

MATEMATİK ANLATIMLI- ÇÖZÜMLÜ SINAV SORULARI

SAYI KÜMELERİ

RAKAM: Sayıları yazmak için kullandığımız { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 } sembollerinden her birine rakam denir. (15 rakam değil sayıdır.)

DOĞAL SAYILAR: $N = \{ 0, 1, 2, 3, \dots \}$ kümesinin elemanlarına doğal sayı denir.

TAM SAYILAR: $Z = \{ \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$ kümesinin elemanlarına tamsayı denir.

İŞARETLER

(+) → Yazılmasına gerek yoktur.
(-) → Yazılmasına gerek vardır.

NOT! Sıfır tamsayıdır ancak (-) veya (+) değildir.

DÖRT İŞLEM

TOPLAMA – ÇIKARMA:

a) İşaretleri aynı olan sayıları toplarken, sayılar toplanır ortak işaret yazılır.

$$7 + 3 = 10$$

$$- 2 - 5 = - 7$$

b) İşaretleri farklı ise büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır, büyük olan sayının işareti yazılır.

$$- 3 + 2 = - 1$$

$$5 - 3 = 2$$

ÇARPMA – BÖLME:

Konuya işaret bazında bakılır.

NOT! Nokta çarpma işlemi konmamışsa parantezler çarpma işlemi olduğunu gösterir.

(+) (+)
(-) (-) → Aynı sonuç (+)

(+) (-)
(-) (+) → Farklı sonuç (-)

NOT! Bir parantez varsa ve parantezin yanında sayı ya da işaret bulunuyorsa orda çarpma işlemi vardır.

ÖRNEK

$$(-2) (-4) = 8$$

$$-2 (-4) = 8$$

$$- (-4) = 4$$

$$- 2 - 4 = - 6 \text{ Dikkat edilirse parantez konmamışsa soru toplama - çıkarma sorusudur.}$$

Bölmede de durum aynıdır. Aynı işaretlerin birbirine bölümü (+), farklı işaretlerin birbirine bölümü ise (-) dir.

İŞLEM ÖNCELİKLERİ:

1) Parantez [((()))] → Küçük parantez önceliklidir.

2) Üs

3) Çarpma – Bölme

4) Toplama – Çıkarma

Soru 1:

$$5 - (- 5) = ?$$

Çözüm:

$$5 + 5 = 10$$

Bu soruyla ilgili yanlış cevaplar; 0, 25, -25, -10

Soru 2:

$$4 + 3 (-2) = ?$$

Çözüm: İşlem öncelikleri kavramına göre önce çarpma işlemi yapılır.

$$4 + 3 (-2) = 4 - 6 = - 2$$

Soru 3:

$$-3 - 2(-3 - 5) = ?$$

Çözüm: Önce parantezin içindeki işlem yapılmalıdır.

$$-3 - 2(-8) \\ \text{Şimdi çarpma işlemi yapılır.} \quad -3 + 16 = 13$$

Soru 4:

$$6 + 3 - (4 - 2 \cdot 3) = ?$$

Çözüm:

Önce parantezin içi, hatta parantezin içindeki çarpma işlemi yapılmalıdır.

$$6 + 3 - (4 - 6) \rightarrow 6 + 3 - (-2) = 6 + 3 + 2 = 11$$

Soru 5:

$$14 - [- (- 2 (5 - 2 (3 - 4)))] = ?$$

Çözüm:

En içteki küçük parantez önceliklidir. Yani;

$$14 - [- (- 2 (5 - 2 (- 1)))] \rightarrow 14 - [- (- 2 (5 + 2))] \\ 14 - [- (- 2 \cdot 7)] \rightarrow 14 - [14] = 14 - 14 = 0 \text{ sonucu bulunur.}$$

RASYONEL VE REEL SAYILAR

$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{8}{1}$ gibi pay ve paydadın oluşan sayılardır.

NOT! Her tamsayı bir rasyonel sayıdır, ancak her rasyonel sayı bir tamsayı değildir. (Son örnekte görüldüğü gibi paydada gözükmeyen 1 vardır)

NOT! Daha sonra anlatılmak üzere (Fonksiyonlarda Tanım Kümeleri) reel sayıların sadece tanımını veriyoruz. Bütün sayıları içeren kümeye reel sayılar kümesi denir ve R ile gösterilir.

RASYONEL SAYILARDA DÖRT İŞLEM

TOPLAMA – ÇIKARMA

$$a) \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Paydalar eşitse paylar toplanarak paya yazılır. Ortak payda payda olarak alınır. Çıkarma işleminde de durum aynıdır.

$$b) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$$

(3) (2)

Paydalar farklı ise paydalar eşitlenerek toplama (çıkarma) işlemi yapılır.

ÇARPMA

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{6} \text{ Paylar çarpılarak paya, paydalar çarpılarak paydaya yazılır.}$$

NOT! Sadeleştirme sadece çarpma işleminde yapılır. Payda ile pay arasında olur. Soru içinde sadeleştirme yapılabileceği gibi sorunun sonucunda da yapılabilir. Toplama – çıkarma işleminde sadeleştirme yapılmaz.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

BÖLME

$$\frac{1}{2} : \frac{5}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3}{5}$$

Birinci kesir aynen yazılır, ikinci kesir ters çevrilip çarpılır. Dikkat edilirse iki soru da aynıdır. Şekli farklıdır.

$$\frac{1}{2} : \frac{5}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3}{5}$$

Soru 1:

$$\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{7}\right) : \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{5}\right) = ?$$

Çözüm:

İşlem öncelikleri kavramı burada da geçerlidir. O halde ilk önce parantezlerin içi yapılmalıdır. Payda eşitleme görülmektedir.

$$\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{7}\right) : \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{5}\right) = \left(\frac{7}{35} - \frac{10}{35}\right) : \left(\frac{5}{35} + \frac{14}{35}\right) \Rightarrow \frac{-3}{35} : \frac{19}{35} \Rightarrow \frac{-3}{35} \cdot \frac{35}{19} = \frac{-3}{19} \text{ sonucu bulunur.}$$

Soru 2:

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right) - \left(2 - \frac{1}{2}\right) = ?$$

Çözüm:

$$\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{2}{1} - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{4}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3} - \frac{3}{2} = \frac{4-9}{6} = \frac{-5}{6} \text{ sonucu bulunur.}$$

Soru 3:

$$\left(\frac{2}{3} \cdot 2 - 1\right) : \frac{1}{6} = ?$$

Çözüm:

$$\left(\frac{4}{3} - 1\right) : \frac{1}{6} = \frac{1}{3} : \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{1} = 2$$

Soru 4:

$$\frac{2}{\frac{3}{5}} - \frac{2}{\frac{3}{5}} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{1} - \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{1} \Rightarrow \frac{2}{15} - \frac{10}{15} = \frac{2}{15} - \frac{10}{15} = \frac{2-10}{15} = \frac{-8}{15} \text{ sonucu bulunur.}$$

ONDALIK SAYILAR

Paydaları 10, 100, 1000... şeklinde olan kesirlere ondalık sayı denir.

$$\frac{9}{10} = 0,9 \quad \frac{9}{100} = 0,09$$

Devirli Ondalık Sayıların Rasyonel Yapılması

0,333... 2,5656... 1,244... şeklindeki sayılardır.

Gösterim: $0,\bar{3}$ $2,\bar{56}$ $1,\bar{24}$

Formül = Sayının tamamı – Devretmeyen kısım / Virgülden sonra devreden sayı kadar 9, devretmeyen sayı kadar 0

$$2,\bar{3} = \frac{23-2}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

$$0,\bar{3} = \frac{3-0}{9} = \frac{1}{3}$$

$$2,\bar{56} = \frac{256-2}{99} = \frac{254}{99}$$

$$1,\bar{24} = \frac{124-12}{90} = \frac{112}{90} = \frac{56}{45}$$

Soru 1: (2004 AS – 2007 YS)

$$\frac{0,1+0,02+0,003}{0,01+0,002+0,0003} = ?$$

Çözüm: Bu soruda yukarıyı topla, aşağıyı topla ve virgül kaydır. İkinci çözüm olarak rasyonel sayıya çevirip çözülebilir.

Soru 2: (2003 AS)

$$\frac{0,1}{0,01} + \frac{0,02}{0,002} + \frac{0,003}{0,0003} = ?$$

Çözüm: Bu soruda virgül kaydırma yöntemi kullanılabilir. Yine rasyonel sayıya çevirip yapılabilir.

NOT! Böyle sorularda çözümlere girilmeyip hesap makinesi ile yapılabileceği söylenebilir.

Rasyonel Sayılarda Sıralama

Bu konu üzerinde çok durulmayıp bir örnek çözümü yeterli olacaktır.

Soru 1: (2008 AS)

$a = \frac{2}{3}, b = -\frac{3}{5}, c = \frac{6}{5}, d = 1$ sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $b < c < d < a$
- B) $b < a < d < c$
- C) $c < b < a < d$
- D) $a < b < c < d$
- E) $d < b < a < c$

Çözüm:

Negatif sayı küçük olan sayıdır. O halde en küçük sayı b'dir. Hesap makinesi devreye girerse daha sonra a'nın, d'nin ve c'nin küçük olduğu görülebilir. Yani cevap B seçeneğidir.

ÜSLÜ SAYILAR

$$2^4 = 2.2.2.2 = 16 \quad 4 = \text{Üs} \quad 2 = \text{Taban}$$

Ezberlenecek Olanlar

$$2^2 = 4 \quad 3^2 = 9 \quad 5^2 = 25$$

$$2^3 = 8 \quad 3^3 = 27 \quad 5^3 = 125$$

$$2^4 = 16 \quad 3^4 = 81$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

Köklü sayılarda zorluk çekilmemesi için bunların ezberlenmesinde fayda vardır.

ÜS ALMA KURALLARI

Kural 1

Herhangi bir sayının sıfırıncı (0) kuvveti 1'dir.

$$2^0 = 1 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

Kural 2

Her sayının 1. kuvveti kendisine eşittir.

$$2^1 = 2 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

Kural 3

Üssü negatif olan bir sayıyı pozitif yapmak için sayı ters çevrilir.

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^4 = 16 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

Kural 4

Üslü bir sayının tekrar üssü alınırsa üsler çarpılır.

$$\left(2^4\right)^5 = 2^{4 \cdot 5} = 2^{20} \text{ (Üslü bir sayının tekrar üssü alınmış)}$$

$$2^{\left(3^2\right)} = 2^9 \text{ (Üssün üssü alınmış)}$$

Kural 5

(-)'nin çift kuvveti (+), tek kuvveti (-)'dir.

$$\left(-2\right)^3 = -8 \quad \left(-2\right)^4 = 16$$

$$-2^3 = -8 \quad -2^4 = -16$$

Kural 6

Çarpma

a) Tabanları aynı, üsleri farklı ise ortak tabanda üsler toplanır.

$$3^6 \cdot 3^{-2} \cdot 3^4 = 3^8$$

b) Tabanları farklı, üsleri aynı ise ortak üsde tabanlar çarpılır.

$$3^2 \cdot 5^2 = 15^2$$

Kural 7

Bölme

Tabanları aynı, üsleri farklı ise payın üssünden paydanın üssü çıkarılır.

$$\frac{2^4}{2^2} = 2^2 = 4 \quad \frac{5^2}{5^4} = \frac{1}{25}$$

NOT! Yukarıda kaç tane, aşağıda kaç tane sayı var diye sorarak mantığı ver.

Kural 8

Toplama – Çıkarma

Üslü sayılarda toplama – çıkarma yapabilmek için hem tabanın hem de üssün aynı olması gerekir.

$$2a^3 + 5a^3 = 7a^3 \text{ (Buradaki 2 ve 5 katsayılarıdır)}$$

$$2x^2 + 3x^3 = \text{Yapılamaz.}$$

Soru 1:

$$\left(\frac{36}{72}\right)^{-3} = ?$$

Çözüm:

Üssü negatif olan bir sayıyı pozitif yapmak için sayı ters çevrilir özelliğinden;

$$\left(\frac{72}{36}\right)^3 = 2^3 = 8$$

Soru 2:

$$\left(\frac{a^5}{b^4}\right)^3 \cdot \left(\frac{b^2}{a^3}\right)^4 = ?$$

Çözüm:

Üslü bir sayının tekrar üssü alınırsa üsler çarpılır özelliğinden;

$$\frac{a^{15}}{b^{12}} \cdot \frac{b^8}{a^{12}} = \frac{a^3}{b^4}$$

Soru 3: (2003 YS)

$$\frac{3\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + 4^{-1}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 5} = ?$$

Çözüm:

$$3 \cdot \frac{9}{4} + \frac{1}{4} = \frac{27}{4} + \frac{1}{4} = \frac{28}{4} = 7$$
$$\frac{7}{2+5} = \frac{7}{7} = 1$$

Soru 4: (2007 AS)

$$\frac{4^5 + 4^6 + 4^7}{4^4 + 4^5 + 4^6} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{4^5(1+4+4^2)}{4^4(1+4+4^2)} = 4$$

Soru 5:

$$\frac{2^{93} - 2^{92}}{2^{94}} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{2^{92}(2-1)}{2^{94}} = \frac{2^{92}}{2^{94}} = \frac{1}{4}$$

Soru 6: (2006 BÜT)

$$3 \cdot 2^7 - 2^7 + 2^8 = ?$$

Çözüm:

$$2 \cdot 2^7 + 2^8 \Rightarrow 2^8 + 2^8 = 2^9$$

Soru 7: (2006 YS)

$$(3^4 + 3^4)(2^4 + 2^5) = ?$$

Çözüm:

$$2 \cdot 3^4 \cdot 2^4 \cdot 3 \Rightarrow \text{Parantezlerden hareketle } 3^5 \cdot 2^5 = 6^5$$

Soru 8: (2006 AS)

$$0,16 \times 10^6 + 8,4 \times 10^5 = ?$$

Çözüm:

$$16 \cdot 10^4 + 84 \cdot 10^4 = 10^4 (16 + 84) = 10^4 \cdot 100 = 10^6$$

Soru 10: (2007 BÜT)

$$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 4^0\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-5} = ?$$

Çözüm:

Soru 9: (2003 AS – 2007 AS)

$$(-2)^5 + (-2)^6 + (-2)^7 = ?$$

Çözüm:

$$(-2)^5(1 + (-2) + (-2)^2) = 3 \cdot (-2)^5 \text{ veya } -3 \cdot 2^5$$

Soru 11: (2008 AS)

$$\frac{\left(\frac{1}{9}\right)^4}{\left(\frac{1}{27}\right)^2} = ?$$

Çözüm:

$$e+1)^{-3} \cdot 3^5 \Rightarrow \frac{1}{3^3} \cdot 3^5 = 3^2 = 9$$

$$\frac{3^8}{3^6} = \frac{1}{3^8} \cdot \frac{3^6}{1} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$$

Soru 12: (2008 YS)

$$\frac{0,04 \cdot 10^6 + 0,0016 \cdot 10^8}{0,5 \cdot 10^3} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{4 \cdot 10^4 + 16 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^2} = \frac{20 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^2} = 4 \cdot 10^2$$

KÖKLÜ SAYILAR

$\sqrt[n]{a} \Rightarrow$ biçimindeki ifadelerdir.

$\sqrt[2]{4} \Rightarrow$ Karekök 4 $\Rightarrow \sqrt{4}$

Mantık! Hangi sayının karesi 4'tür? 2

$$\sqrt[3]{8} = 2 \quad \sqrt[3]{27} = 3 \quad \sqrt[3]{-27} = -3 \quad \sqrt{-4} = \text{Tanımsız}$$

Çarpma:

Kök dereceleri eşit ise aynı kök içinde çarpma yapılabilir.

$$\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{16} = 2 \quad \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{49} = 7$$

Bölme:

Kök dereceleri eşit ise aynı kök içinde bölme yapılabilir.

$$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{25} = 5$$

Toplama – Çıkarma:

Köklü sayıların kök dereceleri ve içindeki sayılar birbirine eşitse toplama – çıkarma yapılabilir.

$$\text{Örn: } 4\sqrt[3]{7} - 2\sqrt[3]{7} + 5\sqrt[3]{7} = 7\sqrt[3]{7}$$

Örn: $\sqrt[3]{8} + \sqrt{81} + \sqrt[4]{81} - \sqrt[5]{32} = 2 + 9 + 3 - 2 = 12$ Bu soruda kök içindeki sayıların dışarı çıkıp çıkmadığına baktık.

$$\text{Örn: } \sqrt{75} - 2\sqrt{12} + \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 25} - 2\sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3} = 5\sqrt{3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \Rightarrow 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

Bu soruda kök içindeki sayılar dışarı çıkamamaktadır. Bu yüzden kök içindeki sayıları ortak sayı cinsinden parçaladık.

