1} \right) dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{1}{2} \cdot \ln|x^2 - 1| = \ln\sqrt{16-1} - \ln\sqrt{4-1} = \ln\sqrt{15} - \ln\sqrt{3} = \ln\sqrt{\frac{15}{3}} = \ln\sqrt{5}$$

Soru 8: (2003 BÜT)

$$\int_0^1 x \cdot e^x dx = ?$$

**Çözüm:**

$$x \cdot e^x - e^x \Rightarrow (0 \cdot e^0 - e^0) - (1 \cdot e^1 - e^1) = (0 - 1) - (e - e) = 1 - 0 = 1$$

**Soru 9: (2006 BÜT)**

$$\int_0^1 e^{2x+1} + 2x dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{1}{2} \cdot e^{2x+1} + x^2 \Rightarrow \left( \frac{1}{2} \cdot e^{2 \cdot 1 + 1} + 1^2 \right) - \left( \frac{1}{2} \cdot e^{2 \cdot 0 + 1} + 0^2 \right) = \frac{1}{2} e^3 + 1 - \frac{1}{2} e \Rightarrow \frac{e^3 + 2 - e}{2}$$

**Soru 10: (2003 YS)**

$$\int_{-1}^0 (2x+1)^2 dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+1)^3}{3} = \frac{(2x+1)^3}{6} \Rightarrow \frac{(2 \cdot 0 + 1)^3}{6} - \frac{(2 \cdot (-1) + 1)^3}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

**Soru 11: (2006 YS)**

$$\int_{-1}^0 \frac{2x}{x^2+6} dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{2x}{2x} \cdot \ln|x^2+6| \Rightarrow \ln|0+6| - \ln|(-1)^2+6| \Rightarrow \ln 6 - \ln 7 = \ln \frac{6}{7}$$

**Soru 12: (2004 YS)**

$$\int_0^2 x + e^x dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{x^2}{2} + e^x \Rightarrow \left( \frac{2^2}{2} + e^2 \right) - \left( \frac{0}{2} + e^0 \right) = 2 + e^2 - 1 = e^2 + 1$$

**Soru 13:**

$$\int_1^4 \sqrt{x} dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{2}{3} x\sqrt{x} \Rightarrow \left( \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot \sqrt{4} \right) - \left( \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \sqrt{1} \right) = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$$

**Soru 14: (2008 YS)**

$$\int_0^2 \frac{dx}{x+1} dx = ?$$

**Çözüm**

$$\frac{1}{1} \cdot \ln|x+1| \Rightarrow \ln|2+1| - \ln|0+1| = \ln 3 - \ln 1 = \ln 3 - 0 = \ln 3$$

**Soru 15: (2008 YS)**

$$\int_0^1 (5x^4 - 3) \cdot dx = ?$$

**Çözüm:**

$$x^5 - 3x \Rightarrow (1^5 - 3 \cdot 1) - (0) = -2$$

**Soru 16: (2007 BÜT)**

$$\int_0^2 \frac{3x^2}{x^3+1} dx = ?$$

**Çözüm:**

$$\frac{3x^2}{3x^2} \cdot \ln|x^3+1| \Rightarrow \ln|2^3+1| - \ln|0^3+1| = \ln 9 - \ln 1 = \ln 9 - 0 = \ln 9$$

#### ALAN HESABI

Alan hesabı için sınırların belli olması gerekir. O yüzden sınırlar belli değilse verilen fonksiyon sıfıra eşitlenir ve x'ler bulunur. Alan (-) çıkmaz. Sonuç (+) yapılır.

Soru 1:

$f(x) = 1 - x^2$  fonksiyonunun gösterdiği eğri ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı nedir?

**Çözüm:**

Sınırlar belli değil.

$$1 - x^2 = 0 \text{ ise } x = \pm 1$$

$$\int_{-1}^1 (1-x^2) dx = x - \frac{x^3}{3} \Rightarrow (1 - \frac{1^3}{3}) - (-1 - \frac{(-1)^3}{3}) \Rightarrow (1 - \frac{1}{3}) - (-1 + \frac{1}{3}) = \frac{4}{3}$$

Soru 2:

$f(x) = x^2 - 4x + 3$  fonksiyonunun gösterdiği eğri ile  $x = 1$  ve  $x = 3$  noktaları ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı nedir?

**Çözüm:**

$$\int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \Rightarrow (\frac{27}{3} - 18 + 9) - (\frac{1}{3} - 2 + 3) = \frac{4}{3}$$

Soru 3:

$f(x) = x^2$  ve  $g(x) = -x^2 - 2$  fonksiyonlarının gösterdikleri eğriler ile  $x = -1$  ve  $x = 3$  noktaları arasında kalan bölgenin alanı nedir?

**Çözüm:**

İki fonksiyon verilmişse 1. fonksiyondan 2.'si çıkarılır.

$$x^2 - (-x^2 - 2) = 2x^2 + 2$$

$$\int_{-1}^3 (2x^2 + 2) dx = 2 \frac{x^3}{3} + 2x \Rightarrow (18 + 6) - (-\frac{2}{3} - 2) = \frac{80}{3}$$

Soru 4: (2007 YS)

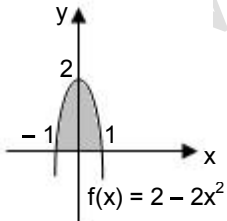
$f(x) = x^2$  ve  $g(x) = x$  fonksiyonlarının gösterdikleri eğriler arasında kalan alan nedir?

**Çözüm:**

$x^2 - x = x(x-1)$  ise  $x = 0$  ve  $x = 1$  dir.

$$\int_0^1 (x^2 - x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Soru 5: (2003 BÜT)

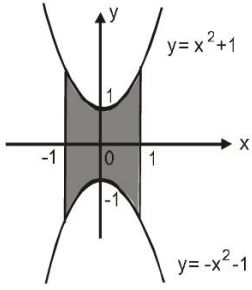


Taralı bölgenin alanı nedir?