Kural 1

Üslü bir sayıyı köklü bir sayı, köklü bir sayıyı üslü sayı yapma.

$$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} \quad \left(\frac{16}{25}\right)^{-1/2} = \left(\frac{25}{16}\right)^{1/2} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$$

Kural 2

Paydayı kökten kurtarmak için paydada bulunan sayı ile hem pay hem de payda çarpılır.

$$\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

Soru 1: (2003 AS)

$$\sqrt{32} + \sqrt{18} - 4\sqrt{2} = ?$$

Çözüm:

Kök içindeki sayılar ortak sayı (2) cinsinden yazılacak.

$$\sqrt{16 \cdot 2} + \sqrt{9 \cdot 2} - 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

Soru 3: (2004 AS)

$$5\sqrt{\frac{16}{5}} - 2\sqrt{\frac{9}{5}} + 4\sqrt{\frac{81}{5}} = ?$$

Çözüm:

Bölmenin kuralından hareketle parçalama yapılacaktır. Yani;

Soru 2: (2007 YS)

$$1 + \frac{10\sqrt{5} - 2\sqrt{20}}{\sqrt{125} + \sqrt{5}} = ?$$

Çözüm:

Ortak sayı cinsinden yazılacak.

$$1 + \frac{10\sqrt{5} - 2\sqrt{4 \cdot 5}}{\sqrt{25 \cdot 5} + \sqrt{5}} = 1 + \frac{10\sqrt{5} - 2 \cdot 2\sqrt{5}}{5\sqrt{5} + \sqrt{5}} = 1 + \frac{6\sqrt{5}}{6\sqrt{5}} = 1 + 1 = 2$$

$$\frac{5\sqrt{16}}{\sqrt{5}} - \frac{2\sqrt{9}}{\sqrt{5}} + \frac{4\sqrt{81}}{\sqrt{5}} = \frac{5.4}{\sqrt{5}} - \frac{2.3}{\sqrt{5}} + \frac{4.9}{\sqrt{5}} = \frac{20-6+36}{\sqrt{5}} = \frac{50}{\sqrt{5}}$$

Paydadaki kökü kurtarmak için hem pay hem de payda aynı köklü ifade ile çarpılacak.

$$\frac{50}{\sqrt{5}} = \frac{50\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}} = \frac{50\sqrt{5}}{5} = 10\sqrt{5}$$

Soru 4:

$$\sqrt{4 + \sqrt{9 + 4\sqrt{16}}} = ?$$

Çözüm:

Bu türlü sorularda en içteki kökten dışa doğru gelinir.

$$\sqrt{4 + \sqrt{9 + 4.4}} = \sqrt{4 + \sqrt{25}} = \sqrt{4 + 5} = \sqrt{9} = 3$$

Soru 6: (2002 BÜT – 2003 AS – 2005 BÜT)

$$\frac{1}{9^2 \cdot 3^4} = n + 4 \text{ ise } n \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\frac{\sqrt{9.81}}{27} = n + 4 \Rightarrow 9 = n + 4 \Rightarrow n = 5$$

Soru 8:

$$\sqrt{0,04} + \sqrt{0,36} = ?$$

Çözüm:

$$0,2 + 0,6 = 0,8$$

Soru 9:

$$\left(\sqrt{5 - \sqrt{3}}\right)^2 + \left(\sqrt{5 + \sqrt{3}}\right)^2 = ?$$

Çözüm:

Kural: Birincinin karesi
+,- Birinci sayı ile ikinci sayının çarpımının iki katı
+ İkinci sayının karesi

$$5 - 2\sqrt{15} + 3 + 5 + 2\sqrt{15} + 3 = 16$$

Soru 11: (2006 AS)

$$2\sqrt{5} \left(\sqrt{80} - \sqrt{20}\right) = ?$$

Çözüm:

$$2\sqrt{5} \left(\sqrt{16.5} - \sqrt{4.5}\right) = 2\sqrt{5} \left(2\sqrt{5} - 2\sqrt{5}\right) = 2\sqrt{5} \left(\sqrt{5}\right) = 4.5 = 20$$

Soru 13: (2006 BÜT)

$$\frac{4}{2 - \sqrt{2}} + \frac{4}{2 + \sqrt{2}} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{4 \left(\sqrt{2} + \sqrt{2}\right)}{(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} + \frac{4 \left(\sqrt{2} - \sqrt{2}\right)}{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})} = \frac{8 + 4\sqrt{2}}{2} + \frac{8 - 4\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{8 + 4\sqrt{2} + 8 - 4\sqrt{2}}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Soru 14: (2004 YS)

$$\frac{3\sqrt{50} + 5\sqrt{32}}{4\sqrt{2} + \sqrt{2}} = ?$$

Çözüm:

Soru 5: (2008 AS)

$$\frac{\sqrt{6 + 5\sqrt{36}}}{\sqrt{4}} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{\sqrt{6 + 5.6}}{2} = \frac{\sqrt{6 + 30}}{2} = \frac{\sqrt{36}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Soru 7:

$$\sqrt{(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})} = ?$$

Çözüm:

Bu soruda dağılma metodu anlatılacaktır.

$$\left(\sqrt{3 + \sqrt{2}}\right)\left(\sqrt{3 - \sqrt{2}}\right) = 3 - \sqrt{6} + \sqrt{6} - 2 = 1 \Rightarrow \sqrt{1} = 1$$

Soru 10: (2003 YS)

$$a = 2 - \sqrt{2} \quad b = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow ab - 1 = ?$$

Çözüm:

$$\left(2 - \sqrt{2}\right)\left(2 + \sqrt{2}\right) = 4 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2 = 2$$

$$ab - 1 = 2 - 1 = 1$$

Soru 12: (2006 YS)

$$\sqrt{18} - \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{x-2}{\sqrt{2}} \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\frac{\sqrt{36} - 3}{\sqrt{2}} = \frac{x-2}{\sqrt{2}} \Rightarrow 6 - 3 = x - 2 \Rightarrow x = 5$$

Soru 15: (2004 AS)

$$\frac{2}{3} + 4 + 9^{-1/2} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{3\sqrt{25.2} + 5\sqrt{16.2}}{5\sqrt{2}} = \frac{3.5\sqrt{2} + 5.4\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{35\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = 7$$

$$\frac{2}{3} + 4 + \frac{1}{3} = 1 + 4 = 5$$

Soru 16: (2005 AS)

$$\sqrt{18} + \sqrt{8} - \frac{8}{\sqrt{2}} = ?$$

Çözüm:

$$\sqrt{9.2} + \sqrt{4.2} - \frac{8\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Soru 17: (2007 AS)

$$\frac{\sqrt{(+\sqrt{5})(-\sqrt{5})}}{|-3|-1} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

NOT! Süre yetmezse haftaya ilk dersin yarısına bu konuyu kaydırabilirsiniz.

BİRİNCİ DERECE DENKLEMLER

x'ler bir tarafa sayılar bir tarafa toplanır. Bir sayı diğer tarafa geçerken işaret değiştirir. Varsa x'in katsayısı bölünerek yok edilir. Bir tane x (kök) bulunur.

NOT! Büyük olan x'in tarafına x'ler toplanırsa (-) kargaşalığından kurtulmuş olunur.

Soru 1:

$$1 + 2x = 3(x - 4) + 5$$

Çözüm:

$$1 + 2x = 3x - 12 + 5 \rightarrow 1 + 2x = 3x - 7 \rightarrow 1 + 7 = 3x - 2x \rightarrow 8 = x$$

* Soruda parantez varsa bu parantez açılacak

Soru 2:

$$\frac{2x}{3} + 1 = x + \frac{1}{4}$$

Çözüm:

$$\frac{2x}{3} + \frac{1}{1} = \frac{x}{1} + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2x+3}{3} = \frac{4x+1}{4} \Rightarrow 8x+12 = 12x+3 \Rightarrow 12-3 = 12x-8x \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{4x}{4} \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

$$(1) \quad (3) \quad (4) \quad (1)$$

* Rasyonel ifadelerde payda eşitleme yapılacak

* İçler dışlar çarpımı anlatılacak.

Soru 3:

$$\frac{a}{3} + \frac{1}{1-x} = \frac{8}{x+2} \text{ denkleminin kökü 2 ise a nedir?}$$

Çözüm:

$$\frac{a}{3} + \frac{1}{1-2} = \frac{8}{2+2} \Rightarrow \frac{a}{3} + \frac{1}{-1} = \frac{8}{4} \Rightarrow \frac{a}{3} - 1 = 2 \Rightarrow \frac{a}{3} = 2+1 \Rightarrow a = 9$$

* Denklem kökü soruda verilmişse x yerine bu verilen sayı yazılacak.

Soru 4:

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{3x+6}{2} = x + \frac{x-1}{3}$$

Çözüm:

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{3x+6}{2} = \frac{x}{1} + \frac{x-1}{3} \Rightarrow \frac{4x-2}{6} - \frac{9x+18}{6} = \frac{6x}{6} + \frac{2x-2}{6} \Rightarrow \frac{4x-2-9x-18}{6} = \frac{6x+2x-2}{6} \Rightarrow$$

$$(2) \quad (3) \quad (6) \quad (2)$$

$$-5x-20 = 8x-2 \Rightarrow -20+2 = 8x+5x \Rightarrow -18 = 13x \Rightarrow x = \frac{-18}{13}$$

* Kesrin önündeki (-) pay kısmındaki her şeye aittir.

Soru 5: (2006 AS)

$$\frac{x-3}{3} + \frac{x}{2} = x + \frac{x+2}{2}$$

Çözüm:

$$\frac{x-3}{3} + \frac{x}{2} = \frac{x}{1} + \frac{x+2}{2} \Rightarrow \frac{2x-6+3x}{6} = \frac{6x+3x+6}{6} \Rightarrow 5x-6 = 9x+6 \Rightarrow -12 = 4x \Rightarrow x = -3$$

(2) (3) (6) (3)

Soru 6: (2008 AS)

$$3 - \frac{1}{2 - \frac{1}{x+1}} = 2 \text{ denkleminin kökü nedir?}$$

Çözüm:

$$3 - \frac{1}{2x+2-1} = 3 - \frac{x+1}{2x+1} = 2 \Rightarrow 6x+3-x-1 = 4x+2 \Rightarrow 5x+2 = 4x+2 \Rightarrow x = 0$$

İKİNCİ DERECE DENKLEMLER

$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow$ biçimindeki denklemlerdir. İki kök bulunur. Tek kökün olması çakışıklığı ifade eder. Üç durum söz konusudur.

$ax^2 + bx = 0$ Durumu

İfade ortak paranteze alınır. Köklerden biri daima sıfıra eşittir. Diğer kök ise parantezin sıfıra eşitlenmesiyle bulunan x'tir.

Örn:

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 3$$

Örn:

$$2x^2 + 4x = 0$$

$$2x(x+2) = 0$$

$$x = 0 \quad x = -2$$

Örn:

$$3x^2 - x = 0$$

$$x(3x-1) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 1/3$$

$ax^2 + c = 0$ Durumu

Sabit sayı diğer tarafa atılır. Her iki tarafın karekökü alınır. Çıkan değer (+) ve (-) lisi yazılır.

Örn:

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

Örn:

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$2x^2 = 8$$

$$x = \pm 2$$

Örn:

$$x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = -9$$

-9'un karekökü yoktur. \emptyset

$ax^2 + bx + c = 0$ Durumu

Varsa x^2 'nin katsayısı (a) bölünerek yok edilir. Seçenek çarpımı (c) sabit sayıyı, toplamı ise x'in katsayısı (b)'nin ters işaretlisi olmalıdır.

Örn: (2004 YS)

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \text{ denkleminin kökleri nedir?}$$

- A) $\{-3, 1\} \rightarrow -3, -2 \checkmark$
 B) $\{1, 3\} \rightarrow 3$
 C) $\{-1, 0\} \rightarrow 0$
 D) $\{-2, 0\} \rightarrow 0$
 E) $\{0, 2\} \rightarrow 0$

Örn:

$$x^2 + 2x - 15 = 0 \text{ denkleminin kökleri nedir?}$$

- A) $\{4, 5\} \rightarrow 20$
 B) $\{0, 3\} \rightarrow 0$
 C) $\{-5, 3\} \rightarrow -15 \checkmark$
 D) $\{0, 2\} \rightarrow 0$
 E) $\{-2, 0\} \rightarrow 0$

Soru 1:

$$25x^2 - 5x = 0$$

Çözüm:

$$5x(5x-1) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 1/5$$

Soru 2: (2003 YS)

$$5x^2 + 7 = 6$$

Çözüm:

$$5x^2 = 6 - 7$$

$$x^2 = -1/5 \emptyset$$

Soru 3:

$$x^2 - 10x + 25 = 0 \text{ denkleminin kökleri nedir?}$$

- A) $\{5\}$
 B) $\{4\}$
 C) $\{1/5\}$
 D) $\{1/10\}$
 E) $\{\}$

Çözüm:

Soru 4:

$$2x^2 - 11x - 6 = 0 \text{ denkleminin kökleri nedir?}$$

- A) $\{-1/2, 6\}$
 B) $\{0, 6\}$
 C) $\{-1/2, 1/2\}$
 D) $\{2, 3\}$
 E) $\{-1, 3\}$

Çözüm:

- A) {5} $5 \rightarrow 25 \checkmark$
 B) {4} $4 \rightarrow 16$
 C) {1/5} $1/5 \rightarrow 1 / 25$
 D) {1/10} $1/10 \rightarrow 1 / 100$
 E) { }

Seçeneklerde bir sayı varsa aynıysından bir tane daha var demektir.

- A) $\{-1/2, 6\} \rightarrow -3, 11 / 2 \checkmark$
 B) {0,6} $\rightarrow 0$
 C) $\{-1/2, 1/2\} \rightarrow -1 / 4$
 D) {2,3} $\rightarrow 6$
 E) $\{-1, 3\} \rightarrow -3$

Soru 5:

$$\frac{x^2 - 4x - 12}{x^2 - 6x + 3} = 0$$

- A) {2,6} B) {-3,2}
 C) {3,4} D) {-2,6}
 E) {1,3}

Çözüm:

- A) {2,6} $\rightarrow 12$ B) {-3,2} $\rightarrow -6$
 C) {3,4} $\rightarrow 12$ D) {-2,6} $\rightarrow -12 \checkmark$
 E) {1,3} $\rightarrow 3$

Bu türlü sorularda içler – dışlar çarpımı yapılırsa alttaki denklem tamamen yok olur. O halde üstteki denkleme bakmalıyız.

Soru 6: (2003 AS)

$$\frac{7x^2 + 4}{x} = 7x$$

Çözüm:

$$\frac{7x^2 + 4}{x} = \frac{7x}{1}$$

$$7x^2 + 4 = 7x^2$$

$$4 = 7x^2 - 7x^2$$

$$4 \neq 0$$

$$\emptyset$$

Soru 7: (2006 AS)

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ denkleminin kökler toplamı nedir?}$$

Çözüm:

x'in katsayısının ters işaretlisiydi. $1 \checkmark$

Soru 8: (2003 BÜT – 2004 AS – 2007 AS)

$2x^2 + ax + b = 0$ denkleminin kökleri eşit ise a ile b arasında nasıl bir ilişki vardır?

Çözüm:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \quad a^2 - 4.b.2 = 0 \rightarrow a^2 - 8b = 0 \rightarrow a^2 = 8b \text{ (Ezberletilecek, konu anlatımı yapılmayacak)}$$

Soru 9: (2006 BÜT)

$x^2 + (m+7)x + m = 0$ denkleminin köklerinden biri (-2) ise m kaçtır?

Çözüm:

x yerine (-2) yazılır.

$$(-2)^2 + (m+7).(-2) + m = 0$$

$$4 - 2m - 14 + m = 0$$

$$-m - 10 = 0$$

$$m = -10$$

SEÇENEK DENKLEMLERİ

Seçenekler x yerine yazılır.

Soru 1: (2003 BÜT – 2007 YS)

$$6 - \sqrt{x+5} = x - 1$$

- A) {-4} B) {2}
 C) {-2} D) {4}
 E) {0}

Çözüm:

Soru 2: (2008 YS)

$2x^3 - 4x^2 = 0$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $(-\infty, 2]$ B) [0,2]
 C) $(-2, 0]$ D) $\{-2, 2\}$
 E) {0,2}

Çözüm: Yanıt E'dir. Aralıklar elenir, çünkü eşitsizlik değildir.

- A) $\{4\} \Rightarrow 6 - \sqrt{-4+5} = -4-1 \Rightarrow 6-1 = -5 \Rightarrow 5 \neq -5$
 B) $\{2\} \Rightarrow 6 - \sqrt{2+5} = 2-1 \Rightarrow 6 - \sqrt{7}$ Devam Etme
 C) $\{-2\} \Rightarrow 6 - \sqrt{-2+5} = -2-1 \Rightarrow 6 - \sqrt{3}$ Devam Etme
 D) $\{4\} \Rightarrow 6 - \sqrt{4+5} = 4-1 \Rightarrow 6-3 = 3 \Rightarrow 3 = 3$
 E) $\{3\} \Rightarrow 6 - \sqrt{5}$ Devam Etme
 Yanıt D'dir.

Soru 3: (2005 AS)

- $x+1 = \sqrt{x+1}$
 A) $\{1,2,3\}$
 B) $\{-1,0\}$
 C) $\{3\}$
 D) $\{0\}$
 E) \emptyset
 Çözüm:

B) $\{-1,0\} \Rightarrow -1+1 = \sqrt{-1+1} \Rightarrow 0=0$ Yanıt B'dir.
 $0+1 = \sqrt{0+1} \Rightarrow 1=1$

Soru 4: (2008 AS)

- $\sqrt{2x^2+1} = 3$ eşitliğinin çözüm kümesi nedir?
 A) $[-2,2]$
 B) $\{-2,2\}$
 C) $[2,\infty)$
 D) $\{-2,0\}$
 E) $\{-4,4\}$
 Çözüm:

B) $\{-2,2\} \Rightarrow \sqrt{2 \cdot (-2)^2 + 1} = 3 \Rightarrow 3 = 3$ Yanıt B'dir.
 $\sqrt{2 \cdot 2^2 + 1} = 3 \Rightarrow 3 = 3$

Soru 5: (2003 AS – 2007 AS)

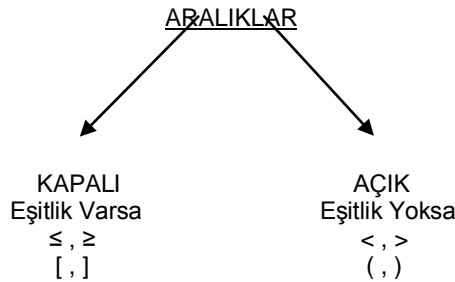
- $\sqrt{5x+6} = x$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\{4\}$ B) $\{5\}$ C) $\{6\}$ D) $\{7\}$ E) $\{8\}$

Çözüm:
 C) $\{6\} \Rightarrow \sqrt{5 \cdot 6 + 6} = 6 \Rightarrow 6 = 6$

EŞİTSİZLİKLER VE ARALIKLAR

Eşit olmayan ve sıralanabilen iki cebirsel ifadeden birinin diğerinden büyük veya büyük eşit, küçük veya küçük eşit olduğunu belirleyen bağıntıya eşitsizlik denir.

$ax + b \leq$
 \geq
 $<$
 $>$
 biçimindeki ifadelere birinci dereceden eşitsizlik denir.



NOT! ∞ 'lar daima açık aralıktır.
 NOT! x'in işareti (-) ise eşitsizlik yön değiştirir.
 NOT! Birinci dereceden eşitsizlik çözümü aynen birinci dereceden denklemlerde olduğu gibidir.

ÖRN:
 $-1 \leq x \leq 3 \rightarrow [-1,3]$ $-2 < x \leq 1 \rightarrow (-2,1]$ $0 \leq x < 2 \rightarrow [0,2)$ $-3 < x < 3 \rightarrow (-3,3)$

- Soru 1:**
 $5(x-2) > 9x - 3(2x-4)$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

Çözüm:
 Parantezler açılır.
 $5x - 10 > 9x - 6x + 12$

- Soru 2:**
 $3 \leq 2x - 1 < 5$

Çözüm:
 x yalnız kalmalı.
 $3+1 \leq 2x < 5+1$

Düzenleme yapılır.
 $5x - 10 > 3x + 12$
 $2x > 22$
 $x > 11$

$4 \leq 2x < 6$
 $2 \leq x < 3$
[2,3) ✓

$-\infty$ ∞
11

(11,+ ∞) çözüm kümesidir.

Soru 3:

$$7 \leq 2-x < 9$$

Çözüm:

$$7-2 \leq -x < 9-2$$

$$5 \leq -x < 7$$

$$-5 \geq x > -7$$

NOT! x'in işareti (-) olduğunda eşitsizlik yön değiştirir.

$$(-7, -5] \checkmark$$

İkinci Dereceden Eşitsizlikler

$$ax^2 + bx + c$$

\leq

\geq

$<$

$>$

biçimindeki ifadelerle ikinci dereceden eşitsizlik denir.