**Çözüm:**

$$\int_{-1}^1 (2 - 2x^2) dx = 2x - \frac{2x^3}{3} = (2 \cdot 1 - \frac{2 \cdot 1^3}{3}) - (2 \cdot (-1) - \frac{2 \cdot (-1)^3}{3}) = (2 - \frac{2}{3}) - (-2 + \frac{2}{3}) = \frac{4}{3} - (-\frac{4}{3}) = \frac{8}{3}$$

Soru 6: (2006 YS)



**Taralı bölgenin alanı nedir?**

**Çözüm:**

$$x^2 + 1 - (-x^2 - 1) = 2x^2 + 2$$

$$\int_{-1}^1 (2x^2 + 2) dx = \frac{2x^3}{3} + 2x = \left(\frac{2 \cdot 1}{3} + 2 \cdot 1\right) - \left(\frac{2(-1)^3}{3} + 2 \cdot (-1)\right) = \left(\frac{2}{3} + 2\right) - \left(-\frac{2}{3} - 2\right) = \frac{8}{3} - \left(-\frac{8}{3}\right) = \frac{16}{3}$$

### ÜRETİCİ – TÜKETİCİ RANTI

Soru 1:

Talep fonksiyonu  $P = 50 - 3x$  olan bir mal için talep miktarı 10 birim olduğunda tüketici rantı ne olur?

**Çözüm:**

$$P = 50 - 3x \quad x = 10 \quad P = 50 - 3 \cdot 10 = 20 \quad 20 \cdot 10 = 200$$

$$\int_0^{10} (50 - 3x) dx = 50x - \frac{3x^2}{2} \Rightarrow (50 \cdot 10 - \frac{3 \cdot 10^2}{2}) - (0) = 500 - 150 = 350$$

$$350 - 200 = 150$$

Soru 2:

Arz fonksiyonu  $P = 16 + x$  olan bir mal için arz miktarı 6 birim olduğunda üretici rantı ne olur?

**Çözüm:**

$$P = 16 + x \quad x = 6 \quad P = 16 + 6 = 22 \quad 6 \cdot 22 = 132$$

$$\int_0^6 (16 + x) dx = 16x + \frac{x^2}{2} \Rightarrow (16 \cdot 6 + \frac{6^2}{2}) - (0) = 96 + 18 = 114$$

$$132 - 114 = 18$$

Soru 3: (2006 YS)

$P = 3x^2 + 8$  ve  $x = 2$  için üretici rantı nedir?

**Çözüm:**

$$P = 3x^2 + 8 \quad x = 2 \quad P = 3 \cdot 2^2 + 8 = 20 \quad 2 \cdot 20 = 40$$

$$\int_0^2 (3x^2 + 8) dx = x^3 + 8x \Rightarrow (2^3 + 8 \cdot 2) - (0) = 24$$

$$40 - 24 = 16$$

Soru 4: (2006 BÜT)

$P = 18 - 2x$  ve  $P = 8$  ise tüketici rantı nedir?

**Çözüm:**

$$8 = 18 - 2x \text{ ise } x = 5$$

$$P = 18 - 2x \quad x = 5 \quad P = 18 - 2 \cdot 5 = 8 \quad 5 \cdot 8 = 40$$

$$\int_0^5 (18 - 2x) dx = 18x - x^2 \Rightarrow (18 \cdot 5 - 5^2) - (0) = 90 - 25 = 65$$

$$65 - 40 = 25$$

Soru 5: (2007 BÜT)

$x$  üretim miktarı ve  $p$  fiyat olmak üzere, talep fonksiyonu  $p = 15 - 4x$  olan bir mal için  $x = 3$  olduğunda tüketici rantı ne olur?



**Çözüm:**

$$P = 15 - 4x \quad x = 3 \quad P = 15 - 4 \cdot 3 = 3 \quad 3 \cdot 3 = 9$$

$$\int_0^3 (15 - 4x) dx = 15x - 2x^2 \Rightarrow (15 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2) - (0) = 45 - 18 = 27$$

$$27 - 9 = 18$$

### LİNEER DOĞRUSAL DENKLEM SİSTEMLERİ

Çözüm seçeneklerden yapılır.

Soru 1: (2004 YS)

$$x + 2y = 3$$

$$2x + y = 3 \text{ ise } (x,y) = ?$$

- A) (3,0)      B) (0,3)      C) (0,0)      D) (1,1) ✓      E) (1,3)

**Çözüm:**

$$1 + 2 \cdot 1 = 3$$

$2 \cdot 1 + 1 = 3$  Her iki denklemi de D seçeneği sağladı.

Soru 2: (2003 BÜT – 2007 YS)

$$x + y + z = 2$$

$$2x - y + z = 3$$

$$x + 2y - z = 7 \text{ ise } (x,y,z) = ?$$

- A) (1,1,0)      B) (2, -1,1)  
C) (3, -1, -2)      D) (3,1, -2) ✓  
E) (4,2,1)

**Çözüm:**

$$3 + 1 - 2 = 2$$

$$2 \cdot 3 - 1 - 2 = 3$$

$3 + 2 \cdot 1 + 2 = 7$  Her üç denklemi de D seçeneği sağladı.

Soru 3:

Bir malın talep fonksiyonu  $q = 75 - 2p$  ve arz fonksiyonu  $q = -15 + 4p$  olarak veriliyor. Bu mal için arzın sıfır (0) olduğu fiyat nedir?

**Çözüm:**

Arzın sıfır olması arz edilen miktarın sıfır olmasıdır.

$$q = -15 + 4p \text{ ise } 0 = -15 + 4p \text{ ise } p = 15 / 4$$

Soru 4:

Arz fonksiyonu  $q = -10 + 6p$  ve talep fonksiyonu  $q = 11 - p$  ise denge fiyatı ve denge miktarı (p,q) nedir?

**Çözüm:**

Denge dediği zaman iki denklem birbirine eşitlenir.

$$-10 + 6p = 11 - p \text{ ise } p = 3$$

Bulunan fiyat iki denklemden birinde yerine yazılır ve q bulunur.

$$q = -10 + 6 \cdot 3 = 8 \quad (p,q) = (3,8)$$

Soru 5: (2003 BÜT – 2004 FİN)

$$q = -4 + 5p \text{ ve } q = 12 - 3p \text{ ise } (p,q) = ?$$

**Çözüm:**

$$-4 + 5p = 12 - 3p \text{ ise } p = 2$$

$$q = 12 - 3 \cdot 2 = 6 \quad (p,q) = (2,6)$$

Soru 6: (2008 YS)

P fiyat olmak üzere, arz ve talep fonksiyonları  $q = -8 + 5p$  ve  $q = 14 - 6p$  olarak verilen bir malın denge fiyatı nedir?

**Çözüm:**

$$-8 + 5p = 14 - 6p \text{ ise } p = 2$$

Soru 7: (2006 BÜT)

$$q = -8 + 5p \text{ ve } q = 24 - 3p \text{ ise denge fiyatı nedir?}$$

**Çözüm:**

$$-8 + 5p = 24 - 3p \text{ ise } p = 4$$

**BUNDAN SONRAKİ SORULARIN SADECE CEVAPLARINI VERMEKLE YETİNDİM. İSTENİRSE ÇÖZÜMLERE HOCANIN KENDİSİ GİREBİLİR.**

Soru 8: (2006 YS)  
 $-x + 3y = 16$   
 $2x + y = 3$  ise  $(x,y) = ?$

Cevap:  
 $(-1,5)$

Soru 9: (2006 YS)  
 $x - 2y + z = 1$   
 $2x + y - z = 4$   
 $3x - 6x + 3z = 5$  ise  $(x,y,z) = ?$

Cevap:  
Çözümü yoktur.

Soru 10: (2006 BÜT)  
 $-4x + y = -1$   
 $8x - 2y = 2$  lineer denklem sisteminin çözümü hangisi değildir?

Cevap:  
 $(2,5)$

Soru 11: (2003 YS)  
 $x + 7y = -22$   
 $5x - 3y = 4$  ise  $(x,y) = ?$

Cevap:  
 $(-1, -3)$

Soru 12: (2003 YS)  
 $2x - y + 3 = 0$   
 $X - 2y - 3 = 0$  ise  $(x,y) = ?$

Cevap:  
 $(-3, -3)$

Soru 13: (2004 YS)  
 $x + y + z = 9$   
 $x - 2y + z = 0$   
 $3x + y - z = 5$  ise  $(x,y,z) = ?$

Cevap:  
 $(2,3,4)$

Soru 14: (2008 YS)  
 $x - 2z = 1$   
 $x + y = 3$   
 $y - 3z = 2$   
doğrusal denklem sisteminin  $(x,y,z)$  çözümü nedir?

- A)  $(-1,4, -1)$   
B)  $(3,0,1)$   
C)  $(5, -2,2)$   
D)  $(1,2,0)$  ✓  
E)  $(-3,0, -2)$

Çözüm:

$$1 - 2.0 = 1$$
$$1 + 2 = 3$$

$2 - 3.0 = 2$  Her üç denklemi de D seçeneği sağladı.

Soru 15: (2008 YS)  
 $2x - y = 5$   
 $x + 3y = 6$   
doğrusal denklem sisteminin  $(x,y)$  çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(0, -5)$  B)  $(1, -3)$   
C)  $(4, -1)$  E)  $(-1, -7)$   
E)  $(3,1)$  ✓

Çözüm:

$$2.3 - 1 = 5$$

$3 + 3.1 = 6$  Her iki denklemi de E seçeneği sağladı.

Soru 16: (2007 BÜT)

$$2x - y + 3z = 4$$
$$y - z = 2$$

aşağıdakilerden hangisi yukarıda verilen doğrusal denklem sisteminin  $(x,y,z)$  çözümlerinden biri değildir?

- A)  $(2,3,1)$   
B)  $(4,1, -1)$   
C)  $(3,2,0)$   
D)  $(6, -1, -3)$   
E)  $(1,5,2)$  ✓

Çözüm:

$$2.1 - 5 + 3.2 = 3$$

E seçeneği denklemi sağlamaz.

**Soru 17: (2007 BÜT)**

$$-3x + 5y = 2$$

$$6x - 10y = 5$$

Doğrusal denklem sisteminin (x,y) çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1,1)

B) (-4, -2)

C) (-2,3)

D) (-1,1/5)

E) Çözümü yoktur✓

**Çözüm:**

Seçenekler x ve y yerine yazıldığında çözümü yoktur seçeneği doğru olacaktır. Çünkü diğerleri denklemleri sağlamamaktadır.

**MATRİSLER**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

1. satır elemanları = 1,2,3

2. Satır elemanlar = 4,5,6

1. sütun elemanları = 1,4

2. sütun elemanları = 2,5

3. sütun elemanları = 3,6

**Matrisin Boyutu**

Satır Sayısı x Sütun Sayısı  
2 x 3

**Eşit Matrisler**

Boyutları ve aynı konumdaki elemanları eşit olan matrislerdir.

Soru 1:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & x \\ 0 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & z \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad \text{ve} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & y & 4 \\ 3 & -1 & 10 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad A = B \text{ ise } x + y + z = ?$$

**Çözüm:**

$$x = 5 \quad y = 2 \quad z = 10 \text{ ise } 5 + 2 + 10 = 17$$

**Toplama – Çıkarma**

Matrislerin boyutları eşit ise toplama – çıkarma işlemi yapılabilir.

Soru 1:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{ise } A + B = ?$$

**Çözüm:**

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+0 & 3+(-2) \\ 2+1 & -4+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

**Sayı İle Çarpma**

Bütün elemanlar verilen sayı ile çarpılır.

Soru 1:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{ise } 2A = ?$$

**Çözüm:**

$$2A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$$

Soru 2:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix} \text{ ise } 2A - 3B = ?$$

**Çözüm:**

$$\begin{bmatrix} -4 & 2 & 6 \\ 0 & 8 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 2 & 6 \\ -6 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

### **Bir Matrisin Devriği (Transpozesi)**

Satırlar sütuna çevrilir.

**Örn:**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

### **Özellikler:**

- 1)  $(A^T)^T = A$
- 2)  $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$
- 3)  $(k \cdot A)^T = k \cdot A^T$
- 4)  $(A \pm B)^T = A^T \pm B^T$

### **İki Matrisin Çarpımı**

İki matrisin çarpılabilmesi için boyutlarının içlerinin aynı olması gerekir. Yeni matrisin boyutu ise dışlarıdır.