NOT! Çözüm ikinci dereceden denklemlerde olduğu gibidir. Seçenekler üzerinde kapalı mı yoksa açık aralık mı olduğuna karar verilir.

Soru 1: (2007 AS)

$x^2 - 2x \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) [-2,0] B) (-2,0) C) [-2,2] D) (0,2) E) [0,2] ✓

Çözüm:

Soru kapalı aralık olmalıdır. Yani B ve D seçenekleri elenir. Verilen sorunun köklerini bulmak gerekir.

$$x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ ve } x = 2 \text{ [0,2] } \checkmark$$

Soru 2: (2003 AS)

$x^2 - 6x \leq -5$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1,5) B) [1,5] C) [-1,5] D) [1,5) E) [1,5] ✓

Çözüm:

(-5) diğer tarafa atılmalıdır. Bir taraf (0) olmalıdır.

$$x^2 - 6x + 5 \leq 0$$

Kapalı aralık olmasından dolayı A, B, D seçenekleri elenir. Seçenek çarpımı 5'i, toplamı ise 6'yı vermelidir. O halde yanıt (E)'dir.

Soru 3: (2004 AS)

$x^2 - 4x + 4 \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {2} ✓ B) {1,2} C) {0}
D) {-1} E) {-2}

Çözüm:

Soru her ne kadar eşitsizlik konusunu belirtse de çakışık kök olduğundan dolayı aralık olarak gösterilmeyecektir. Yanıt A'dır.

Soru 4: (2005 AS)

$x^2 - 10x + 25 \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {5} ✓ B) {1,5} C) {6}
D) {-5,1} E) {-5}

Çözüm:

Soru her ne kadar eşitsizlik konusunu belirtse de çakışık kök olduğundan dolayı aralık olarak gösterilmeyecektir. Yanıt A'dır.

Soru 5: (2006 AS)

$$\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 4} \leq 0$$

Çözüm:

[-5,3] ✓ Bu türlü sorularda paydaya hiç bakılmadan pay üzerinden işlem yapılır.

Soru 6: (2007 BÜT)

$$x^2 + 8x + 16 \geq 0$$

- A) {-4}
B) [-4, ∞)
C) R

- D) $(-\infty, -4]$
E) $[-4, 4]$

Çözüm:

Çakışık kök olduğundan dolayı aralık değildir. Yanıt A'dır

Soru 7: (2007 YS)

$x^2 - 4x - 12 \leq 0$ eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-2, 6]$ ✓ B) $[-2, 2]$ C) $[0, 2]$ D) $[3, 4]$ E) $[6, \infty)$

Çözüm:

Seçenek çarpımı (-12) 'yi, toplamı ise 4 'ü vermelidir. O halde yanıt (A)'dır.

Soru 8: (2008 YS)

$x^2 + x - 20 \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -5)$ B) $(4, \infty)$ C) $[-5, 4]$ ✓ D) $(-5, 4)$ E) $[4, \infty)$

Çözüm:

Seçenek çarpımı (-20) 'yi, toplamı ise (-1) 'i vermelidir. O halde yanıt (C)'dir.

Soru 9: (2008 AS)

$3x^2 - 6x + 5 \geq 2x^2 - 4$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 3]$
B) $[3, \infty)$
C) \mathbb{R} ✓
D) $[-3, 3]$
E) $[-3, \infty)$

Çözüm:

Soruda düzenleme yapılırsa $x^2 - 6x + 9$ halini alır. Bu denklemi bütün sayılar sağlamaktadır. O halde cevap C'dir.

MUTLAK DEĞER

Özellikler

1. $|İfade| = \text{Sayı}$

$-\text{Sayı} = |İfade| = \text{Sayı}$

2. $|İfade| \leq \text{Sayı}$

$-\text{Sayı} \leq İfade \leq \text{Sayı}$

3. $|İfade| \geq \text{Sayı}$

$-\text{Sayı} \geq İfade \geq \text{Sayı}$

Soru 1:

$|2x - 4| = 6$

Çözüm:

$-6 = 2x - 4 = 6$

$-6 + 4 = 2x = 6 + 4$

$-2 = 2x = 10$

$-1 = x = 5$

Ç.K = $\{-1, 5\}$

Soru 3: (2006 AS)

$|8 + \sqrt{-2-12}| = ?$

Çözüm:

$|8 + \sqrt{-14}| \Rightarrow |8 - 10| = |-2| = 2$

Soru 5: (2005 AS)

$|2x - 1| + 5 = 2$

Çözüm:

Mutlak değer yanında hiçbir şey olmamalıdır.

Bu yüzden 5 diğer tarafa atılır.

$|2x - 1| = 2 - 5$

$|2x - 1| = -3$

Sorunun cevabı \emptyset dir. Çünkü mutlak değer dışarı (-) çıkmaz.

Soru 7: (2008 YS)

$x > 2$ ise, $|x - 2| - |2x| + |1 - x|$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 1 C) 0 D) -2 E) -3 ✓

Çözüm:

Soru 2: (2004 AS)

$|2x - 6| = 70$ denkleminin kökler toplamı nedir?

Çözüm:

$-70 = 2x - 6 = 70$

$-70 + 6 = 2x = 70 + 6$

$-64 = 2x = 76$

$-32 = x = 38$

$38 - 32 = 6$ ✓

Soru 4: (2006 YS)

$|3x + |-4x|| = 14$ ise $x = ?$

Çözüm:

$|3x + 4x| = 14$

$7x = 14 \Rightarrow x = 2$

Soru 6: (2008 AS)

$x + 3 = 1$ ise, $|x - |4x - 3||$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 13 ✓ B) 10 C) 4 D) 1 E) -13

Çözüm: $x = -2$

$|-2 - |-8 - 3|| \Rightarrow |-2 - 11| \Rightarrow |-13| = 13$

$x - 2 > 0$ ve $0 > 2 - x$ olduğuna göre;
 $x - 2 - 2x - 1 + x$ ise yanıt -3 'tür.

Soru 8: (2007 BÜT)

$x < 0$ ise $4 + |-3x| = 7$ eşitliğini sağlayan x sayısı için $3x + 1$ değeri kaçtır?

A) 1 B) -1 C) $-2\checkmark$ D) -4 E) -6

Çözüm:

$$4 - 3x = 7$$

$$-3x = 3 \text{ ise } x = -1 \text{ ve } 3(-1) + 1 = -3 + 1 = -2 \text{ bulunur.}$$

Soru 9: (2007 AS)

$|x + 2| \leq 1$ eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-3, 1]$ B) $[-3, -1] \checkmark$ C) $[-1, 0]$ D) $(0, \infty)$ E) $(-\infty, \infty)$

Çözüm:

$$-1 \leq x + 2 \leq 1$$

$$-3 \leq x \leq -1$$

$$[-3, -1] \checkmark$$

Soru 10: (2006 BÜT)

$$|3x - 5| - 4 \leq 0$$

Çözüm:

$$|3x - 5| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq 3x - 5 \leq 4 \Rightarrow -4 + 5 \leq 3x \leq 4 + 5 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq x \leq 3 \Rightarrow \left[\frac{1}{3}, 3 \right]$$

Soru 11: (2004 YS)

$$|9 - 2x| \leq 3$$

Çözüm:

$$-3 \leq 9 - 2x \leq 3 \Rightarrow -3 - 9 \leq -2x \leq 3 - 9 \Rightarrow -12 \leq -2x \leq -6 \Rightarrow 6 \geq x \geq 3$$

$$[3, 6]$$

Soru 12:

$$|x - 3| \geq 1$$

Çözüm:

$$-1 \geq x - 3 \geq 1 \Rightarrow 2 \geq x \geq 4$$

$$(-\infty, 2] \cup [4, \infty)$$

Soru 13:

$$|x + 3| > 3$$

Çözüm:

$$-3 > x + 3 > 3 \rightarrow -3 - 3 > x > 3 - 3 \rightarrow -6 > x > 0 \rightarrow (-\infty, -6) \cup (0, +\infty)$$

FONKSİYONLAR

FONKSİYONLARDA TANIM KÜMELERİ

$y = f(x)$ şeklindeki ifadeler fonksiyon denir.

Rasyonel ise:

1. Fonksiyonun tanımsız olduğu nokta sorulduğunda payda = 0 olması gerekir.
2. En geniş tanım aralığı sorulduğunda $EGTA = \mathbb{R} - \{\text{TON}\}$ yapılıır.

Soru 1:

$$f(x) = \frac{3x^2 - 5x}{x - 5} \text{ ise EGTA} = ?$$

Çözüm:

$$\text{TON} = x - 5 = 0 \text{ ise } x = 5$$

$$\text{EGTA} = \mathbb{R} - \{5\}$$

Köklü ise:

$$f(x) = \sqrt{\text{ifade}} \text{ ise ifade} \geq 0 \text{ olmalıdır.}$$

Soru 1:

$$f(x) = \sqrt{3 - x} \text{ ise EGTA} = ?$$

Çözüm:

Soru 2: (2004 AS)

$$f(x) = \frac{5x + 4}{x^2 - 4} \text{ ise EGTA} = ?$$

Çözüm:

$$\text{TON} = x^2 - 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2$$

$$\text{EGTA} = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$$

$3 - x \geq 0$ ise $x \geq 0$ olur. Aralık olarak ifade edersek $(-\infty, 3]$ ✓

Soru 2:

$$f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{x+1} \text{ ise EGTA} = ?$$

Çözüm:

Ayrı ayrı çözüm yapılır.

$$x-3 \geq 0 \quad \text{ve} \quad x+1 \geq 0$$

$$x \geq 3 \quad \text{ve} \quad x \geq -1$$

Yine ayrı ayrı sayı doğrusu çizilip ortak çözüm alındığında; $[3, +\infty)$ sonucuna ulaşılır.

Soru 3: (2007 AS)

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-3} \text{ fonksiyonunun tanım kümesi nedir?}$$

A) $[0, 3]$ B) $[3, +\infty)$ ✓ C) $[0, +\infty)$ D) $[-3, 0]$ E) $(0, 3)$

Çözüm:

$$x \geq 0 \quad \text{ve} \quad x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$$

Ayrı ayrı sayı doğrusu çizilip ortak çözüm alındığında; $[3, +\infty)$ sonucuna ulaşılır.

FONKSİYONLARDA GÖRÜNTÜ BULMA

Verilen değer x yerine yazılır.

Soru 1: (2007 AS)

$$f(x) = \frac{1+x+\sqrt{x}}{x+3} \text{ fonksiyonu için } f(4) \text{ değeri kaçtır?}$$

A) 5 B) 4 C) 2 D) 1 ✓ E) 0

Çözüm:

$$f(4) = \frac{1+4+\sqrt{4}}{4+3} = \frac{5+2}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

Soru 2: (2003 AS – 2007 YS)

$$f(x) = x^2 - 1 \text{ ise } f(2) \cdot f(1) - 1/3 = ?$$

Çözüm:

$$f(2) = 2^2 - 1 = 3$$

$$f(1) = 1^2 - 1 = 0 \text{ ise } 3 \cdot 0 - 1/3 = -1/3$$

Soru 3: (2007 BÜT)

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \text{ ve } g(x) = |x^3 - 1| \text{ fonksiyonları için } 5f(2) - 3g(-1) \text{ değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$$f(2) = \frac{2}{2^2+1} = \frac{2}{5} \quad \text{ve} \quad g(-1) = |-1-1| = |-2| = 2 \text{ ise}$$

$$5 \cdot \frac{2}{5} - 3 \cdot 2 = -4$$

FONKSİYONLARDA YAPILAN CEBİRSEL İŞLEMLER

Özellikler

- $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
- $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
- $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- $(f/g)(x) = f(x) / g(x)$

Soru 1: (2003 YS)

$$f(x) = x^2 - 1 \text{ ve } g(x) = 4 - 3x \text{ ise } (6g - f)(1) = ?$$

Çözüm:

$$g(1) = 4 - 3 \cdot 1 = 1$$

$$f(1) = 1^2 - 1 = 0$$

$$6 \cdot 1 - 0 = 6$$

Soru 2: (2004 AS)

$$f(x) = x^2 - 1/2 x \text{ ve } g(x) = x + 3 \text{ ise } (6f - 2g)(-1) = ?$$

Çözüm:

$$f(-1) = (-1)^2 - 1/2(-1) = 3/2$$

$$g(-1) = -1 + 3 = 2$$

$$6 \cdot 3/2 - 2 \cdot 2 = 9 - 4 = 5$$

Soru 3: (2008 AS)

$$f(x) = 3x^2 - 4, g(x) = 2x - 6 \text{ ise, } f(x) + 2g(x) \text{ fonksiyonu nedir?}$$

Çözüm:

$$3x^2 - 4 + 2(2x - 6) \text{ ise } 3x^2 - 4 + 4x - 12$$

$$3x^2 + 4x - 16$$

PARÇALI FONKSİYON

Soru 1:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x > 3 \\ 1 - x^2 & x \leq 3 \end{cases} \text{ ise } f(7) - 3f(0) = ?$$

Çözüm:

$f(7)$ için $7 > 3$ olduğundan dolayı $2x - 1$
 $f(0)$ için $0 \leq 3$ olduğundan dolayı $1 - x^2$ kullanılır.
 $f(7) = 2 \cdot 7 - 1 = 2 \cdot 7 - 1 = 13$
 $f(0) = 1 - x^2 = 1 - 0 = 1$
 $13 - 3 \cdot 1 = 10 \checkmark$

Soru 2: (2004 YS)

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ x + 3 & x < 0 \end{cases} \text{ ise } f(-1) + f(1) = ?$$

Çözüm:

$f(-1) = x + 3 = -1 + 3 = 2$
 $f(1) = 2x = 2 \cdot 1 = 2$
 $f(-1) + f(1) = 2 + 2 = 4 \checkmark$

Soru 3: (2005 AS)

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 1 - 3x & x < 0 \end{cases} \text{ ise } 2f(1) + h(f(1)) = ?$$

Çözüm:

$f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$ $h(3) = x^2 = 9$
 $2 \cdot 3 + 9 = 15 \checkmark$

Soru 4: (2006 AS)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & x < 2 \\ 2x + 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - a & x > 2 \end{cases} \text{ ise } f(3) + f(2) - 2f(-1) = 30 \text{ ise } a = ?$$

Çözüm:

$f(3) = x^2 + a \rightarrow 9 + a$
 $f(2) = 2x + 1 \rightarrow 2 \cdot 2 + 1 = 5$
 $f(-1) = x^2 - a \rightarrow (-1)^2 - a = 1 - a$
 $9 + a + 5 - 2(1 - a) = 30 \rightarrow 14 + a - 2 + 2a = 30$
 $12 + 3a = 30$
 $3a = 18$
 $a = 6 \checkmark$

Soru 5: (2007 AS)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 1 \\ 2 & 1 \leq x \leq 3 \\ x - 1 & x > 3 \end{cases} \text{ ise } f(0) + f(3) + f(4) = ?$$

Çözüm:

$f(0) = x^2 + 1 = 0 + 1 = 1$
 $f(3) = 2$
 $f(4) = x - 1 = 4 - 1 = 3$
 $f(0) + f(3) + f(4) = 1 + 2 + 3 = 6 \checkmark$

Soru 6: (2008 AS)

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & x \geq 0 \\ x - 1 & x < 0 \end{cases} \text{ fonksiyonu için } 3f(2) + 5f(-3) \text{ sayısı kaçtır?}$$

Çözüm:

$f(2) = 3x^2 - 1 = 3 \cdot 2^2 - 1 = 11$
 $f(-3) = x - 1 = -3 - 1 = -4$
 $3 \cdot 11 + 5 \cdot (-4) = 13 \checkmark$

BİLEŞKE FONKSİYON

1. $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
2. $(g \circ f)(x) = g(f(x))$
3. $(f \circ f)(x) = f(f(x))$
4. $(g \circ g)(x) = g(g(x))$

NOT! Sondakini bul, bulduğunu baştakinde x yerine yaz.

Soru 1: (2003 AS – 2007 AS)

$f(x) = x^2 + 1$ ve $g(x) = x^2 - 4x + 4$ ise $(g \circ f)(1)$ değeri nedir?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0 \checkmark

Çözüm:

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2$$

$$g(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 0$$

Soru 2: (2003 BÜT)

$$f(x) = \frac{1}{1-x} \text{ ve } g(x) = \sqrt{x+1} \text{ ise } h(x) = (f \circ g)(x) \text{ nedir?}$$

Çözüm:

$$(f \circ g)(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{x+1}} \checkmark$$

Soru 4: (2006 YS)

$$f(x) = 2x + a \text{ ve } (f \circ f)(1) = 13 \text{ ise } a \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

$$f(1) = 2 \cdot 1 + a = 2 + a$$

$$f(2 + a) = 2(2 + a) + a$$

$$= 4 + 3a$$

$$4 + 3a = 13$$

$$3a = 9$$

$$a = 3 \checkmark$$

Soru 5: (2006 AS)

$$f(x) = \sqrt{|x-5|+3} \text{ ve } g(x) = x^2 + x - 1 \text{ ise } (g \circ f)(4) = ?$$

Çözüm:

$$f(4) = \sqrt{|4-5|+3} \Rightarrow \sqrt{1+3} = 2$$

$$g(2) = 2^2 + 2 - 1 = 5$$

Soru 7: (2008 YS)

$$f(x) = |x - x^2| \text{ ve } g(x) = -x^2 + 1 \text{ olduğuna göre } (f \circ g)(-2) \text{ sayısı kaçtır?}$$

$$A) -12 \quad B) -6 \quad C) 3 \quad D) 8 \quad E) 12 \checkmark$$

Çözüm:

$$g(-2) = -(-2)^2 + 1 = -4 + 1 = -3$$

$$f(-3) = |-3 - (-3)^2| = |-3 - 9| = |-12| = 12 \checkmark$$

Soru 8: (2008 AS)

$$f(x) = 2x + 1, g(x) = x - 4 \text{ ise, } (g \circ f)(2) \text{ değeri kaçtır?}$$

$$A) -5 \quad B) -3 \quad C) 1 \checkmark \quad D) 2 \quad E) 4$$

Çözüm:

$$f(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

$$g(5) = 5 - 4 = 1$$

TERS FONKSİYON

$$f(x) \rightarrow f^{-1}(x) \text{ ters fonksiyon.}$$

Özellikler:

$$1. y = ax + b \text{ fonksiyonunun ters fonksiyonu } y^{-1} = \frac{x-b}{a}$$

$$2. y = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ fonksiyonunun ters fonksiyonu } y^{-1} = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

Soru 1:

$$y = 3x - 5 \text{ ise } y^{-1} = ?$$

Çözüm:

$$y^{-1} = \frac{x+5}{3}$$

Soru 3: (2004 AS)

$$f(x) = x - 2 \text{ ve } g(x) = -x^2 - x \text{ ise } (g \circ f)(1) = ?$$

Çözüm:

$$f(1) = 1 - 2 = -1 \quad g(-1) = -(-1)^2 - (-1) = -1 + 1 = 0 \checkmark$$

Soru 6: (2005 AS)

$$f(x) = x - 3 \text{ ve } g(x) = x^2 - 4 \text{ } g(f(x)) = 0 \text{ ise } x \text{ nedir?}$$

Çözüm:

$$g(f(x)) = (x-3)^2 - 4 = 0 \quad \text{Seçenekler } x \text{ yerine yazılırsa}$$

cevabın 1 ve 5 olduğu görülür.