Soru 1:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad \text{ve} \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}_{2 \times 1} \quad A \cdot B = ?$$

$$A) \begin{bmatrix} 10 \\ 9 \end{bmatrix} \quad B) \begin{bmatrix} 0 & 9 \end{bmatrix} \quad C) \begin{bmatrix} 0 & -9 \end{bmatrix} \quad D) \begin{bmatrix} 10 \\ -9 \end{bmatrix} \quad E) \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**Çözüm:**

$2 \times 1$  yeni matrisin boyutudur. O halde B ve C seçenekleri elenir.  
 $0 \cdot 4 + 3 \cdot 3 = 9$  Son elemanı 9 olan A seçeneğidir.

### **DETERMİNANTLAR**

Köşegen Çarpımı – Diğerlerinin Çarpımı

**Örn:**

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1) - 7 \cdot 3 = -2 - 21 = -23$$

Soru 1:

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ a & 6 \end{vmatrix} = 4 \text{ ise } a = ?$$

**Çözüm:**

$$18 - (-a) = 4 \text{ ise } a = -14$$

Soru 2:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 0 \end{vmatrix} = ?$$

**Çözüm:**

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 0 \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \\ \diagdown \\ \diagup \\ \diagdown \end{array} \begin{array}{l} -2 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{array}$$

$$0 - 16 - 1 = -17$$

$$6 + 4 + 0 = 10$$

$$-17 - 10 = -27$$

Determinantı aynen yazıp, ilk iki satırı altına getirdik ve çapraz çarpma işlemi yaptık.

Soru 2:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{vmatrix} = 6 \text{ ise } k = ?$$

Cevap:

$k = 3$  Sonucu bulunur.

Soru 3:

$$\det(A) = 4 \text{ ise } \det(2A) = ?$$

**Çözüm:**

$\det(2A)$  sonucu  $\det(A)$  sonucunun 8 katıdır. O halde yanıt 8.4 ten 32 olmalıdır.

### Minör

Soru 1:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 7 & 1 & 4 \end{vmatrix} \text{ ise } M_{a_{11}} = ?$$

**Çözüm:**

1. satır ve 1. sütun kapatılarak kalanların determinanı alınır. Yani;  
 $-4 - 3 = -7$

### Kofaktör

Soru 1:

$$\begin{vmatrix} 10 & 3 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} \text{ } a_{21} \text{ in kofaktörü nedir?}$$

**Çözüm:**

2. satır ve 1. sütun kapatılırsa 3 kalır. Ancak işaret değiştirilir ve sonuç  $-3$  olur. İşaret değiştirmesinin sebebi  $a_{21}$  de  $2 + 1 = 3$  yani tek sayı olmasından dolayıdır. Çift sayı olsaydı işaret değiştirilmeden bırakılacaktı.

### Katsayılar Matrisi

Soru 1:

$$2x - y = 4$$

$$4x + 2y = 5 \text{ denklem sisteminin katsayılar matrisi nedir?}$$

**Çözüm:**

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Soru 2:

$$-2x + 4y + 3z = 1$$

$$-x + 2y - z = 0$$

$$4x + y = 7 \text{ denklem sisteminin katsayılar matrisi nedir?}$$

**Çözüm:**

$$\begin{bmatrix} -2 & 4 & 3 & : & 1 \\ -1 & 2 & -1 & : & 0 \\ 4 & 1 & 0 & : & 7 \end{bmatrix}$$

Soru 3:

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ denklemi nedir?}$$

**Çözüm:**

$$5x + 4y = 1$$

$$3x + 2y = 0$$

### Ters Matris

Bir matrisin tersinin olabilmesi için determinantının sıfır olmaması gerekir.

Soru 1:

Aşağıdakilerden hangisinin tersi vardır?

A)  $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$  B)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  C)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$  D)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  E)  $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

Çözüm:

$20 - 6 = 14$  Dolayısıyla E seçeneği doğru seçenektir.

1) Determinant alınır.

2)  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

3) Bütün elemanları determinanta böl.

Soru 2:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$   $A^{-1} = ?$

Çözüm:

1)  $-4 - 6 = -10$

2)  $A^{-1} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

3)  $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-4}{-10} & \frac{-3}{-10} \\ \frac{-2}{-10} & \frac{1}{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{10} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{10} \end{bmatrix}$

Z<sub>max</sub> – Z<sub>min</sub> Durumu:

Soru 1:

$3x_1 + x_2 \leq 18$

$x_1 + x_2 \leq 12$

$Z_{\max} = 30x_1 + 20x_2$  optimal çözümü nedir?

Çözüm:

$3x_1 + x_2 = 18$

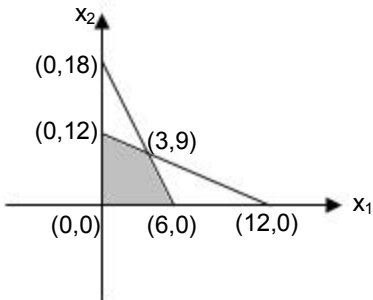
$x_1 = 0$  ise  $x_2 = 18$  (0, 18)

$x_2 = 0$  ise  $x_1 = 6$  (6, 0)

$x_1 + x_2 = 12$

$x_1 = 0$  ise  $x_2 = 12$  (0, 12)

$x_2 = 0$  ise  $x_1 = 12$  (12, 0)



$3x_1 + x_2 = 18$   
 $-1 / x_1 + x_2 = 12$

$3x_1 + x_2 = 18$   
 $-x_1 - x_2 = -12$

$2x_1 = 6$  ise  $x_1 = 3$  ve  $3 \cdot 3 + x_2 = 18$  ise  $x_2 = 9$

$Z_{\max} = 30x_1 + 20x_2$

$(0, 12) \rightarrow 30 \cdot 0 + 20 \cdot 12 = 240$

$(6, 0) \rightarrow 30 \cdot 6 + 20 \cdot 0 = 180$

$(3, 9) \rightarrow 30 \cdot 3 + 20 \cdot 9 = 270$  Sorunun cevabı.  $Z_{\max}$  dediği için en büyük sonuç alındı.