Soru 2: (2003 AS – 2005 AS)

$$f(x) = \frac{5x+1}{3} \text{ ise } f^{-1}(x) = ?$$

Çözüm:

$$f(x) = \frac{5x+1}{3} \text{ ise } f^{-1}(x) = \frac{-3x+1}{-5}$$

Seçeneklerde yoksa her şeyin işaretini değiştir.

$$f^{-1}(x) = \frac{3x-1}{5}$$

Soru 3: (2007 AS)

$$f(x) = \frac{2x}{1-x} \text{ ise } f^{-1}(x) = ?$$

Çözüm:

$$f(x) = \frac{2x}{-x+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x}{-x-2} \Rightarrow \frac{x}{x+2}$$

Soru 5: (2006 AS)

$$f(x) = \frac{x+a}{3} \text{ ve } f^{-1}(2) = 4 \text{ ise } a = ?$$

Çözüm:

$$f^{-1}(x) = \frac{-3x+a}{-1} = 3x-a$$

$$f^{-1}(2) = 3 \cdot 2 - a = 4$$

$$6 - a = 4$$

$$a = 2$$

Soru 6: (2007 BÜT)

$$f(x) = 3x - 2, g(x) = x^2 - 3ax \text{ ve } (g \circ f^{-1})(4) = 16 \text{ ise } a = ?$$

Çözüm:

$$f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3} \Rightarrow f^{-1}(4) = \frac{4+2}{3} = 2$$

$$g\left(\underbrace{f^{-1}(4)}_2\right) = 16$$

$$g(2) = 2^2 - 3 \cdot a \cdot 2 = 4 - 6a = 16 \Rightarrow -6a = 12 \Rightarrow a = -2$$

TÜREV

x'li gördüğün her terimin üssünü başa getir, üssü (1) eksilt.

Örn:

$$1) f(x) = x^3 \quad f'(x) = 3x^2$$

$$2) f(x) = x^7 \quad f'(x) = 7x^6$$

$$3) f(x) = 3x^2 \quad f'(x) = 6x$$

$$4) f(x) = 5x^3 \quad f'(x) = 15x^2$$

$$5) f(x) = x \quad f'(x) = 1$$

$$6) f(x) = 5x \quad f'(x) = 5$$

$$7) f(x) = 2^{64} \quad f'(x) = 0$$

$$8) f(x) = 6 \quad f'(x) = 0$$

NOT! Sabit sayının türevi daima sıfırdır. Sabit sayı yanın x olmayan sayıdır.

Türev Alma Kuralları

1) Toplama – Çıkarmanın Türevi

Her terimin ayrı ayrı türevi alınır.

Soru 1:

$$f(x) = 1 + x + x^2 \text{ ise } f'(x) = ?$$

Çözüm:

$$f'(x) = 0 + 1 + 2x$$

Türev alındıktan sonra x yerine 3 yazılır.

$$f'(3) = 1 + 2 \cdot 3 = 7 \checkmark$$

Soru 4: (2004 AS)

$$f(x) = \frac{x+1}{2} \text{ ise } f^{-1}(x) = ?$$

Çözüm:

$$f^{-1}(x) = \frac{-2x+1}{-1} = 2x-1$$

Soru 2:

$$f(x) = 3x^2 - 6x - 3 \text{ için } f'(1) = ?$$

Çözüm:

$$f'(x) = 6x - 6$$

$$f'(1) = 6 \cdot 1 - 6 = 0 \checkmark$$

Soru 3: (2003 AS)

$$f(x) = x^3 - 2x + 9 \text{ için } f'(-1) = ?$$

Çözüm:

$$f'(x) = 3x^2 - 2$$

$$f'(-1) = 3(-1)^2 - 2$$

$$= 3 - 2 = 1 \checkmark$$

2) Parantezin Türevi

$f(x) = (\text{ifade})^{\text{üs}} \rightarrow f'(x) = \text{üs} \cdot (\text{ifade})^{\text{üs}-1} \cdot (\text{Ifadenin Türevi})$

Soru 1: (2003 AS)
 $f(x) = (-2x + 7)^3$ için $f'(x) = ?$

Çözüm:
 $f'(x) = 3(-2x + 7)^2 \cdot (-2)$
 $= -6(-2x + 7)^2 \checkmark$

Soru 2: (2003 YS – 2004 AS)
 $f(x) = (3x - 1)^2$ için $f'(4) = ?$

Çözüm:
 $f'(x) = 2 \cdot (3x - 1) \cdot 3$
 $f'(4) = 2 \cdot (3 \cdot 4 - 1) \cdot 3$
 $f'(4) = 2 \cdot 11 \cdot 3$
 $f'(4) = 66$

Soru 3: (2008 AS)
 $f(x) = (5x - 1)^2$ fonksiyonunun $x = 0$ noktasındaki türevi kaçtır?
A) 5 B) 3 C) 0 D) -5 E) -10 \checkmark

Çözüm:
 $f'(x) = 2 \cdot (5x - 1) \cdot 5$
 $f'(x) = 2 \cdot (5 \cdot 0 - 1) \cdot 5$
 $f'(x) = 2 \cdot (-1) \cdot 5$
 $f'(x) = -10 \checkmark$

3) Çarpımın Türevi

$f(x) = \text{Birinci İfade} \cdot \text{İkinci İfade} \rightarrow f'(x) = \text{Birinci İfadenin Türevi} \cdot \text{İkinci İfade} + \text{İkinci İfadenin Türevi} \cdot \text{Birinci İfade}$

Soru 1:
 $f(x) = (x + 1) \cdot (2x - 1)$ için $f'(1) = ?$

Çözüm:
 $f'(x) = 1 \cdot (2x - 1) + 2 \cdot (x + 1)$
 $f'(1) = (2 \cdot 1 - 1) + 2(1 + 1) = 5 \checkmark$

4) Bölümün Türevi

$f(x) = \frac{1}{11} \rightarrow f'(x) = \frac{1 \cdot 11 - 1 \cdot 1}{11^2}$

Soru 1: (2006 AS)
 $f(x) = \frac{x^2 + x + 3}{2x^2 - x + 1}$ için $f'(0) = ?$

Çözüm:
 $f'(x) = \frac{(2x+1)(2x^2-x+1) - (4x-1)(x^2+x+3)}{(2x^2-x+1)^2} \Rightarrow f'(0) = \frac{1 \cdot 1 - (-1) \cdot 3}{1} = 4$

Soru 2: (2006 BÜT)
 $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + 4x + 1}$ için $f'(0) = ?$

Çözüm:
 $f'(x) = \frac{(3x^2-1)(x^2+4x+1) - (2x+4)(x^3-x)}{(x^2+4x+1)^2} \Rightarrow f'(0) = \frac{(-1) \cdot 1 - 4 \cdot 0}{1} = \frac{-1}{1} = -1$

Soru 3: (2005 AS – 2007 AS)
 $f(x) = \frac{2-3x}{2x+4}$ için $f'(0) = ?$

Çözüm:
 $f'(x) = \frac{-3(2x+4) - 2(2-3x)}{(2x+4)^2} = \frac{-12-4}{16} = -1$

Soru 4: (2007 BÜT)

$$f(x) = \frac{(x^3 - 2)}{2x - 1} \text{ için } f'(1) = ?$$

A) -10 B) -8 C) 0 D) 5✓ E) 9

Çözüm:

$$f(x) = \frac{3x^2(2x-1) - 2(x^3-2)}{(2x-1)^2} = \frac{3 \cdot 1 - 2 \cdot (-1)}{1} = 5$$

Soru 5: (2008 AS)

$$f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x - 2} \text{ fonksiyonu için } f'(1) \text{ değeri kaçtır?}$$

A) -7 B) -5✓ C) -3 D) 2 E) 6

Çözüm:

$$f(x) = \frac{4x(x-2) - 1 \cdot (2x^2 - 1)}{(x-2)^2} = \frac{4(-1) - 1 \cdot 1}{(-1)^2} = -5$$

5) Kökün Türevi

$$f(x) = \sqrt[n]{\text{ifade}} \rightarrow f'(x) = \frac{\text{ifadenin Türevi}}{n \cdot \sqrt[n]{(\text{ifade})^{n-1}}}$$

Soru 1:

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \text{ için } f'(1) = ?$$

Çözüm:

$$f'(x) = \frac{1}{3 \sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{3 \cdot 1} = \frac{1}{3}$$

Soru 2:

$$f(x) = \sqrt{4x+8} \text{ için } f'(2) = ?$$

Çözüm:

$$f'(x) = \frac{4}{2\sqrt{4x+8}} = \frac{4}{2\sqrt{4 \cdot 2 + 8}} = \frac{4}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2}$$

NOT! $\sqrt{x} \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}$ Ezberlenecek

Soru 3: (2007 YS)

$$f(x) = \frac{x + 2\sqrt{x}}{2} \text{ fonksiyonu için } f'(1) \text{ sayısı kaçtır?}$$

A) 3 B) 2 C) 3/2 D) 1✓ E) -1

Çözüm:

$$f(x) = \frac{x}{2} + \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ Bu soru bölümün türevinden hareketle de çözülebilir.}$$

6) Üs Negatif İse:

Örn:

$$f(x) = x^{-2} \quad f'(x) = ?$$

$$f'(x) = -2x^{-3}$$

7) Yüksek Mertebeden Türev

Soru 1: (2003 AS - 2007 AS)

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x - 1 \text{ için } f'''(x) = ?$$

Çözüm:

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 10x - 7$$

$$f''(x) = 12x^2 - 12x + 10$$

$$f'''(x) = 24x - 12$$

Soru 2: (2005 AS)

$$f(x) = (3x + 4)^4 \text{ için } f''(-1) = ?$$

Çözüm:

$$f'(x) = 4(3x + 4)^3 \cdot 3 = 12(3x + 4)^3 \rightarrow \text{Parantezin türevi vardı.}$$

$$f''(x) = 12 \cdot 3(3x + 4)^2 \cdot 3 = 36 \cdot (3(-1) + 4)^2 \cdot 3 = 108 \checkmark$$

Tekrar parantezin türevi olduğu görülüyor.

Soru 3: (2006 AS)

$$f(x) = (x + 3)(x^2 - 1) \quad f''(1) = ?$$

Çözüm:

$$f(x) = x^3 - x + 3x^2 - 3 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 1 + 6x$$

$$f''(x) = 6x + 6 \rightarrow f''(1) = 6 \cdot 1 + 6 = 12$$

Aynı soru çarpımın türevinden hareketle de çözülebilirdi.

Soru 4: (2003 BÜT)

$$f(x) = (x^2 - x + 1)^2 \text{ ise } f''(0) = ?$$

Çözüm:

$$f'(x) = 2(x^2 - x + 1) \cdot (2x - 1) \rightarrow \text{Parantezin Türevi}$$

$$= (2x^2 - 2x + 2) \cdot (2x - 1)$$

$$f''(x) = (4x - 2) \cdot (2x - 1) + 2 \cdot (2x^2 - 2x + 2) \rightarrow \text{Çarpımın Türevi}$$

$$f''(0) = (-2) \cdot (-1) + 2 \cdot 2 = 2 + 4 = 6 \checkmark$$

Soru 5: (2008 AS)

$f(x) = 3x^2 - 2x + 4$ fonksiyonunun $f'(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6x$ ✓

B) 4

C) $6x - 2$

D) $3x + 4$

E) $3x - 2$

Çözüm:

$$f'(x) = 6x - 2$$

$$f''(x) = 6$$

8) Karmaşık Türev**Soru 1: (2006 YS)**

$$f(x) = (x + 1) \cdot \sqrt{2x + 2} \text{ için } f'(1) = ?$$

Çözüm:

$$f'(x) = 1 \cdot \sqrt{2x + 2} + \frac{2}{2 \cdot \sqrt{2x + 2}} \cdot (x + 1)$$

$$f'(1) = \sqrt{2 \cdot 1 + 2} + \frac{2}{2 \cdot \sqrt{2 \cdot 1 + 2}} \cdot (1 + 1) \Rightarrow 2 + \frac{2}{2 \cdot 2} \cdot 2 = 2 + 1 = 3$$

Çarpımın türevi uygulandı. Bu türevin içinde kökün de türevi olduğu görülüyor. NOT! Türev yetişmezse bu haftaya kaydırabilirsiniz.

MARJİNAL**Birinci Soru Tipi**

Türev alınır, x yerine verilen değer yazılır.

Soru 1: (2003 AS)

Maliyet fonksiyonu $C(x) = 50x + 200\sqrt{x} + 1000$ olan bir mal için $x = 25$ noktasındaki marjinal maliyet nedir?

Çözüm:

$$C'(x) = 50 + 200 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow C'(25) = 50 + 200 \cdot \frac{1}{2\sqrt{25}} \Rightarrow 50 + \frac{200}{10} = 70$$

Soru 2: (2004 YS)

Toplam maliyet fonksiyonu $f(x) = 100x + 400\sqrt{x} + 1000$ olan bir mal için $x = 25$ noktasındaki marjinal maliyet kaçtır?

Çözüm:

$$C'(x) = 100 + 400 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow C'(25) = 100 + 400 \cdot \frac{1}{2\sqrt{25}} \Rightarrow 100 + \frac{400}{10} = 140$$

Soru 3: (2004 AS)

x mal miktarı olmak üzere bir malın toplam gelir fonksiyonu $f(x) = 50x - \frac{x^2}{1000}$ olarak belirlenmiştir. Buna göre $x = 1000$ noktasındaki marjinal gelir kaçtır?

Çözüm:

$$f'(x) = 50 - \frac{x}{500} = f'(1000) = 50 - \frac{1000}{500} = 50 - 2 = 48$$

Soru 4: (2004 AS)

x mal miktarı olmak üzere bir malın toplam maliyet fonksiyonu $f(x) = 2x^3 - 4x$ olduğuna göre marjinal maliyet fonksiyonu nedir?

Çözüm:

$$f'(x) = 6x^2 - 4$$

Soru 5: (2006 YS)

Bir mal için toplam maliyet fonksiyonu $C(x) = 20x - \frac{x^2}{50}$ ise $x = 50$ noktası için marjinal maliyet kaçtır?

Çözüm:

$$f'(x) = 20 - \frac{x}{25} = f'(50) = 20 - \frac{50}{25} = 20 - 2 = 18$$

Soru 6: (2005 AS)

$C(x) = 0,1x^3 - 0,5x^2 + 400x + 300$ ise $x = 10$ noktasındaki marjinal maliyet nedir?

Çözüm:

$$C'(x) = 0,3x^2 - 1x + 400 \rightarrow C'(10) = 0,3(10)^2 - 10 + 400 = 30 - 10 + 400 = 420$$

Soru 7: (2008 YS)

x mal miktarı olmak üzere bir malın YTL cinsinden gelir fonksiyonu $R(x) = 40x - \frac{x^2}{300}$, $0 \leq x \leq 4000$ dir. Buna göre,

x = 300 noktasındaki marjinal gelir kaçtır?

A) 24 B) 28 C) 32 D) 38✓ E) 40

Çözüm:

$$R'(x) = 40 - \frac{x}{150} = f'(300) = 40 - \frac{300}{150} = 40 - 2 = 38$$

Soru 8: (2007 YS)

Bir malın gelir fonksiyonu $R(x) = 30x - \frac{x^2}{100}$ dür. Buna göre, $x = 200$ için marjinal gelir kaçtır?

A) 20 B) 24 C) 26✓ D) 28 E) 30

Çözüm:

$$R'(x) = 30 - \frac{x}{50} = f'(200) = 30 - \frac{200}{50} = 30 - 4 = 26$$

İkinci Soru Tipi

Türev al, sifıra eşitle ve x'i bul. Üretim miktarı sorulacaktır. Üretim miktarından kasıt x'dir.

Soru 1: (2003 YS – 2007 AS)

Toplam maliyet fonksiyonu $f(x) = 5000 + 100x - \frac{x^2}{24}$ olduğuna göre maliyetin en yüksek olduğu üretim miktarı nedir?

Çözüm:

$$f'(x) = 100 - \frac{x}{12} \Rightarrow 100 - \frac{x}{12} = 0 \Rightarrow 100 = \frac{x}{12} \Rightarrow x = 1200$$

Soru 2: (2005 AS – 2007 AS)

$K(x) = (120 - x)(x - 6)$ fonksiyonunda $0 < x < 120$ için hangi aralıkta fiyat arttıkça kar azalır?

A) (6,120) B) (50,100) C) (0,120) D) (63,120) ✓ E) (0,63)

Çözüm:

$$\begin{aligned} K'(x) &= -1(x - 6) + 1(120 - x) \\ &= -x + 6 + 120 - x \\ &= 126 - 2x \end{aligned}$$

$$126 - 2x = 0 \rightarrow 2x = 126 \rightarrow x = 63$$

(63,120) aralığında fiyat arttıkça kar azalır. x yerine 64,65 verildikçe değer azaldığı görülür ki 120 verince zaten kar sıfır (0) olduğu bellidir. Kısacası seçeneklerden gidilebilir.

Soru 3: (2006 AS)

Bir mal için gelir fonksiyonu $R(x) = 4000 + 80x - x^2/20$ ise bu mal için en yüksek üretim miktarı kaçtır?

Çözüm:

$$R(x) = 80 - \frac{x}{10} \Rightarrow 80 - \frac{x}{10} = 0 \Rightarrow 80 = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 800$$

Soru 4: (2007 BÜT)

x mal miktarı olmak üzere bir malın kar fonksiyonu YTL cinsinden $K(x) = 200x - x^2/30$, $0 \leq x \leq 4000$ veriliyor. Buna göre, maksimum karın elde edildiği mal miktarı nedir?

Çözüm:

$$R(x) = 200 - \frac{x}{15} \Rightarrow 200 - \frac{x}{15} = 0 \Rightarrow 200 = \frac{x}{15} \Rightarrow x = 3000$$

Üçüncü Soru Tipi

Türev alınır, sıfıra eşitlenir ve x bulunur. Bulunan x ilk verilen fonksiyonda yerine yazılır.