Karışık Sınav Soruları:

Soru 1: (2006 BÜT)

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ Matrisinin tersi nedir?}$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Soru 3: (2006 BÜT)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad 3A - 2B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} -2 & -7 & 5 \\ -1 & -12 & 9 \\ -2 & 5 & 14 \end{bmatrix}$$

Soru 4: (2006 BÜT)

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \end{vmatrix} \text{ determinantının değeri nedir?}$$

Cevap:

-3

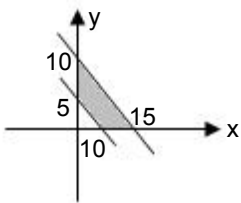
Soru 6: (2006 BÜT)

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 2x+y & 4 \\ -3 & 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 4 \\ -3 & 2 & x-y \end{bmatrix} \text{ ise } 3x + y = ?$$

Cevap:

7

Soru 7: (2006 BÜT)



$Z_{\max} = 2x + 4y$  ise optimal çözüm nedir?

Cevap:

40

Soru 8: (2006 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -2 & 5 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ ise } A \cdot B = ?$$

Soru 2: (2006 BÜT)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad A^T \cdot B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ -8 \end{bmatrix}$$

Soru 5: (2006 BÜT)

$$\begin{vmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & -3 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} a_{12} \text{ kofaktörü nedir?}$$

Cevap:

-12

Soru 9: (2006 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ ise } A + 3A^T = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Soru 10: (2006 YS)

$$\begin{bmatrix} 1 & x \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & x \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ ise } x + y = ?$$

Cevap:

- 1

Soru 12: (2006 YS)

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & 2x \end{vmatrix} = 12 \text{ ise } x = ?$$

Cevap:

- 4

Soru 13: (2006 YS)

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ ise } a_{33} \text{ minörü kaçtır?}$$

Cevap:

13

Soru 15: (2003 YS - 2007 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ise } 2A - B + 3C = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 8 & 1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$$

Soru 16: (2003 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ ise } A \cdot B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 2 \\ 9 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

Soru 17: (2003 YS)

Hangisinin tersi vardır?

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Soru 18: (2003 YS)

$$\begin{vmatrix} 1 & x \\ 2x - 1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \text{ ise } x = ?$$

Cevap:

$\{-1, 3/2\}$

Soru 19: (2003 YS)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 6 \\ x_2 &\leq 3 \end{aligned}$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$$

Soru 11: (2006 YS)

$$\begin{bmatrix} 3 & -9 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ Matrisinin tersi nedir?}$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 1/3 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Soru 14: (2003 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -x+y \\ -6 & 4 & 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2x-y & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

A = B ise (x,y) = ?

Cevap:

$(-4, -2)$



$$Z_{\max} = 2x_1 + x_2$$

Cevap:

12

Soru 20: (2003 BÜT)

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & k \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4 \text{ ise } k = ?$$

Cevap:

-3

Soru 22: (2003 BÜT)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \text{ ise } 3A - 4B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} -9 & -15 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$$

Soru 23: (2004 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & x \\ y & -6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \quad A = 2B \text{ ise } x + y = ?$$

Cevap:

-2

Soru 24: (2004 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ ise } A + B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$$

Soru 25: (2004 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 8 & 3 & 7 \end{bmatrix} \quad M_{21} = ?$$

Cevap:

4

Soru 26: (2004 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ ise } A \cdot B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Soru 27: (2004 YS)

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = ?$$

Cevap:

-6

Soru 28: (2004 YS)

Soru 21: (2003 BÜT)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ ise } A \cdot B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 10 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$-x_1 + x_2 \leq 4$$

$$Z_{\min} = -x_1 + 2x_2$$

Cevap:  
-6

**Soru 29: (2007 BÜT)**

Aşağıda boyutları verilen matrislerden hangisi bir kare matristir?

- A) 1x3                      B) 3x4  
C) 6x6 ✓                    D) 2x4  
E) 5x1

Cevap:  
6x6 bir kare matristir.

**Soru 30: (2007 BÜT)**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ için } C = 4A^T B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ -20 \end{bmatrix}$$

**Soru 31: (2007 BÜT)**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ matrisleri için aşağıdaki işlemlerden hangisi tanımlı değildir?}$$

Cevap:  
 $A^T + B$

**Soru 32: (2007 BÜT)**

$$2x_1 - x_2 = 1$$

$$-x_1 + x_2 + 3x_3 = 3$$

$$x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \text{ doğrusal denklem sisteminin katsayılar matrisi nedir?}$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

**Soru 33: (2007 BÜT)**

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 3 & 6 & k+1 \\ 0 & 4 & -1 \end{bmatrix} \text{ ve } \det A = 0 \text{ ise } k \text{ sayısı kaçtır?}$$

Cevap:

2

**Soru 34: (2007 BÜT)**

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \text{ matrisinin tersi nedir?}$$

Cevap:

$$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

**Soru 35: (2007 BÜT)**

$$3x_1 + x_2 \geq 6$$

$$2x_1 + x_2 \leq 6$$

$$Z_{\max} = 5x_1 + 3x_2$$

Cevap:  
18

**Soru 36: (2007 YS)**

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ ise } (x,y) = ?$$

Cevap:

(1,2)

Soru 37: (2007 YS)

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = ?$$

Cevap:

-6

Soru 39: (2007 YS)

Aşağıdaki matrislerin hangisinin tersi (inversi) yoktur?

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Soru 40:

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 \leq 2$$

$$x_2 \leq 2$$

$$Z_{\min} = 20x_1 - 3x_2$$

Cevap:

-6

Soru 41: (2008 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -3 & 4 & -5 \\ -4 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ matrisi için } a_{12} + a_{32} \text{ toplamı kaçtır?}$$

Cevap:

3

Soru 42: (2008 YS)

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 4 & 5 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \text{ matrisinin devriği (transpozesi) olan } A^T \text{ matrisinin boyutu nedir?}$$

Cevap:

2x4

Soru 43: (2008 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & -4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ ise } A.B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 7 & -8 \end{bmatrix}$$

Soru 44: (2008 YS)

Aşağıdaki matrislerin hangisinin tersi (inversi) yoktur?