Soru 1: (2004 AS)

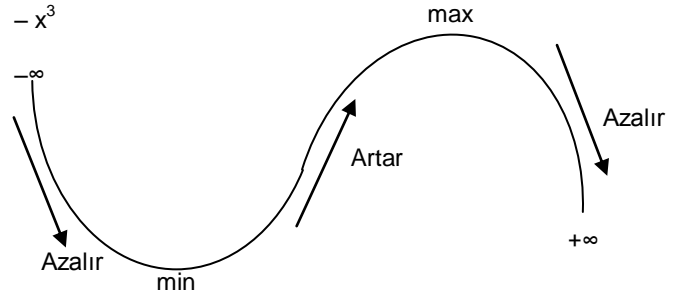
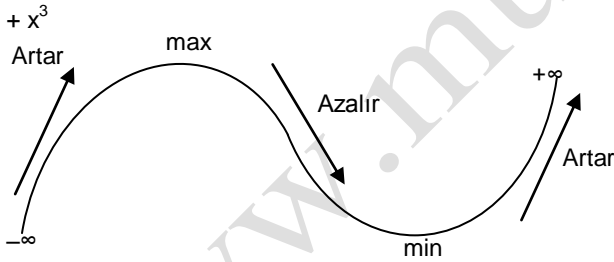
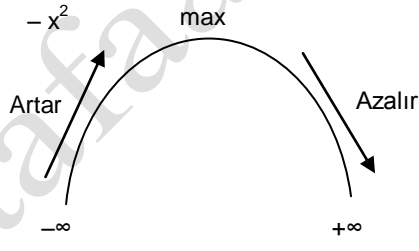
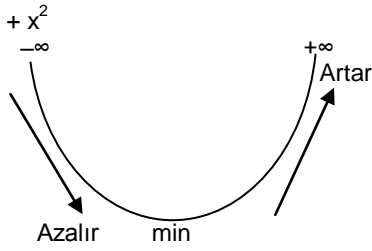
x mal miktarı olmak üzere kar fonksiyonu $K(x) = 250x - x^2/8$ olduğuna göre en yüksek kar kaçtır?

Çözüm:

$$K(x) = 250 - \frac{x}{4} \Rightarrow 250 - \frac{x}{4} = 0 \Rightarrow 250 = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 1000 \Rightarrow K(x) = 250 \cdot 1000 - \frac{(1000)^2}{8} \Rightarrow 250000 - 125000 = 125000$$

**TEPE NOKTASI – MAX – MİN NOKTASI – YEREL MAX – YEREL MİN NOKTASI
ARTAN – AZALAN ARALIĞIN BULUNUŞU**

Türev al, sıfıra eşitle ve x'i bul.



apsis → x değer → y koordinat → (x,y)

Değerin Bulunuşu: Türev alınıp sıfıra eşitlenerek bulunan x, ilk verilen fonksiyonda yerine yazılır.

Soru 1:

$y = x^2 + 3x + 4$ fonksiyonunun;

- Tepe noktasının apsisi nedir?
- Tepe noktasının değeri nedir?
- Tepe noktasının koordinatı nedir?
- Artan olduğu aralık nedir?
- Azalan olduğu aralık nedir?

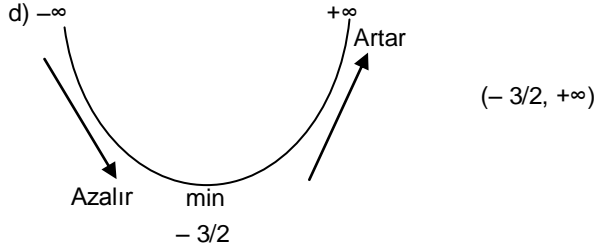
Çözüm:

a) Türev alınır ve sıfıra eşitlenir.
 $2x + 3 = 0 \rightarrow x = -3/2$

c) $(x,y) \rightarrow (-3/2, 7/4)$

$$b) y = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{-3}{2}\right) + 4 = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} + \frac{4}{1} = \frac{7}{4}$$

(2) (4)



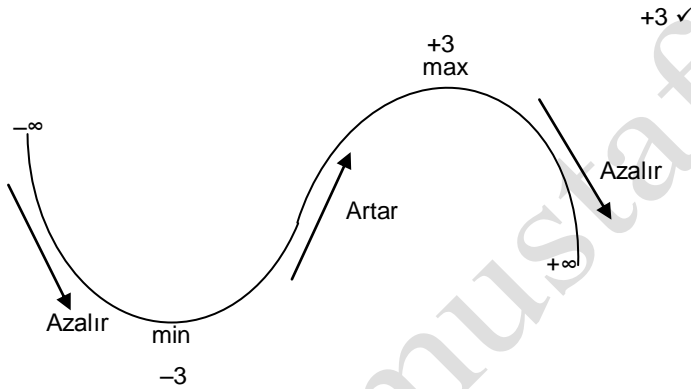
Soru 2:

$y = 27x - x^3$ fonksiyonunun;

- Yerel max. noktasının apsisi nedir?
- Yerel min. noktasının apsisi nedir?
- Yerel max. noktasının değeri nedir?
- Yerel min. noktasının değeri nedir?
- Yerel max. noktasının koordinatı nedir?
- Yerel min. noktasının koordinatı nedir?
- Artan olduğu aralık nedir? (2003 BÜT)
- Azalan olduğu aralık nedir?

Çözüm:

a) $27 - 3x^2 = 0 \rightarrow 3x^2 = 27 \rightarrow x = \pm 3$



b) -3

c) $y = 27x - x^3 \rightarrow 27 \cdot 3 - 3^3 = 81 - 27 = 54 \checkmark$

d) $y = 27x - x^3 \rightarrow 27 \cdot (-3) - (-3)^3 = -81 + 27 = -54 \checkmark$

e) $(x,y) \rightarrow (3,54)$

f) $(x,y) \rightarrow (-3, -54)$

g) $(-3,3)$

h) $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$

Soru 2: (2004 AS)

$f(x) = 2x^2 - 4x$ fonksiyonunun artan olduğu aralık nedir?

Çözüm:

$f'(x) = 4x - 4 \rightarrow 4x - 4 = 0 \rightarrow 4x = 4 \rightarrow x = 1$

Artan olduğu aralık $(1, \infty)$

Soru 3: (2004 AS)

$f(x) = 6x - x^3$ fonksiyonunun yerel max. noktasının apsisi nedir?

Çözüm:

$f'(x) = 6 - 3x^2 \rightarrow 6 - 3x^2 = 0 \rightarrow 6 = 3x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2}$ Maksimum noktasının apsisi $\sqrt{2}$ dir.

Soru 4: (2003 AS - 2007 AS)

$f(x) = -x^2 + 10x$ fonk. artan olduğu aralık nedir?

Çözüm:

$f'(x) = -2x + 10 = 0$

$$2x = 10$$
$$x = 5 \quad (-\infty, 5) \checkmark$$

Soru 5: (2006 AS)
 $y = 2x^2 - 4x + 5$ fonksiyonunun tepe noktası nedir?

Çözüm:
 $4x - 4 = 0$ ise $x = 1$
 $y = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 5$ ise $y = 3 \quad (1,3) \checkmark$

Soru 6: (2006 AS)
 $y = x^2 - 6x + 9$ fonk. artan olduğu aralık nedir?

Çözüm:
 $2x - 6 = 0$ ise $x = 3 \quad \text{Artan olduğu aralık } (3, \infty)$

Soru 7: (2006 AS)
 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$ fonksiyonunun minimum noktasının apsisi nedir?

Çözüm:
 $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$ ise $3x(x - 2) = 0$
 $x = 0$ ve $x = 2$
Grafik çizildiğinde minimum noktasının apsisinin 2 olduğu görülür.

Soru 8: (2005 AS)
 $f(x) = x^3 - 6x^2$ fonk. azalan olduğu aralık nedir?

Çözüm:
 $f'(x) = 3x^2 - 12x = 0$ ise $3x(x - 4) = 0$
 $x = 0$ ve $x = 4$ Grafik çizildiğinde azalan olduğu aralığın (0,4) olduğu görülür.

Soru 9: (2005 AS - 2007 YS)
 $f(x) = x^3 - 9x^2$ fonk. azalan olduğu aralık nedir?

Çözüm:
 $f'(x) = 3x^2 - 18x = 0$ ise $3x(x - 6) = 0$
 $x = 0$ ve $x = 6$ Grafik çizildiğinde azalan olduğu aralığın (0,6) olduğu görülür.

Soru 10: (2008 YS)
 $f(x) = x^3 - 12x + 4$ fonk. azalan olduğu aralık nedir?

Çözüm:
 $f'(x) = 3x^2 - 12 = 0$ ise $x = \pm 2$
Grafik çizildiğinde azalan olduğu aralığın (-2,2) olduğu görülür.

Soru 11: (2007 BÜT)
 $y = (a - 1)x^2 - 6x + 7$ parabolünün tepe noktası (1,4) olduğuna göre a kaçtır?

Çözüm:
 $y' = 2(a - 1)x - 6$
 $0 = 2(a - 1) \cdot 1 - 6$
 $6 = 2a - 2$
 $2a = 8$ ise $a = 4 \checkmark$

Soru 12: (2007 AS)
 $y = 4x^2 - 8x + 5$ parabolünün tepe noktasının koordinatları nedir?

Çözüm:
 $y' = 8x - 8 = 0$ ise $x = 1$
 $y = 4 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1 + 5$ ise $y = 1$ O halde (1,1) \checkmark

Soru 13: (2008 AS)
 $y = 3x^2 - 5$ fonk. artan olduğu aralık nedir?

Çözüm:
 $y' = 6x = 0$ ise $x = 0$ bulunur.
Grafik çizildiğinde artan olduğu aralığın (0, ∞) olduğu görülür.

Soru 14: (2008 AS)
 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 10$ fonksiyonunun minimum noktasının apsisi aşağıdakilerden hangisidir?

Çözüm:
 $f'(x) = 3x^2 + 6x = 0$ ise $3x(x + 2) = 0$

$x = 0$ ve $x = -2$ Grafik çizildiğinde minimum noktasının apsisinin 0 olduğu görülür.

Soru 15: (2008 AS)

$y = x^2 - 4x$ fonksiyonunun tepe noktasının koordinatları nedir?

Çözüm:

$$y' = 2x - 4 = 0 \text{ ise } x = 2$$

$$y = 2^2 - 4 \cdot 2 = 4 - 8 = -4 \quad (2, -4) \checkmark$$

TEĞETİN EĞİMİN VE DENKLEMİ

Eğim: Türev alınıp v yerine değeri yazılır.

Soru 1: (2003 BÜT)

$y = x^2 - 6x - 1$ doğrusunun $(2, -9)$ noktasındaki teğetin eğimi nedir?

Çözüm:

$$2x - 6 \text{ ise } 2 \cdot 2 - 6 = -2$$

Soru 2: (2005 AS)

$y = x^3 - 2x^2 + ax$ fonk. $x = -1$ noktasındaki teğetin eğimi 2 ise a kaçtır?

Çözüm:

$$3x^2 - 4x + a = 2 \text{ ise } 3 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + a = 2 \text{ ise } a = -5$$

Soru 3: (2006 BÜT)

$y = 3x^2 - 4x + 5$ fonksiyonunun $(0,5)$ noktasındaki teğetin eğimi nedir?

Çözüm:

$$6x - 4 \text{ ise } 6 \cdot 0 - 4 = -4$$

TEĞETİN DENKLEMİ

Çözüm seçeneklerden yapılır.

Soru 1: (2004 AS)

$y = 4 - x^2$ parabolünün $(0,4)$ noktasındaki teğetin denklemi nedir?

A) $y = 3$

B) $y = -3$

C) $y = 4\checkmark$

D) $y = 0$

E) $x + y = 3$

Çözüm:

x yerine sıfır yazılınca y (4) çıkmış.

Soru 2: (2007 AS)

$y = x^2 + 4x$ parabolünün $(1,5)$ noktasındaki teğetin denklemi nedir?

A) $y = 6x - 1 \checkmark$

B) $y = 2x + 4$

C) $y = 6x$

D) $y = -x + 4$

E) $y = x - 1$

Çözüm:

$$y = 6x - 1 \text{ ise } y = 6 \cdot 1 - 1 = 5$$

Soru 3:

$y = 2x^2 - 6x + 6$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğetin denklemi nedir?

A) $y = -2x$

B) $y = -3x + 4$

C) $y = -3$

D) $y = -2x + 4\checkmark$

E) $x + y = -2$

Çözüm 1:

$x = 1$ verilmiş. Ama y'si belli değil. O halde x'i ilk verilen fonksiyonda yerine yazalım ve y'yi bulalım.

$$y = 2x^2 - 6x + 6 \text{ idi.}$$

$y = 2 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 6$ ise $y = 2$ bulundu. Şimdi seçeneklere dönelim ve $x = 1$ yazıp $y = 2$ arayalım. (D) seçeneği buna uygun.

$$y = -2 \cdot 1 + 4 = 2 \text{ (Sağladı)}$$

Çözüm 2:

$$\text{Formül: } y - y_1 = y'(x - x_1)$$

$$y - 2 = -2(x - 1)$$

$$y - 2 = -2x + 2$$

$$y = -2x + 4\checkmark$$

$$y'(1) = 4x - 6 = 4 \cdot 1 - 6 = -2$$

BÜKÜM NOKTASI

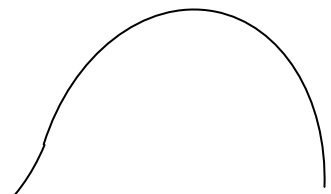
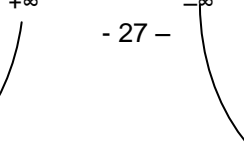
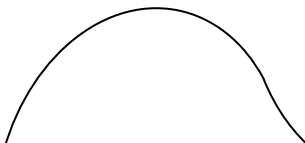
İki defa türev al, sıfıra eşitle ve x'i (büküm noktasını) bul.

$$+x^3$$

$$+\infty$$

$$-x^3$$

$$-27 -$$



| | | | | | | | | | | |
|----|----------------|-----|-----------------|--|-----------------|--|-----|----------------|--|----|
| | | B.N | Yukarı Bükey | | Yukarı Bükey | | B.N | Aşağı Bükey | | +∞ |
| | Aşağı Bükey | | | | | | | | | |
| -∞ | | | | | | | | | | |

Soru 1:

$y = x^3 + 6x^2 + 9x$ fonksiyonunun;

- Büküm noktası nedir?
- Aşağı Bükey olduğu aralık nedir?
- Yukarı Bükey olduğu aralık nedir?
- Büküm noktasının koordinatları nedir?

Çözüm:

a) $3x^2 + 12x + 9$

$6x + 12 = 0$

$6x = -12$

$x = -2$

b) Grafik çizildiğinde $(-\infty, -2]$ olduğu görülür.

c) Grafik çizildiğinde $[-2, \infty)$ olduğu görülür.

d) $y = (-2)^3 + 6 \cdot (-2)^2 + 9 \cdot (-2)$ ise $y = -2$ $(-2, -2)$

NOT! Büküm noktası kapalı aralıkla gösterilir.

Soru 2: (2003 BÜT)

$y = x^3 - 4x$ eğrisinin büküm noktasının koordinatları nedir?

Çözüm:

$y' = 3x^2 - 4$

$y'' = 6x = 0$ ise $x = 0$ $y = 0$ $(0,0)$ ✓

LİMİT

x yerine değeri yazılır.

Soru 1: (2003 AS)

$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{4x+1} = ?$

Çözüm:

$\sqrt{4 \cdot 2 + 1} = \sqrt{9} = 3$

Soru 2: (2004 AS)

$f(x) = 2x^2 - ax + 4$ fonksiyonu $x = -1$ noktasında sürekli ve $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 10$ ise $a = ?$

Çözüm:

$\lim_{x \rightarrow -1} 2x^2 - ax + 4 = 10 \Rightarrow 2(-1)^2 - a(-1) + 4 = 10 \Rightarrow 2 + a + 4 = 10 \Rightarrow a = 4$

Soru 3: (2005 AS)

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax}{2x + 5} = \frac{2}{3}$ ise $a = ?$

Çözüm:

$\frac{2^2 - 2a}{2 \cdot 2 + 5} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{4 - 2a}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow 4 - 2a = 6 \Rightarrow a = -1$

Soru 5: (2006 AS)

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 + 2x^3 + 1}{2x^3 - x} = ?$

Çözüm:

Soru 4: (2004 YS)

$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2} = ?$

Çözüm:

$\frac{(-4)^2 + 3(-4) + 2}{-4 + 2} = \frac{16 - 12 + 2}{-2} = \frac{6}{-2} = -3$

Soru 6: (2006 AS)

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 3|}{x - 3} = ?$

Çözüm:

$$\frac{3 \cdot 1^4 + 2 \cdot 1^3 + 1}{2 \cdot 1^3 - 1} = 6$$

Soru 7: (2003 YS)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{5x+4} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{1-1}{5 \cdot 1 + 4} = \frac{0}{9} = 0$$

Soru 8: (2003 BÜT)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-3|}{x-3} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{|2-3|}{2-3} = \frac{1}{-1} = -1$$

Soru 10: (2005 AS)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (-1)^7 = ?$$

Çözüm:

x yazılacak yer yoktur. O halde yanıt direk $(-1)^7$ kuvvetidir. O da -1 'dir.

Soru 11: (2008 AS)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^3 - 1|}{x-1} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{|2^3 - 1|}{2-1} = \frac{7}{1} = 7$$

Soru 13: (2007 BÜT)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{2x-1}{x+2} \right) \cdot \sqrt{x+1} = ?$$

Çözüm:

$$\left(\frac{2 \cdot 3 - 1}{3 + 2} \right) \cdot \sqrt{3 + 1} = \frac{5}{5} \cdot 2 = 2$$

BELİRSİZLİKLER

∞ BELİRSİZLİĞİ

İfadenin en büyük belirleyicisi alınır ve x değeri yazılır.