Cevap:

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

Soru 38: (2007 YS)

$$\begin{vmatrix} k & 1 & 2 \\ 3 & k & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \text{ ise } k = ?$$

Cevap:

3

Soru 45: (2008 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ matrisinin } a_{13} \text{ elemanının kofaktörü kaçtır?}$$

Cevap:  
-3

Soru 46: (2008 YS)

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & -3 & 5 \end{vmatrix} = ?$$

Cevap:  
-55

Soru 47: (2008 YS)

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 &\leq 24 \\ x_1 + x_2 &\geq 20 \\ Z_{\min} &= 2x_1 + x_2 \end{aligned}$$

Cevap:  
20

Bu kadar sorunun yeterli olacağı düşüncesindeyim. Bu sorular içinde değişik bulunan sorular çözülebilir. Matrislerle ilgili soruları yazarken çözümlere girmeyip sadece cevapları vermekle yetindim.

## ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLAR

### İki Değişkenli Fonksiyonlar

Tanım Kümeleri:

$$\sqrt{\text{İfade}} \Rightarrow \text{İfade} \geq 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\text{İfade}}} \Rightarrow \text{İfade} > 0 \text{ olmalıdır.}$$

Örnek 1:

$$f(x,y) = \sqrt{4 + 2x - y} \text{ fonksiyonunun tanım kümesi nedir?}$$

Çözüm:

$$4 + 2x - y \geq 0 \text{ olmalıdır.}$$

Örnek 2:

$$f(x,y) = \frac{2x + y}{\sqrt{x^2 + 3y}} \text{ fonksiyonunun tanım kümesi nedir?}$$

Çözüm:

$$x^2 + 3y > 0 \text{ olmalıdır.}$$

### İki Değişkenli Fonksiyonlarda Görüntü Bulma

Verilen değerler fonksiyonda yerine yazılır.

Örnek 3:

$$f(x,y) = x^2 + 2xy - y \text{ olduğuna göre, } f(1,2) \text{ değeri nedir?}$$

Çözüm:

$$x = 1 \text{ ve } y = 2 \text{ alınır ve verilen fonksiyonda yerlerine yazılır.}$$
$$f(1,2) = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 - 2 = 3 \text{ sonucu bulunur.}$$

Örnek 4:

$$f(x,y) = \frac{2x - y}{x^2 + 3} \text{ olduğuna göre, } f(3,1) \text{ değeri nedir?}$$

Çözüm:

$x = 3$  ve  $y = 1$  alınır ve verilen fonksiyonda yerlerine yazılır.  
 $f(3,1) = 2.3 - 1 / 9 + 3 = 5/12$  sonucu bulunur.

### İki Değişkenli Fonksiyonların Kısmi Türevleri

$f$  fonksiyonunun tanım kümesine ait bir  $(x,y)$  noktasında  $x$ 'e göre kısmi türevini bulmak için bu fonksiyonda  $x$ 'i sabit düşünüp, bilinen türev kurallarına göre fonksiyonun  $x$ 'e göre türevini bulmak yeterlidir.

#### **Örnek 5:**

$f(x,y) = 3xy^2 - 4x^2 + y$  fonksiyonunun  $x$ 'e göre ( $f_x$ ) ve  $y$ 'ye göre ( $f_y$ ) kısmi türevlerini bulunuz?

#### **Çözüm:**

$x$ 'e göre kısmi türev  $3y^2 - 8x$   
 $y$ 'ye göre kısmi türev  $6xy + 1$

#### **Örnek 6:**

$f(x,y) = x^3y + 6x^2y^2$  fonksiyonunun  $x$ 'e göre kısmi türevi nedir?

#### **Çözüm:**

$x$ 'e göre kısmi türev  $3x^2y + 12xy^2$

### Üç Yada Daha Çok Değişkenli Fonksiyonların Kısmi Türevleri

Bir fonksiyonda değişken sayısı birden fazla olduğunda herhangi bir değişkene göre türev almak için o değişkenin dışındaki tüm değişkenler sabit düşünülüp, o değişkene göre, bilinen türev kuralları yardımıyla türev alınır.

#### **Örnek 7:**

$f(x,y,z) = 3x^2y + 3xy^2z + 3z^3$  fonksiyonunun  $x$ 'e,  $y$ 'ye ve  $z$ 'ye göre kısmi türevleri nedir?

#### **Çözüm:**

$x$ 'e göre kısmi türev  $6xy + 3y^2z$   
 $y$ 'ye göre kısmi türev  $3x^2 + 6xyz$   
 $z$ 'ye göre kısmi türev  $3xy^2 + 9z^2$

### İkinci Mertebeden Kısmi Türev

İki defa kısmi türev alınmasıdır.

#### **Örnek 8:**

$f(x,y) = x^2y - x^2y^2$  fonksiyonu için  $f_{xx}(x,y)$  kısmi türevi nedir?

#### **Çözüm:**

1. kısmi türev  $2xy - 2xy^2$
2. kısmi türev  $2y - 2y^2$

#### **Örnek 9:**

$f(x,y) = 5xy^2 - 3x^2y$  fonksiyonu için  $f_{xy}(1,2)$  kısmi türev değeri nedir?

#### **Çözüm:**

$x$ 'e göre kısmi türev  $5y^2 - 6xy$   
 $y$ 'ye göre kısmi türev  $10y - 6x$   
 $f_{xy}(1,2) = 10.2 - 6.1 = 14$  sonucu bulunur.

### 2009 YILI AS – YS – BS SINAV SORULARI VE CEVAPLARI

#### KÜMELER

1.  $K = \{ x \mid 2 < x < 10 \text{ ve } x \text{ çift doğal sayı} \}$  kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir? (2009 AS)

- A)  $\{2, 4, 6, 8, 10\}$
- B)  $\{4, 6, 8, 10\}$
- C)  $\{4, 6, 8\}$
- D)  $\{6, 8\}$
- E)  $\{2, 10\}$

#### **Çözüm:**

Çift doğal sayılar 4, 6 ve 8'dir. Cevap (C) seçeneğidir.

### SAYILARDA SIRALAMA

$$1. K = -\frac{2}{3} \quad L = \frac{4}{3} \quad M = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur? (2009 BS)

- A)  $M < L < K$   
B)  $L < M < K$   
C)  $M < K < L$   
D)  $K < M < L$   
E)  $L < K < M$

**Çözüm:**

Eksi işaretli K en küçüktür. Hesap makinesi kullanılırsa M daha sonra L'nin sıralamada geldiği görülebilir. O halde cevap (D) seçeneğidir.

### ÜSLÜ SAYILAR

1.  $\frac{9^3 + 9^3 + 9^3 + 9^3}{3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2}$  ifadesi kaç eştir? (2009 AS)

- A) 1 B) 3 C) 9 D) 27 E) 81

**Çözüm:**

$$\frac{4 \cdot 9^3}{4 \cdot 3^2} = \frac{9 \cdot 9 \cdot 9}{9} = 81 \text{ sonucu bulunur. Cevap (E) seçeneğidir.}$$

2.  $\frac{6^8}{9^4}$  kaç eştir? (2009 BS)

- A)  $2^4$  B)  $2^6$  C)  $2^8$  D)  $2^{10}$  E)  $2^{12}$

**Çözüm:**

$$\frac{3^8 \cdot 2^8}{3^8} = 2^8 \text{ sonucu bulunur. Aynı sonuç hesap makinesi kullanılarak da bulunabilir. Cevap (C) seçeneğidir.}$$

### KÖKLÜ SAYILAR

1.  $2\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$  işleminin sonucu kaçtır? (2009 AS)

- A)  $-9\sqrt{3}$  B)  $-\sqrt{3}$  C)  $\sqrt{3}$  D)  $3\sqrt{3}$  E)  $9\sqrt{3}$

**Çözüm:**

$2\sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3} - \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$  sorunun cevabı (D) seçeneğidir. Aynı soru hesap makinesi yardımıyla da yapılabilirdi.

2.  $x^{\frac{2}{3}} = 4$  ise x kaçtır? (2009 YS)

- A)  $\sqrt[3]{16}$  B) 8 C) 16 D) 24 E) 64

**Çözüm:**

$$x \text{ yerine } 8 \text{ konursa } 8^{\frac{2}{3}} = 2^3 \cdot \frac{2}{3} = 2^2 = 4 \text{ sonucu bulunur. Yani cevap (B) seçeneğidir.}$$

### İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

1.  $x^2 - mx - 12 = 0$  denkleminin köklerinden biri 2 ise m kaçtır? (2009 AS)

- A) -8 B) -5 C) -4 D) 4 E) 8

**Çözüm:**

x yerine 2 yazılırsa  $2^2 - 2 \cdot m - 12 = 0$  ise  $2 \cdot m = -8$  ise  $m = -4$  sonucu bulunur. Cevap (C) seçeneğidir.

2.  $x^2 + 5x + 6 = 0$  denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)

- A)  $\{-6, 1\}$   
B)  $\{-3, -2\}$   
C)  $\{-2, 3\}$   
D)  $\{-1, 6\}$   
E)  $\{2, 3\}$

**Çözüm:**

Seçenek çarpımı sabit sayıyı, toplamı b katsayısının ters işaretlisi olmalıydı. O halde cevap (E) seçeneğidir. Aynı soru seçenekler x yerine yazılarak da bulunabilir.

3.  $\frac{x^2 - 4}{4} = 0$  denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir? (2009 BS)

- A) {0}  
B) {4}  
C) {-2, 2}  
D) {0, 1}  
E) {-1, 1}

**Çözüm:**

İçler dışlar çarpımı yapıldığında  $x^2 - 4 = 0$  olur.  $x^2 = 4$  ise  $x = \mp 2$ 'dir. Yani cevap (C) seçeneğidir.

**EŞİTSİZLİKLER VE MUTLAK DEĞER**

1.  $3(2x + 1) \geq 4x + 5$  eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir? (2009 YS)

- A)  $(1, \infty)$   
B)  $(-\infty, 1]$   
C)  $[1, \infty)$   
D)  $(-\infty, -1]$   
E)  $[-1, 1]$

**Çözüm:**

$$6x + 3 \geq 4x + 5$$

$$2x \geq 2$$

$$x \geq 1$$

Sorunun cevabı (C) seçeneğidir.

2.  $|2x - 3| \leq 5$  eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)

- A)  $[1, 4]$   
B)  $[4, -1]$   
C)  $[-1, 4]$   
D)  $(-1, 4)$   
E)  $(-\infty, -1] \cup [4, \infty)$

**Çözüm:**

$$-5 \leq 2x - 3 \leq 5$$

$$-2 \leq 2x \leq 8$$

$$-1 \leq x \leq 4$$

Sorunun cevabı  $[-1, 4]$  yani (C) seçeneğidir.

**FONKSİYONLAR**

1.  $f(x) = \sqrt{2x+6}$  fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)

- A)  $(-\infty, -3)$   
B)  $(-3, \infty)$   
C)  $(-\infty, -3]$   
D)  $[-3, \infty)$   
E)  $\emptyset$

**Çözüm:**

$$2x + 6 \geq 0$$

$$2x \geq -6$$

$x \geq -3$  Sorunun cevabı (D) seçeneğidir.

2.  $f(x) = 3x - 2$  fonksiyonunun ters fonksiyonu olan  $f^{-1}(x)$  aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)

- A)  $\frac{x-2}{3}$       B)  $\frac{x-3}{3}$       C)  $\frac{x+3}{2}$       D)  $\frac{x-3}{2}$       E)  $\frac{x+2}{3}$

**Çözüm:**

$f(x) = ax - b$  ise tersi  $\frac{x+b}{a}$  dir. O halde sorunun cevabı  $\frac{x+2}{3}$  yani (E) seçeneğidir.