Soru 1:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x - x^2 + x^3) = ?$$

Çözüm:

$$x^3 \rightarrow \infty^3 \rightarrow \infty$$

∞/∞ BELİRSİZLİĞİ

x'in derecesi aşağıda büyükse cevap 0

x'in derecesi yukarıda büyükse cevap ∞

x'in derecesi aynıysa cevap katsayılar bölümü

Soru 1:

$$\frac{|2^2 - 3|}{2-3} = \frac{1}{-1} = -1$$

Soru 9: (2005 AS)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x+1}{2x-5} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{3 \cdot 3 + 1}{2 \cdot 3 - 5} = \frac{10}{1} = 10$$

Soru 12: (2007 YS)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+a}{4x+1} = 3 \text{ ise } a = ?$$

Çözüm:

$$\frac{2(-2)+a}{4(-2)+1} = 3 \text{ ise } \frac{-4+a}{-8+1} = 3 \Rightarrow -4+a = -21 \Rightarrow a = -17$$

Soru 2:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - 2x + x^3) = ?$$

Çözüm:

$$x^3 \rightarrow (-\infty)^3 \rightarrow -\infty$$

Soru 2: (2004 AS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3}{3x + 2} = ?$$

Çözüm:

x'in derecesi yukarıda büyük cevap ∞

Soru 3: (2004 YS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 + 3x + 5}{x^2 + 2} = ?$$

Çözüm:

x'in derecesi aynı cevap -5

Soru 5: (2006 BÜT)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 2x + 50}{3x^2 - 10} = ?$$

Çözüm:

x'in derecesi aynı cevap $4/3$

Soru 7: (2003 BÜT)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 3x}{x^2 + 2x + 3} = ?$$

Çözüm:

x'in derecesi aynı cevap 4

Soru 9: (2008 AS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 14}{2x^2 - x + 1} = ?$$

Çözüm:

x'in derecesi aşağıda büyük cevap 0

Soru 11: (2007 BÜT)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(-x^3 + \frac{7}{x^2} + 12\right) = ?$$

Çözüm:

x'in derecesi yukarıda büyük cevap $-\infty$

0/0 BELİRSİZLİĞİ

İşlem yapıp 0/0 belirsizliği bulunur ise; payın türevi pay, paydanın türevi alınıp payda olarak yazılır ve x'in değeri yerine konur.

Soru 1: (2004 AS – 2007 AS)

$$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{12(x+6)}{x^2 - 36} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{12(-6+6)}{(-6)^2 - 36} = \frac{0}{0} \Rightarrow \frac{12}{2x} = \frac{12}{2 \cdot (-6)} = -1$$

Soru 3: (2006 YS)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 - 6x}{x^2 - 2x} = ?$$

Çözüm:

(0/0 belirsizliği olduğu görülüyor)

$$\frac{3x^2 - 2x - 6}{2x - 2} = \frac{0 - 0 - 6}{0 - 2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 17}{x^2 - 1} = ?$$

Çözüm:

x'in derecesi aşağıda büyük cevap 0

Soru 4: (2003 AS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3}{x^2 + 5x} = ?$$

Çözüm:

x'in derecesi aşağıda büyük cevap 0

Soru 6: (2003 YS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5}{3x^2 + 7x - 11} = ?$$

Çözüm:

x'in derecesi aynı cevap $2/3$

Soru 8: (2006 AS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x + 100}}{2x^2 + 4x + 10} = ?$$

Çözüm:

x'in derecesi aşağıda büyük cevap 0

Soru 10: (2007 AS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x + 3x^2}{3 + x - x^2} = ?$$

Çözüm:

x'in derecesi aynı cevap -3

Soru 12: (2007 YS)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 2x + 200}{2x^2 + 40000} = ?$$

Çözüm:

x'in derecesi aynı cevap 2

Soru 2: (2003 AS)

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{x^2 - 100}{x - 10} = ?$$

Çözüm:

$2x = 2 \cdot 10 = 20$ (0/0 belirsizliği olduğu görülüyor)

Soru 4: (2008 YS)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} \right) = ?$$

Çözüm:

(0/0 belirsizliği olduğu görülüyor)

$$\frac{2x - 3}{2x} = \frac{2 \cdot 3 - 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

NOT! Limitsiz, türevsiz, süreksiz ve tanımsız sorulursa, ifade rasyonel ise payda sıfıra eşitlenir. Mutlak değerli ifadelerde mutlak değerlerin içini sıfır yapan değer, parçalı fonksiyonlarda fonksiyonun parçalandığı nokta limitsiz, türevsiz, süreksiz ve tanımsızdır.

Soru 1:

$$f(x) = \begin{cases} 4x+1 & x \geq 2 \\ -2x-3 & x < 2 \end{cases} \text{ ise}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = ?$$

Çözüm:

$3 \geq 2$ olduğundan $4x + 1$ kullanılır.
 $4 \cdot 3 + 1 = 13$

Soru 3: (2003 AS – 2007 AS)

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & x \leq 4 \\ -2x+1 & x > 4 \end{cases} \text{ ise}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = ?$$

Çözüm:

$$-2x + 1 = -2 \cdot 4 + 1 = -7$$

Soru 4: (2006 AS)

$$f(x) = \begin{cases} 6x+a & x > 1 \\ 3 & x = 1 \\ x^2+2 & x < 1 \end{cases} \text{ fonksiyonu } x = 1 \text{ noktasında sürekli ise } a \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

$$6x + a = x^2 + 2 \text{ ise } 6 \cdot 1 + a = 1^2 + 2$$

$$6 + a = 3 \text{ ise } a = -3$$

Sürekli olunması için sağdan ve soldan limitlerin birbirine eşit olması gerekir.

Soru 5: (2005 AS)

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x < 2 \\ x+4 & x > 2 \end{cases} \text{ ise}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = ?$$

Çözüm:

Limit yoktur. Çünkü x yerine koyulacak bir eşitlik yoktur.

Soru 6: (2008 AS)

$$f(x) = \frac{2x-4}{x-3} \text{ fonksiyonu aşağıdaki noktaların hangisinde süreksizdir?}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 ✓ E) 4

Çözüm:

$$x - 3 = 0 \text{ ise } x = 3$$

Soru 7: (2008 AS)

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & x > 1 \\ x-5 & x < 1 \end{cases} \text{ ise}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = ?$$

Çözüm:

$$2x + 3 = 2 \cdot 1 + 3 = 5 \checkmark$$

Mutlak Değerli İfadeler

Soru 1: (2004 AS)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x-3|}{x-3} = ?$$

Çözüm:

Türev al; soldan yaklaştığı için sonucun işaretini değiştir. (-1)

Soru 2:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 0 \\ x^2 & x < 0 \end{cases} \text{ ise}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = ?$$

Çözüm:

Sağdan yaklaşıyorsa $>$ alınır.

$$x + 1 = 0 + 1 = 1$$

Soldan yaklaşıyorsa $<$ alınır.

Soru 2:

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{|x-4|}{x-4} = ?$$

Çözüm:

Türev al; sağdan yaklaştığı için sonucu değiştirme. (1)

ASİMPOTLAR

Düsey: Düsey asimptotun denklemi sorulduğunda payda sıfır (0)'a eşitlenir.

Soru 1: (2006 BÜT)

$\frac{x^2 + 4}{3x - 9}$ denkleminin düsey asimptotu nedir?

Çözüm:

$$3x - 9 = 0 \text{ veya } x = 3 \text{ veya } x - 3 = 0$$

Soru 2: (2008 AS)

$f(x) = \frac{x^3 + 10}{x + 1}$ fonksiyonunun düsey asimptotunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x = -10$ B) $y = x - 1$ C) $x = -1$ ✓ D) $y = 1$ E) $y = x + 1$

Çözüm:

$$x + 1 = 0 \text{ ise } x = -1 \checkmark$$

Yatay: Yatay asimptotun denklemi sorulduğunda $x \rightarrow \infty$ 'a giderken $\lim f(x)$ alınır.

Soru 1: (2006 YS)

$f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 - 9}$ fonksiyonunun yatay asimptotunun denklemi nedir?

Çözüm:

$$y = 2 \text{ veya } y - 2 = 0$$

KOORDİNAT DÜZLEMİ

Doğrusal Fonksiyon

$y = mx + n \rightarrow$ doğrusal denklem

Eğim: y yalnız kaldıktan sonra x 'in katsayısıdır ve m ile gösterilir.

Soru 1:

$y = 2x + 7$ ise $m = ?$

Çözüm:

y yalnız olduğu için $m = 2$

Soru 2:

$6x + 3y = 1$ ise $m = ?$

Çözüm:

$$3y = 1 - 6x \text{ ise } y = \frac{1}{3} - 2x$$

$$m = -2$$

Denklemleri Verilen Doğrunun Grafiği

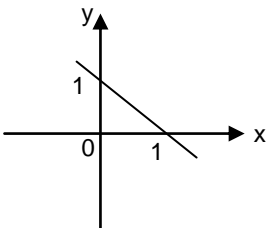
Soru 1:

$y + x = 1$ doğrusunun grafiği nedir?

Çözüm:

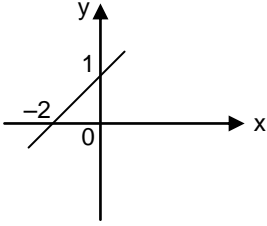
$$x = 0 \text{ ise } y = 1 \quad (0,1)$$

$$y = 0 \text{ ise } x = 1 \quad (1,0)$$



Grafiği Verilen Doğrunun Denklemi

Soru 1: (2006 BÜT)



Denklemini nedir?

Çözüm:

$$-2y + x = -2$$

bulunur.

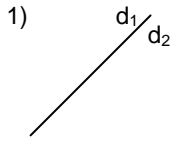
$$-2 \text{ ile } y \text{ yi çarp} = -2y$$

$$1 \text{ ile } x \text{ i çarp} = x$$

= de

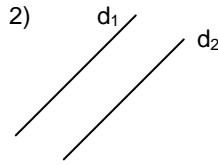
$$-2 \text{ ile } 1 \text{ i çarp} = -2$$

Doğruların Birbirlerine Göre Durumları



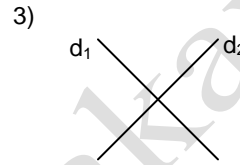
$$m_1 = m_2$$

Çakışık doğrular



$$m_1 = m_2$$

Paralel doğrular



$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

Dik doğrular

Soru 1: (2008 YS)

Aşağıdaki noktaların hangisi $2x - y = 4$ doğrusu üzerindedir?

A) $(1, -2)$ ✓

B) $(0, -1)$

C) $(2,1)$

D) $(3,4)$

E) $(-1,2)$

Çözüm:

Noktalar denklem üzerinde yerlerine yazılırsa sonucun A seçeneği olduğu görülebilir.

A) $(1, -2) \rightarrow 2 \cdot 1 - (-2) = 4$

B) $(0, -1)$

C) $(2,1)$

D) $(3,4)$

E) $(-1,2)$

Soru 2: (2004 AS – 2007 YS)

Aşağıda denklemleri verilen doğrulardan hangisi x eksenine paraleldir?

A) $y = 3x$

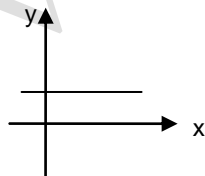
B) $y = -x + 4$

C) $y = x - 1$

D) $y = 3$ ✓

E) $y = x + 1$

Çözüm:



x eksenine paralel (ya da y eksenine dik) dendiğinde x ile bir ilgimizin olmadığı görülmektedir. O halde yanıt D seçeneğidir.

Soru 3: (2008 AS)

Aşağıda denklemleri verilen doğrulardan hangisi x eksenine diktir?

A) $x + 4 = 0$ ✓

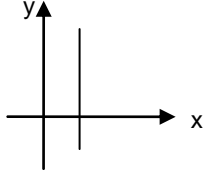
B) $2x + y = 5$

C) $y - 10 = 0$

D) $y - 4x = 1$

E) $2y + 5 = 0$

Çözüm:



x eksenine dik (ya da y eksenine paralel) dendiğinde y ile bir ilgimizin olmadığı görülmektedir. O halde yanıt A seçeneğidir.

Soru 4: (2006 AS)

Hangisi $3x - y + 6 = 0$ doğrusuna paraleldir?

Çözüm:

Verilen doğrunun eğimi 3'tür. Diğer doğrunun eğimi de 3 olmalıdır. Yanıt: $6x - 2y + 5 = 0$ dir.

Kesim Noktasının Koordinatının Bulunması

Seçenekler x ve y yerine yazılır.

Soru 1:

$y = 2x - 2$ ve $y = 3x - 4$ doğrularının kesim noktasının koordinatı nedir?

- A) (2,2) ✓
B) (2, -2)
C) (-2,0)
D) (-2,4)
E) (1,2)

Çözüm:

(2,2) → $y = 2.2 - 2 = 2$ (Sağladı) ve $y = 3.2 - 4 = 2$ (Sağladı)

İki Noktası Belli Doğru Denklemi

Verilen noktaları seçeneklerde x ve y yerine yaz.

Soru 1: (2007 AS)

(2,0) ve (0,3) noktalarından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = -3x/2 + 3$ ✓ B) $y = 3x - 2$ C) $y = 2x/3 + 2$
D) $y = 5 - x$ E) $y = 2x + 3$

Çözüm:

x yerine 2 yazılınca y 0 çıkmış ve x yerine 0 yazılınca y 3 çıkmış. Bunu sağlayan seçenek A seçeneğidir.

Soru 2: (2004 AS)

(-4,0) ve (0,3) noktalarından geçen doğrunun denklemi nedir?

Çözüm:

$-3x + 4y = 12$ → x ve y değerleri yerine yazılırsa sağlar.

Soru 3: (2003 YS)

(2,0) ve (0,3) noktalarından geçen doğrunun denklemi nedir?

Çözüm:

$y = -3/2 x + 3$ → x ve y değerleri yerine yazılırsa sağlar.

Soru 4: (2003 BÜT)

(0,0) ve (3,4) noktalarından geçen doğrunun denklemi nedir?

Çözüm:

$4x - 3y = 0$ → x ve y değerleri yerine yazılırsa sağlar.

Bir Noktası ve Eğimi Bilinen Doğru Denklemi

Soru 1: (2008 AS)

Eğimi $m = -1/2$ olan ve (-2,3) noktasından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2y - x + 4 = 0$
B) $y - 2x + 4 = 0$
C) $y + 2x - 4 = 0$
D) $2y + x - 1 = 0$
E) $2y + x - 4 = 0$ ✓

Çözüm:

Yanıt E seçeneğidir. Noktalar x ve y yerine yazılırsa;
 $2 \cdot 3 - 2 - 4 = 0$ olur.
Eğim de bu denklemi sağlamaktadır.

Soru 2:

$y - 3x + 3 = 0$ doğrusuna paralel olan ve (1,1) noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

Çözüm:

Seçeneklere bakıldığında $y = 3x - 2$ olduğu görülür. Eğim ve nokta açısından sağlar.

Soru 3: (2006 AS)

Eğimi $m = 1/2$ ve (-1,3) noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

Çözüm:

$2y - x - 7 = 0$ doğrusu hem eğimi hem de noktayı sağlamaktadır.

Soru 4: (2006 YS)

(1,2) noktasından geçen ve $4x + 2y + 4 = 0$ doğrusuna paralel olan doğrunun denklemi nedir?

Çözüm:

$y + 2x - 4 = 0$ doğrusu hem eğimi hem de noktayı sağlamaktadır.

İki Noktası Belli Doğrunun Eğimi

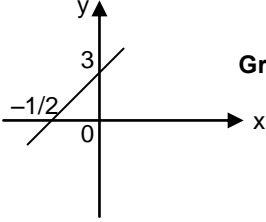
$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Soru 1:

(0,3) ve (1,5) noktasından geçen doğrunun eğimi nedir?

Çözüm:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow y_2 = 5, y_1 = 3 \text{ ve } x_2 = 1, x_1 = 0 \Rightarrow \frac{5-3}{1-0} = 2$$

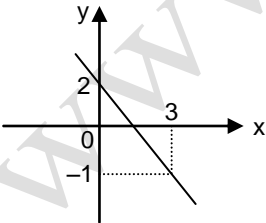
Soru 2: (2004 YS - 2007 AS)

Grafiği verilen doğrunun eğimi kaçtır?

Çözüm:

(-1/2,0) ve (0,3) noktalarıdır.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow y_2 = 3, y_1 = 0 \text{ ve } x_2 = 0, x_1 = -1/2 \Rightarrow \frac{3-0}{0 - (-1/2)} = 6$$

Soru 3: (2003 AS)

Grafiği verilen doğrunun eğimi kaçtır?

Çözüm:

(0,2) ve (3, -1) noktalarıdır.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow y_2 = -1, y_1 = 2 \text{ ve } x_2 = 3, x_1 = 0 \Rightarrow \frac{-1-2}{3-0} = -1$$

Soru 4: (2008 AS)

Aşağıdakilerden hangisi kübik fonksiyondur?

A) $f(x) = 2x + 10$

B) $f(x) = 60x$

C) $f(x) = -x^2 + 4x$

D) $f(x) = x + 1 / x + 3$

$$E) f(x) = x^3 - 2x^2 + 3\checkmark$$

Çözüm:

Yanıt E seçeneğidir. Kübik fonksiyon f fonksiyonunun x^3 olması anlamına gelir.

Soru 5: (2008 AS)

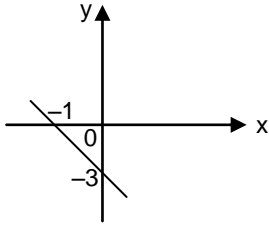
$d_1: A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$ ve $d_2: A_2 x + B_2 y + C_2 = 0$ doğruları tek bir noktaya sahiplerse aşağıdakilerden hangisi kesin doğrudur?

- A) d_1 ve d_2 paraleldir.
B) d_1 ve d_2 çakışiktır.
C) d_1 ve d_2 diktir.
D) d_1 ve d_2 kesişen doğrulardır. ✓
E) $A_1 = A_2$ dir.

Çözüm:

d_1 ve d_2 kesişen doğrulardır. Diktir seçeneği akılları karıştırmayın. Tek bir noktaya sahip doğruların dik olması kesin değildir.

Soru 6: (2007 BÜT)



Aşağıdaki noktalardan hangisi yanda grafiği verilen doğru üzerinde bulunmaz?

- A) (1, -6) B) (-2,3) C) (-1/3, -2) D) (3, -12) E) (-4,6) ✓

Çözüm:

Önce denklemi belirlemek gerekir. Denklem; $-3x - y = 3$ tür. Seçenekler bu denklemde yerine yazılırsa E seçeneğinin sağlamadığı görülür.

NOT! POLİNOM FONKSİYONLAR VE PARABOLLER KONUSU GRAFİKLER ÜZERİNDE KİTAPÇIKTAN ANLATILACAK. KÜMELER

Hiç elemanı olmayan kümeye boş küme denir ve \emptyset ile gösterilir. Bütün kümeleri içine alan kümeye evrensel küme denir ve E ile gösterilir. A kümesinde olmayan, ancak evrensel kümede olan elemanların oluşturduğu kümeye A'nın tümleyeni kümesi denir ve A^t ile gösterilir.

İki Kümenin Birleşimi

A ve B'den en az birine ait olan elemanların oluşturduğu kümeye A ve B'nin birleşim kümesi denir ve $A \cup B$ ile gösterilir.

İki Kümenin Kesişimi

A ve B kümesinin her ikisine birden ait olan elemanların oluşturduğu kümeye A ile B'nin kesişim kümesi denir ve $A \cap B$ ile gösterilir.

İki Kümenin Farkı

A kümesine ait olan, fakat B kümesine ait olmayan elemanların oluşturduğu kümeye A ile B'nin fark kümesi denir ve $A - B$ veya $A \setminus B$ ile gösterilir.

Altküme

A kümesinin bütün elemanları B kümesinde de varsa A kümesi B kümesinin alt kümesidir ve $A \subset B$ ile gösterilir. Alt küme sayısı 2^n , özalt küme sayısı $2^n - 1$ dir.

İstenirse birleşim, kesişim, fark ve tümleyen kümelerinin Venn Şeması şeklinde gösterimi yapılabilir. (İnisiyatife bırakıyorum)

Özellikler:

- 1) $A \cup B = B \cup A$ ve $A \cap B = B \cap A$
- 2) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ve $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- 3) $A \cup A = A$ ve $A \cap A = A$
- 4) $A \cap \emptyset = \emptyset$ ve $A \cup \emptyset = A$
- 5) $A \cup E = E$ ve $A \cap E = A$
- 6) $A \cup A^t = E$ ve $A \cap A^t = \emptyset$

Soru 1: (2004 AS)

$M = \{3,5,7\}$, $K = \{2,4,6,8\}$ kümeleri veriliyor. Hangisi doğrudur?

Çözüm:

$K - M = \{2,4,6,8\}$

Soru 2: (2003 AS)
(A – B)UB hangisine eşittir?

Çözüm:
AUB

Soru 3: (2006 AS)
 $A = \{ 2 < x \leq 8, x \text{ çift doğal sayılar} \}$, $B = \{ x < 12, x \text{ çift doğal sayılar} \}$ ise hangisi $A \cap B$ 'nin bir alt kümesi değildir?

Çözüm:
{2,4,6,8}

Soru 4: (2003 BÜT – 2007 AS)
K bir küme olduğuna göre hangisi yanlıştır?

- A) $K \cap K = K$
B) $K \cup K = K$
C) $K - K = K$ ✓
D) $K \cup \emptyset = K$
E) $K \cap \emptyset = \emptyset$

Çözüm:
 $K - K = \emptyset$ olmalıydı.

Soru 5: (2005 AS)
 $A - B = \{d,e,f\}$ $B - A = \{1,2,3\}$ $A \cap B = \{a,b,c\}$ $A \cup B = ?$

Çözüm:
 $A \cup B = \{1,2,3,a,b,c,d,e,f\}$

Soru 6: (2007 YS)
Aşağıdakilerden hangisi {1,2,3,4,5,6,7,8,9} kümesinin bir alt kümesi değildir?
A) {8,6,4,2,0} ✓ B) {9,7,5,3,1} C) {9,3,2} D) {8,4,3} E) \emptyset

Çözüm:
{8,6,4,2,0} → 0 durumu bozmaktadır.

Soru 7: (2008 YS)
 $A = \{ x < 8, x \text{ tek doğal sayılar} \}$ ise aşağıdakilerden hangisi A kümesinin bir alt kümesi değildir?

- A) {3,5,7}
B) {1,3}
C) {1,3,9} ✓
D) {5}
E) \emptyset

Çözüm:
A kümesinin elemanları 1,3,5 ve 7'dir. 9 bu kümenin elemanı değildir.

Soru 8: (2007 BÜT)
 $A = \{ x > -2 \}$ ve $B = \{ 5 < x \leq 9 \}$ ise $C = A^t \cap B^t$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{ x \leq -2 \}$ ✓
B) $\{ x \leq 5 \}$
C) $\{ -2 \leq x \leq 9 \}$
D) $\{ x > 9 \}$
E) $R / \{ -2,5,9 \}$

Çözüm:
 $A^t = x \leq -2$
 $B^t = x < 5 \text{ ve } x \geq 9$
 $A^t \cap B^t = x \leq -2$ olur.

Soru 9: (2008 AS)
 $A = \{ x \mid 3 < x < 12 \text{ ve } x \text{ çift doğal sayı} \}$ kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) {0,2,4,6,8,10}
B) {4,5,6,7,8,9,10,11}
C) {4,6,8,10,12}
D) {2,4,6,8,10}
E) {4,6,8,10} ✓

Çözüm:
Çift doğal sayılar {4,6,8,10} dur.

ÜSTEL FONKSİYONLAR

$f(x) = a^x$ fonksiyonuna bir üstel fonksiyon ve a sayısına bu üstel fonksiyonun tabanı denir.

Soru 1:

$f(x) = 25^x$ olduğuna göre $f(1/2)$ nedir?

Çözüm:

$25^{1/2} = (5^2)^{1/2} = 5$ (Aynı soru köklü sayı cinsinden de çözülebilir)

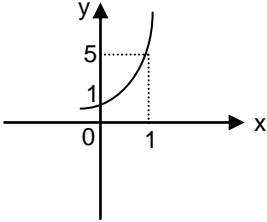
Üstel Fonksiyonun Grafiği:

Bir üstel fonksiyonun grafiği daima x ekseninin üstündedir ve y eksenini (0,1) noktasında keser.

Soru 1:

$y = 5^x$ 'in grafiği nedir?

Çözüm:

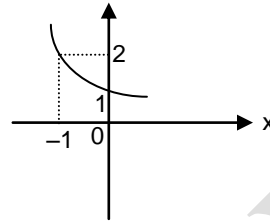


x 'in işareti (+) ise x yerine (1) yazılır ve y değeri bulunur.

Soru 2:

$y = 2^{-x}$ 'in grafiği nedir?

Çözüm:



x 'in işareti (-) ise x yerine (-1) yazılır ve y değeri bulunur.

LOGARİTMİK FONKSİYONLAR

Bir logaritmik fonksiyonun grafiği x eksenini (1,0) noktasında keser.

Özellikler

1) $\log_a a = 1$

2) $\log_a 1 = 0$

3) $\log_c a^d = \frac{d}{b} \log_c a$

4) $\log_{10} a = \log a$

5) $\ln e = 1$ ve $\ln 1 = 0$

6) $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

7) $\log 10 = 1$

8) $\log a^b = b \log a$

9) $\log_a (x/y) = \log_a x - \log_a y$

Soru 1:

$\log_9 27 = ?$

Çözüm:

$$\log_9 27 = \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$$

1. ve 3. özellikler kullanıldı.

Soru 3:

$f(x) = \ln x$ ise $f(e^3) = ?$

Çözüm:

$$\ln e^3 = 3 \ln e = 3$$

5. ve 8. özellikler kullanıldı.

Soru 5:

$\log(2x-7) = 0$ ise $x = ?$

Soru 2:

$f(x) = \log x$ ise $f(1000) = ?$

Çözüm:

$$\log 1000 = \log 10^3 \text{ ise } 3 \log 10 = 3 \cdot 1 = 3$$

7. ve 8. özellikler kullanıldı.

Soru 4:

$\log_5 125 - \log_5 25 = ?$

Çözüm:

$$\log_5 125/25 \text{ ise } \log_5 5 = 1$$

9. özellik kullanıldı.

Çözüm:

$2x - 7 = 1$ ise $2x = 8$
 $x = 4$ bulunur.
2. özellik kullanıldı.

Soru 6:

$\log_3 = k$ ise $\log_3 30 = ?$

Çözüm:

$\log(3.10) = \log_3 + \log_{10}$
 $= k + 1$
6. ve 7. özellikler kullanıldı.

Soru 8: (2006 YS)

$f(x) = \log_3(x^2 - 2x + 6)$ ise $f(3) = ?$

Çözüm:

$f(3) = \log_3(3^2 - 2.3 + 6) = \log_3(9 - 6 + 6) = \log_3 9 = 2$

Soru 9: (2003 BÜT)

$\log_2(x^2 - 1) - \log_2(x + 1) = 1$ olduğuna göre x nedir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 ✓ E) 4

Çözüm:

Çözüm yapılmadan seçenekler x yerine yazılırsa daha kolay olur. Sonuç 3'tür. Ancak biz çözümü de gösterelim.

$\log_2 \frac{x^2 - 1}{x + 1} = 1 \Rightarrow \log_2 \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)} = \log_2 x - 1 = 1 \Rightarrow x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3$

Soru 10: (2004 YS)

$\log_2 64 = x + 1$ ise $x = ?$

Çözüm:

$\log_2 64 = 6$ dir.
 $6 = x + 1$ ise $x = 5$
3. özellik kullanıldı

Üstel Fonksiyonların Türevi

1) $f(x) = \text{Sayı}^{\text{İfade}}$

$f'(x) = (\text{İfadenin Türevi}) \cdot \text{Sayı}^{\text{İfade}} \cdot \ln \text{Sayı}$

Soru 1:

$f(x) = 4^x$ ise $f'(x) = ?$

Çözüm:

$f'(x) = 1 \cdot 4^x \cdot \ln 4 = 4^x \cdot \ln 4$

Soru 3:

$y = x \cdot 2^x$ ise $y'(0) = ?$

Çözüm:

Çarpımın Türevi = $I' \cdot II + II' \cdot I$
 $= 1 \cdot 2^x + 1 \cdot 2^x \cdot \ln 2 \cdot x$
 $= 2^0 + 2^0 \cdot \ln 2 \cdot 0 = 1 + 0 = 1$

2) $f(x) = e^{\text{İfade}}$

$f'(x) = (\text{İfadenin Türevi}) \cdot e^{\text{İfade}} \cdot \ln e$

Soru 1:

$f(x) = e^x$ ise $f'(x) = ?$

Çözüm:

$f'(x) = 1 \cdot e^x \cdot \ln e = e^x$

EZBERLENECEK !!

Soru 7:

$\log_2 x - \log_2 x/2 = ?$

Çözüm:

$\log_2 x/x/2 = \log_2 2 = 1$
9. ve 1. özellikler kullanıldı.

Soru 11: (2008 YS)

$\log_3 12/5 + \log_3 15/4$ ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$\log_3 12/5 \cdot 15/4 = \log_3 9 = 2$

Soru 2:

$f(x) = 3^{x^2 - 2x - 1}$ ise $f'(x) = ?$

Çözüm:

$f'(x) = (2x - 2) \cdot 3^{x^2 - 2x - 1} \cdot \ln 3$

Soru 2: (2003 BÜT)

$f(x) = 3 + 3\sqrt{x} + x^2 + e^{-2x}$ ise $f'(x) = ?$

Çözüm:

$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} + 2x - 2e^{-2x}$

Soru 3: (2004 YS – 2007 YS)

$f(x) = 1 - x^2 + e^{2x}$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki türevi nedir?

Çözüm:

$$f'(x) = -2x + 2e^{2x} \text{ ise } -2.1 + 2e^{2.1} = -2 + 2e^2$$

Soru 4: (2006 YS)

$f(x) = e^{x+1} + x$ fonksiyonunun $x = 0$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

Çözüm:

$$f'(x) = 1. e^{0+1} + 1 \text{ ise } e + 1$$

Soru 5: (2006 BÜT)

$f(x) = 2x.e^{x^2+x}$ ise $f'(1) = ?$

Çözüm:

Çarpımın Türevi = I' . II + II' . I

$$= 2.e^{x^2+x} + (2x+1).e^{x^2+x}.2x \Rightarrow 2.e^{1+1} + (2.1+1).e^{1+1}.2.1 = 2e^2 + 3e^2.2 = 2e^2 + 6e^2 = 8e^2$$

Soru 6: (2007 BÜT)

$f(x) = e^{-x^3+x}$ fonksiyonu için $f'(1)$ değeri kaçtır?

Çözüm:

$$f'(x) = (-3x^2+1).e^{-x^3+x}. \ln e$$

$$f''(x) = (-6x).e^{-x^3+x} + (-3x^2+1).e^{-x^3+x}. \ln e. (-3x^2+1)$$

$$f''(1) = (-6.1).e^{-1+1} + (-3.1+1).e^{-1+1}.1.(-3.1+1) = -6.1 + (-2).1.(-2) = -6 + 4 = -2$$

Logaritmik Fonksiyonların Türevi

1) $f(x) = \log_{\text{Sayı}}(\text{ifade})$

$$f'(x) = \frac{\text{İfadenin Türevi}}{\text{İfade}} . \log_{\text{Sayı}} e$$

Soru 1:

$f(x) = \log_7(x^2 - 2x + 4)$ ise $f'(x) = ?$

Çözüm:

$$f'(x) = \frac{2x-2}{x^2-2x+4} . \log_7 e$$

2) $f(x) = \ln(\text{İfade})$

$$f'(x) = \frac{\text{İfadenin Türevi}}{\text{İfade}}$$

Soru 1:

$f(x) = \ln x$ ise $f'(x) = ?$

Çözüm:

$$f'(x) = 1/x \text{ EZBERLENECEK}$$

Soru 2:

$f(x) = x.\ln x$ fonksiyonunun $x = e$ noktasındaki teğetinin eğimi nedir?

Çözüm:

Çarpımın Türevi = I' . II + II' . I

$$= 1.\ln x + 1/x . x$$

$$= \ln e + 1/e . e = 2$$

Soru 3: (2006 BÜT)

$f(x) = \ln(3x^2 - 2x + 2)$ ise $f'(2) = ?$

Çözüm:

$$f'(x) = 6x - 2 / 3x^2 - 2x + 2 \text{ ise } 12 - 2 / 12 - 4 + 2 = 1$$

Soru 4: (2007 YS)

$f(x) = \ln(2x + 1) + \ln(3x + 5)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğetin eğimi nedir?

Çözüm:

$$\frac{2}{2x+1} + \frac{3}{3x+5} = \frac{2}{3} + \frac{3}{8} = \frac{25}{24}$$

Soru 5: (2008 YS)

$f(x) = \ln(x^3 + 4)$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre $f(2)$ değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{3x^2}{x^3+4} = \frac{3 \cdot 4}{8+4} = \frac{12}{12} = 1$$

Bileşik Faiz

Toplam Para = Anapara $(1 + \text{Faiz Oranı})^{\text{Süre}}$

Soru 1: (2006 YS)

Bankaya yatırılan 10.000 YTL %20 bileşik faiz oranıyla 2 yıl sonra kaç YTL'ye ulaşır?

Çözüm:

$$\text{Toplam Para} = 10.000 (1 + 0,20)^2 = 14.400 \text{ YTL.}$$

BELİRSİZ İNTEGRAL

x 'li gördüğün her terimin üssünü (1) artır, artırdığın üsse böl.

Soru 1:

$$\int 3x^2 dx = ?$$

Çözüm:

$$3 \cdot \frac{x^{2+1}}{2+1} = 3 \cdot \frac{x^3}{3} = x^3 + c$$

Soru 3:

$$\int 5 dx = ?$$

Çözüm:

$$5x + c$$

Soru 2:

$$\int x dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{x^{1+1}}{1+1} = \frac{x^2}{2} + c$$

Soru 4:

$$\int x(x+1) dx = ?$$

Çözüm:

$$x(x+1) = x^2 + x$$
$$\frac{x^{2+1}}{2+1} + \frac{x^{1+1}}{1+1} = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$$

İntegral Alma Kuralları:

1) Değişken Değiştirerek İntegral Alma:

NOT! Parantezin yanında türevi varsa, parantezli ifadenin üssünü (1) artır, artırdığın üsse böl.

Soru 1:

$$\int (x^2 - x + 2)^4 \cdot (2x - 1) dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{(x^2 - x + 2)^{4+1}}{4+1} = \frac{(x^2 - x + 2)^5}{5} + c$$

Soru 2:

$$\int (x^2 - 1)^{20} \cdot 2x dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{(x^2 - 1)^{20+1}}{20+1} = \frac{(x^2 - 1)^{21}}{21} + c$$

NOT! Parantezin yanında türevi yoksa olmayan sayıyı 1/Sayı olarak yaz, parantezin üssünü (1) artır, artırdığın üsse böl.

Soru 1:

$$\int (x^3 + 1)^{10} \cdot x^2 dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{(x^3 + 1)^{11}}{11} = \frac{1}{33} \cdot (x^3 + 1)^{11} + c$$

Soru 3: (2006 BÜT)

$$\int (2 - 3x)^4 dx = ?$$

Çözüm:

$$-\frac{1}{3} \cdot \frac{(2 - 3x)^5}{5} = -\frac{1}{15} \cdot (2 - 3x)^5 + c$$

Soru 5: (2006 YS)

$$\int (x^3 - 2)^3 \cdot x^2 dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{(x^3 - 2)^4}{4} = \frac{1}{12} \cdot (x^3 - 2)^4 + c$$

Soru 7: (2008 YS)

$$\int (x^4 - 10)^5 \cdot x^3 dx \text{ integralinin hesaplanmasında en uygun değişken değişikliği aşağıdakilerden hangisidir?}$$

Çözüm:

Neyin türevine bakılıyorsa u değişkeni odur.
 $u = (x^4 - 10)$

Soru 2:

$$\int (x^2 + 2x)^5 \cdot (x + 1) dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{(x^2 + 2x)^6}{6} = \frac{1}{12} \cdot (x^2 + 2x)^6 + c$$

Soru 4: (2003 BÜT – 2007 YS)

$$\int (1 - x^2)^9 \cdot x dx = ?$$

Çözüm:

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{(1 - x^2)^{10}}{10} = -\frac{1}{20} \cdot (1 - x^2)^{10} + c$$

Soru 6: (2007 BS)

$$\int \left(\frac{x-1}{4}\right)^3 dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{(x-1)^4}{4} = \frac{1}{16} \cdot (x-1)^4 + c$$

2) İfade Kesirli İse ve Paydada Parantez Yoksa Parantez Olsa da Kuvveti Yoksa Sonuç İn'li Çıkar

Pay / Paydanın Türevi. ln(Payda)

Soru 1:

$$\int \frac{6x}{3x^2 - 10} dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{6x}{6x} \cdot \ln|3x^2 - 10| = \ln|3x^2 - 10| + c$$

Soru 3:

$$\int \frac{x}{(x^2 - 5)} dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{x}{2x} \cdot \ln|x^2 - 5| = \frac{1}{2} \ln|x^2 - 5| + c \text{ veya } \ln\sqrt{x^2 - 5} + c$$

3) Paydada Parantezin Üssü Varsa Sonuç İn'li Çıkmaz.

– Pay / (İfadenin Türevi). (Üs – 1). (İfade)^{Üs - 1}

Soru 1:

$$\int \frac{x^2}{(x^3 + 1)^5} dx = ?$$

Soru 2:

$$\int \frac{5}{(2x + 1)^4} dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{-x^2}{3x^2 \cdot 4(x^3+1)^4} = \frac{-1}{12(x^3+1)^4} + c$$

Soru 3: (2004 YS)

$$\int \frac{dx}{(x-5)^2} = ?$$

Çözüm:

$$\frac{-1}{1 \cdot 1 \cdot (x-5)^1} = \frac{-1}{x-5} + c$$

4) e^{ifade}li Terimler

1. durumun aynısıdır. Üssün türevine bakılır.

Soru 1:

$$\int e^x dx = ?$$

Çözüm:

$$e^x + c$$

Soru 3:

$$\int e^{x^3} \cdot x^2 dx = ?$$

Çözüm:

Üssün türevi $3x^2$ dir. Ancak yanında x^2 var.