3.  $f(x) = x - 2$  ve  $g(x) = x^2 - x + 1$  ise  $(g \circ f)(3)$  değeri kaçtır? (2009 AS)

- A) 1      B) 3      C) 5      D) 11      E) 21

**Çözüm:**

$$f(3) = 3 - 2 = 1$$

$$g(1) = 1^2 - 1 + 1 = 1 \text{ sonucu bulunur. cevap (A) seçeneğidir.}$$

4.  $f(x - 1) = 3x$  ise,  $y = f(x)$  aşağıdakilerden hangisidir? (2009 YS)

- A)  $3x - 3$   
B)  $3x + 3$   
C)  $3x$   
D)  $3x + 1$   
E)  $3x - 1$

**Çözüm:**

$x - 1$  ifadesi tersi alınarak  $x + 1$  haline getirilir ve verilen fonksiyonda  $x$  yerine yazılır. Yani;  $3(x + 1) = 3x + 3$  sonucu bulunur. Cevap (B) seçeneğidir.

5.  $f(x) = \frac{x+2}{x}$  fonksiyonunun ters fonksiyonu  $f^{-1}(x)$  aşağıdakilerden hangisidir? (2009 BS)

- A)  $\frac{x}{x+2}$       B)  $\frac{x-2}{x}$       C)  $\frac{1}{x+1}$       D)  $\frac{2}{x+2}$       E)  $\frac{2}{x-1}$

**Çözüm:**

Sorunun çözümüne göre cevap (E) seçeneğidir.

6.  $f(x) = 2x$  ve  $g(x) = x^2 + 3$  fonksiyonları için  $(f \circ g)(1) - (g \circ f)(0)$  değeri kaçtır? (2009 BS)

- A) 4      B) 5      C) 7      D) 8      E) 11

**Çözüm:**

$$g(1) = 1^2 + 3 = 4$$

$$f(4) = 2 \cdot 4 = 8$$

$$f(0) = 0$$

$$g(0) = 0 + 3 = 3$$

$8 - 3 = 5$  sonucu bulunur. Cevap (B) seçeneğidir.

### **KOORDİNAT DÜZLEMİ**

1. (1, 2) ve (3, 4) noktalarından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)

- A)  $y = x + 1$   
B)  $y = x - 1$   
C)  $y = -x - 1$   
D)  $y = 3x - 5$   
E)  $y = 3x - 1$

**Çözüm:**

$x$  yerine 1 yazıldığında  $y$  2,  $x$  yerine 3 yazıldığında  $y$  4 çıkan denklem  $y = x + 1$ 'dir. Cevap (A) seçeneğidir.

2.  $3x - 4y + 6 = 0$  doğrusunun eğimi kaçtır? (2009 BS)

- A) -3  
B) -4  
C) 2  
D) 2/3  
E) 3/4

**Çözüm:**

$y$  yalnız kaldıktan sonra  $x$ 'in önündeki sayıdır.  $y = 3x + 6 / 4$  denkleminde eğim  $3/4$ 'tür. Cevap (E) seçeneğidir.

3.  $y = x^2 + ax + b$  parabolü  $x$ - eksenini (1, 0) ve  $y$ - eksenini (0, 3) noktasında kestiğine göre,  $a - b$  kaçtır? (2009 BS)

- A) -7      B) -4      C) -1      D) 4      E) 7

**Çözüm:**

$x$  yerine 1 yazıldığında  $y$  0 çıkıyor. O halde  $a + b = -1$

$x$  yerine 0 yazıldığında  $y$  3 çıkıyor. O halde  $b = 3$        $a + 3 = -1$  ise  $a = -4$        $-4 - 3 = -7$

Sorunun cevabı (A) seçeneğidir.

4.  $y = 2x - 3$  ve  $y = x - 1$  doğrularının kesim noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)

- A) (1, 0)  
B) (2, 1)  
C) (3, 2)  
D) (4, 3)  
E) (5, 4)

**Çözüm:**

Her iki denklemi de sağlayan seçenek (2, 1) seçeneğidir. Cevap (B) seçeneğidir.

5. Aşağıdakilerden hangisi bir parabol denklemi değildir? (2009 AS)

- A)  $y = x^2 + 1$   
B)  $(y + 1)^2 = x$



- C)  $y^2 = x + 3$   
D)  $y = (x + 1)^2$   
E)  $y + x^2 = x^2 + 1$

**Çözüm:**

Cevap (E) seçeneğidir.  $x^2$ ler gidince denklem doğru denklemi olur.

**LİMİT**

1.  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 5x - 1)$  değeri kaçtır? (2009 AS)  
A) -7 B) -5 C) 1 D) 6 E) 21

**Çözüm:**

$3 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 - 1 = 12 - 10 - 1 = 1$  sonucu bulunur. Cevap (C) seçeneğidir.

2.  $f(x) = x^2 - 5x + a$  fonksiyonu  $x = 1$  noktasında sürekli ve  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$  olduğuna göre,  $a$  kaçtır? (2009 YS)  
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

**Çözüm:**

$f(1) = 1^2 - 5 \cdot 1 + a = 2$  ise  $a = 6$  sonucu bulunur. Cevap (E) seçeneğidir.

3.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x}$  değeri kaç eşittir? (2009 YS)  
A) -1 B) 0 C) 1 D)  $\infty$  E) Yoktur

**Çözüm:**

Türev alınır.  $1/1 = 1$

Soldan yaklaştığı için sonuç -1'dir. Cevap (A) seçeneğidir.

4.  $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{|x|}{x}$  değeri kaçtır? (2009 BS)  
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 10

**Çözüm:**

0/0 belirsizliği çıkar. Payın ve paydanın türevi alınır  $1/1=1$  sonucu bulunur. Cevap (C) seçeneğidir.

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2}$  değeri kaç eşittir? (2009 BS)  
A) 0 B) 1/2 C) 1 D) 2 E)  $\infty$

**Çözüm:**

Sayı/ $\infty$  cevap 0 idi. Cevap (A) seçeneğidir.

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 7}{3x^2 - x}$  değeri aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)

- A)  $-\infty$   
B) 0  
C) 1  
D) 2  
E)  $\infty$

**Çözüm:**

Eğer x'lerin dereceleri anıysa cevap katsayılar bölümüydü. Yani;  $6/3=2$  sonucu bulunur. Cevap (D) seçeneğidir.