Eksik olan 3'tür. Bu 3, $1/3$ olarak yazılır. Yanına e^{ifade} aynen alınır.

$$\frac{1}{3} e^{x^3} + c$$

Çözüm:

$$\frac{-5}{2 \cdot 3 \cdot (2x+1)^3} = \frac{-5}{6 \cdot (2x+1)^3} + c$$

Soru 2:

$$\int e^{2x} dx = ?$$

Çözüm:

$$1/2 \cdot e^{2x} + c$$

Soru 4:

$$\int e^{x^2+2x} \cdot (x+1) dx = ?$$

Çözüm:

Üssün türevinde eksik olan sayı 2'dir.

$$\frac{1}{2} \cdot e^{x^2+2x} + c$$

Ezberlenecek Olanlar

$$1) \int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{(\ln x)^2}{2} + c$$

$$2) \int \frac{(\ln x)^3}{x} dx = \frac{(\ln x)^4}{4} + c$$

$$3) \int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + c$$

$$4) \int x^2 \ln x dx = \frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{9} + c$$

$$5) \int \ln x dx = x \ln x - x + c$$

$$6) \int x e^x dx = x e^x - e^x + c$$

Marjinal Verilip Toplam Fonksiyon İstenirse

Bu konuda 4 önemli soru tipi vardır.

Soru 1:

x mal miktarı olmak üzere bir malın marjinal maliyet fonksiyonu $MC = 4x + 10$ ve sabit maliyeti 10 birim olduğuna göre toplam maliyet fonksiyonu nedir?

Çözüm:

a) İntegral Alınır.

$$\int 4x + 10 dx = 2x^2 + 10x + c$$

b) Alınan İntegral Maliyete Eşitlenir.

$$2x^2 + 10x + c = 10$$

c) Sabit Maliyet Verildiği İçin $x = 0$ Alınır ve C Bulunur.

$$2.0^2 + 10.0 + c = 10 \text{ ise } c = 10$$

$$TMF = 2x^2 + 10x + 10$$

Soru 2:

x mal miktarı olmak üzere bir malın marjinal maliyet fonksiyonu $MC = 4x + 10$ ve 3 br malın maliyeti 60 br ise toplam maliyet fonksiyonu nedir?

Çözüm:

a) İntegral Alınır.

$$\int 4x + 10 dx = 2x^2 + 10x + c$$

b) Alınan İntegral Maliyete Eşitlenir.

$$2x^2 + 10x + c = 60$$

c) 3 Br Malın Maliyeti 60 Dediği İçin x Yerine 3 Yazılır Ve 60'a Eşitlenir, C Bulunur.

$$2.3^2 + 10.3 + c = 60 \text{ ise } c = 12$$

$$TMF = 2x^2 + 10x + 12$$

Soru 3:

x mal miktarı olmak üzere bir malın marjinal maliyet fonksiyonu $MC = 4x + 10$ ve 3 br malın maliyeti 60 br ise 2 br malın maliyeti nedir?

Çözüm:

a) İntegral Alınır.

$$\int 4x + 10 dx = 2x^2 + 10x + c$$

b) Alınan İntegral Maliyete Eşitlenir.

$$2x^2 + 10x + c = 60$$

c) 3 Br Malın Maliyeti 60 Dediği İçin x Yerine 3 Yazılır Ve 60'a Eşitlenir, C Bulunur.

$$2.3^2 + 10.3 + c = 60 \text{ ise } c = 12$$

$$TMF = 2x^2 + 10x + 12$$

d) 2 Br Malın Maliyetini Sorduğu İçin TMF'de x Yerine 2 Yazılır.

$$2.2^2 + 10.2 + 12 = 40$$

Soru 4:

x mal miktarı olmak üzere bir malın marjinal maliyet fonksiyonu $MC = 4x + 10$ ve sabit maliyeti 60 br ise 2 br malın maliyeti nedir?

Çözüm:

a) İntegral Alınır.

$$\int 4x + 10 dx = 2x^2 + 10x + c$$

b) Alınan İntegral Maliyete Eşitlenir.

$$2x^2 + 10x + c = 60$$

c) Sabit Maliyet Verildiği İçin x = 0 Alınır ve C Bulunur.

$$2.0^2 + 10.0 + c = 60 \text{ ise } c = 60$$

$$TMF = 2x^2 + 10x + 60$$

d) 2 Br Malın Maliyetini Sorduğu İçin x Yerine 2 Yazılır.

$$2.2^2 + 10.2 + 60 = 88$$

Soru 5: (2003 YS)

Marjinal gelir fonksiyonu $f(x) = 8000 - 4x$ olduğuna göre toplam gelir fonksiyonu nedir?

Çözüm:

Gelir problemlerinde integral alınır ve bırakılır.

$$8000x - 2x^2$$

Soru 6: (2007 BÜT)

x üretim miktarını göstermek üzere, bir firmanın marjinal maliyet fonksiyonu $C'(x) = 6x + 40$ olarak belirlenmiştir. Bu firmanın 10 birim üretim için toplam maliyeti 900 birim ise, 20 birim üretim için toplam maliyeti nedir?

Çözüm:

$$3x^2 + 40x + c = 900$$

$$3 \cdot 10^2 + 40 \cdot 10 + c = 900 \text{ ise } c = 200$$

$$3x^2 + 40x + 200 \text{ ise } 3 \cdot 20^2 + 40 \cdot 20 + 200 = 2200$$

Soru 7: (2008 YS)

x üretim miktarı olmak üzere, bir firmanın marjinal maliyet fonksiyonu $C'(x) = 4x + 60$ olarak belirlenmiştir. Firmanın 20 birim üretim için toplam maliyeti 70 bin birim ise, toplam maliyet fonksiyonu nedir?

Çözüm:

$$2x^2 + 60x + c = 70.000$$

$$2 \cdot 20^2 + 60 \cdot 20 + c = 70.000 \text{ ise } c = 68.000$$

$$TMF = 2x^2 + 60x + 68.000$$

BELİRLİ İNTEGRAL

İfadenin integrali alınır; sınırlardan yukarıdaki değer x yerine yazılır, sonra araya (-) konularak aşağıdaki sınır değer olarak yazılır ve sonuç bulunur.

Soru 1:

$$\int_1^5 (2x + 1) dx = ?$$

Çözüm:

$$x^2 + x = (5^2 + 5) - (1^2 + 1) = 30 - 2 = 28$$

Soru 3:

$$\int_0^1 e^x dx = ?$$

Çözüm:

$$e^x = e^1 - e^0 = e - 1$$

Soru 2: (2004 YS – 2007 YS)

$$\int_0^1 (1 + 2x + 3x^2) dx = ?$$

Çözüm:

$$x + x^2 + x^3 = (1 + 1^2 + 1^3) - (0) = 3$$

Soru 4:

$$\int_1^e \frac{1}{x} dx = ?$$

Çözüm:

$$\ln x = \ln e - \ln 1 = 1 - 0 = 1$$

Soru 5:

$$\int_0^2 e^{x^2 - 2x} \cdot (x - 1) dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{1}{2} \cdot e^{x^2 - 2x} \Rightarrow \left(\frac{1}{2} \cdot e^{2^2 - 2 \cdot 2} \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot e^{0^2 - 0} \right) = 0$$

Soru 6:

$$\int_{-1}^0 (2x - 1)^3 dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{(2x-1)^4}{4} = \frac{(2x-1)^4}{8} \Rightarrow \frac{(2 \cdot 0 - 1)^4}{8} - \frac{(2 \cdot (-1) - 1)^4}{8} = \frac{1}{8} - \frac{81}{8} = \frac{-80}{8} = -10$$

Soru 7: (2005 YS)

$$\int_2^4 \left(\frac{x}{x^2 - 1} \right) dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{1}{2} \cdot \ln|x^2 - 1| = \ln\sqrt{16-1} - \ln\sqrt{4-1} = \ln\sqrt{15} - \ln\sqrt{3} = \ln\sqrt{\frac{15}{3}} = \ln\sqrt{5}$$

Soru 8: (2003 BÜT)

$$\int_0^1 x \cdot e^x dx = ?$$

Çözüm:

$$x \cdot e^x - e^x \Rightarrow (0 \cdot e^0 - e^0) - (1 \cdot e^1 - e^1) = (0 - 1) - (e - e) = 1 - 0 = 1$$

Soru 9: (2006 BÜT)

$$\int_0^1 e^{2x+1} + 2x dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{1}{2} \cdot e^{2x+1} + x^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2} \cdot e^{2 \cdot 1 + 1} + 1^2 \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot e^{2 \cdot 0 + 1} + 0^2 \right) = \frac{1}{2} e^3 + 1 - \frac{1}{2} e \Rightarrow \frac{e^3 + 2 - e}{2}$$

Soru 10: (2003 YS)

$$\int_{-1}^0 (2x+1)^2 dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+1)^3}{3} = \frac{(2x+1)^3}{6} \Rightarrow \frac{(2 \cdot 0 + 1)^3}{6} - \frac{(2 \cdot (-1) + 1)^3}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Soru 11: (2006 YS)

$$\int_{-1}^0 \frac{2x}{x^2+6} dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{2x}{2x} \cdot \ln|x^2+6| \Rightarrow \ln|0+6| - \ln|(-1)^2+6| \Rightarrow \ln 6 - \ln 7 = \ln \frac{6}{7}$$

Soru 12: (2004 YS)

$$\int_0^2 x + e^x dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{x^2}{2} + e^x \Rightarrow \left(\frac{2^2}{2} + e^2 \right) - \left(\frac{0}{2} + e^0 \right) = 2 + e^2 - 1 = e^2 + 1$$

Soru 13:

$$\int_1^4 \sqrt{x} dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{2}{3} x \sqrt{x} \Rightarrow \left(\frac{2}{3} \cdot 4 \cdot \sqrt{4} \right) - \left(\frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \sqrt{1} \right) = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$$

Soru 15: (2008 YS)

$$\int_0^1 (5x^4 - 3) \cdot dx = ?$$

Çözüm:

$$x^5 - 3x \Rightarrow (1^5 - 3 \cdot 1) - (0) = -2$$

Soru 16: (2007 BÜT)

Soru 14: (2008 YS)

$$\int_0^2 \frac{dx}{x+1} dx = ?$$

Çözüm

$$\frac{1}{1} \cdot \ln|x+1| \Rightarrow \ln|2+1| - \ln|0+1| = \ln 3 - \ln 1 = \ln 3 - 0 = \ln 3$$

$$\int_0^2 \frac{3x^2}{x^3+1} dx = ?$$

Çözüm:

$$\frac{3x^2}{3x^2} \cdot \ln|x^3+1| \Rightarrow \ln|2^3+1| - \ln|0^3+1| = \ln 9 - \ln 1 = \ln 9 - 0 = \ln 9$$

ALAN HESABI

Alan hesabı için sınırların belli olması gerekir. O yüzden sınırlar belli değilse verilen fonksiyon sıfıra eşitlenir ve x'ler bulunur. Alan (-) çıkmaz. Sonuç (+) yapılır.

Soru 1:

$f(x) = 1 - x^2$ fonksiyonunun gösterdiği eğri ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı nedir?

Çözüm:

Sınırlar belli değil.

$$1 - x^2 = 0 \text{ ise } x = \pm 1$$

$$\int_{-1}^1 (1 - x^2) dx = x - \frac{x^3}{3} \Rightarrow (1 - \frac{1^3}{3}) - (-1 - \frac{(-1)^3}{3}) \Rightarrow (1 - \frac{1}{3}) - (-1 + \frac{1}{3}) = \frac{4}{3}$$

Soru 2:

$f(x) = x^2 - 4x + 3$ fonksiyonunun gösterdiği eğri ile $x = 1$ ve $x = 3$ noktaları ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı nedir?

Çözüm:

$$\int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \Rightarrow (\frac{27}{3} - 18 + 9) - (\frac{1}{3} - 2 + 3) = \frac{4}{3}$$

Soru 3:

$f(x) = x^2$ ve $g(x) = -x^2 - 2$ fonksiyonlarının gösterdikleri eğriler ile $x = -1$ ve $x = 3$ noktaları arasında kalan bölgenin alanı nedir?

Çözüm:

İki fonksiyon verilmişse 1. fonksiyondan 2.'si çıkarılır.

$$x^2 - (-x^2 - 2) = 2x^2 + 2$$

$$\int_{-1}^3 (2x^2 + 2) dx = 2 \frac{x^3}{3} + 2x \Rightarrow (18 + 6) - (-\frac{2}{3} - 2) = \frac{80}{3}$$

Soru 4: (2007 YS)

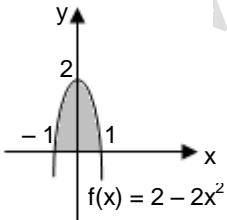
$f(x) = x^2$ ve $g(x) = x$ fonksiyonlarının gösterdikleri eğriler arasında kalan alan nedir?

Çözüm:

$$x^2 - x = x(x - 1) \text{ ise } x = 0 \text{ ve } x = 1 \text{ dir.}$$

$$\int_0^1 (x^2 - x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$$

Soru 5: (2003 BÜT)

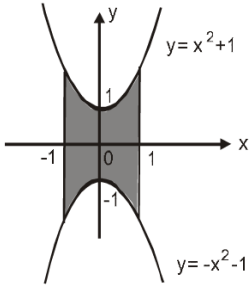


Taralı bölgenin alanı nedir?

Çözüm:

$$\int_{-1}^1 (2 - 2x^2) dx = 2x - \frac{2x^3}{3} = (2 \cdot 1 - \frac{2 \cdot 1^3}{3}) - (2 \cdot (-1) - \frac{2 \cdot (-1)^3}{3}) = (2 - \frac{2}{3}) - (-2 + \frac{2}{3}) = \frac{4}{3} - (-\frac{4}{3}) = \frac{8}{3}$$

Soru 6: (2006 YS)



Taralı bölgenin alanı nedir?

Çözüm:

$$x^2 + 1 - (-x^2 - 1) = 2x^2 + 2$$

$$\int_{-1}^1 (2x^2 + 2) dx = \frac{2x^3}{3} + 2x = \left(\frac{2 \cdot 1}{3} + 2 \cdot 1\right) - \left(\frac{2(-1)^3}{3} + 2 \cdot (-1)\right) = \left(\frac{2}{3} + 2\right) - \left(-\frac{2}{3} - 2\right) = \frac{8}{3} - \left(-\frac{8}{3}\right) = \frac{16}{3}$$

ÜRETİCİ – TÜKETİCİ RANTI

Soru 1:

Talep fonksiyonu $P = 50 - 3x$ olan bir mal için talep miktarı 10 birim olduğunda tüketici rantı ne olur?

Çözüm:

$$P = 50 - 3x \quad x = 10 \quad P = 50 - 3 \cdot 10 = 20 \quad 20 \cdot 10 = 200$$

$$\int_0^{10} (50 - 3x) dx = 50x - \frac{3x^2}{2} \Rightarrow (50 \cdot 10 - \frac{3 \cdot 10^2}{2}) - (0) = 500 - 150 = 350$$

$$350 - 200 = 150$$

Soru 2:

Arz fonksiyonu $P = 16 + x$ olan bir mal için arz miktarı 6 birim olduğunda üretici rantı ne olur?

Çözüm:

$$P = 16 + x \quad x = 6 \quad P = 16 + 6 = 22 \quad 6 \cdot 22 = 132$$

$$\int_0^6 (16 + x) dx = 16x + \frac{x^2}{2} \Rightarrow (16 \cdot 6 + \frac{6^2}{2}) - (0) = 96 + 18 = 114$$

$$132 - 114 = 18$$

Soru 3: (2006 YS)

$P = 3x^2 + 8$ ve $x = 2$ için üretici rantı nedir?

Çözüm:

$$P = 3x^2 + 8 \quad x = 2 \quad P = 3 \cdot 2^2 + 8 = 20 \quad 2 \cdot 20 = 40$$

$$\int_0^2 (3x^2 + 8) dx = x^3 + 8x \Rightarrow (2^3 + 8 \cdot 2) - (0) = 24$$

$$40 - 24 = 16$$

Soru 4: (2006 BÜT)

$P = 18 - 2x$ ve $P = 8$ ise tüketici rantı nedir?

Çözüm:

$$8 = 18 - 2x \text{ ise } x = 5$$

$$P = 18 - 2x \quad x = 5 \quad P = 18 - 2 \cdot 5 = 8 \quad 5 \cdot 8 = 40$$

$$\int_0^5 (18 - 2x) dx = 18x - x^2 \Rightarrow (18 \cdot 5 - 5^2) - (0) = 90 - 25 = 65$$

$$65 - 40 = 25$$

Soru 5: (2007 BÜT)

x üretim miktarı ve p fiyat olmak üzere, talep fonksiyonu $p = 15 - 4x$ olan bir mal için $x = 3$ olduğunda tüketici rantı ne olur?

Çözüm:

$$P = 15 - 4x \quad x = 3 \quad P = 15 - 4 \cdot 3 = 3 \quad 3 \cdot 3 = 9$$

$$\int_0^3 (15 - 4x) dx = 15x - 2x^2 \Rightarrow (15 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2) - (0) = 45 - 18 = 27$$
$$27 - 9 = 18$$

LİNEER DOĞRUSAL DENKLEM SİSTEMLERİ

Çözüm seçeneklerden yapılır.

Soru 1: (2004 YS)

$$x + 2y = 3$$

$$2x + y = 3 \text{ ise } (x,y) = ?$$

- A) (3,0) B) (0,3) C) (0,0) D) (1,1) ✓ E) (1,3)

Çözüm:

$$1 + 2 \cdot 1 = 3$$

$2 \cdot 1 + 1 = 3$ Her iki denklemi de D seçeneği sağladı.

Soru 2: (2003 BÜT – 2007 YS)

$$x + y + z = 2$$

$$2x - y + z = 3$$

$$x + 2y - z = 7 \text{ ise } (x,y,z) = ?$$

- A) (1,1,0) B) (2, -1,1)
C) (3, -1, -2) D) (3,1, -2) ✓
E) (4,2,1)

Çözüm:

$$3 + 1 - 2 = 2$$

$$2 \cdot 3 - 1 - 2 = 3$$

$3 + 2 \cdot 1 + 2 = 7$ Her üç denklemi de D seçeneği sağladı.

Soru 3:

Bir malın talep fonksiyonu $q = 75 - 2p$ ve arz fonksiyonu $q = -15 + 4p$ olarak veriliyor. Bu mal için arzın sıfır (0) olduğu fiyat nedir?

Çözüm:

Arzın sıfır olması arz edilen miktarın sıfır olmasıdır.

$$q = -15 + 4p \text{ ise } 0 = -15 + 4p \text{ ise } p = 15 / 4$$

Soru 4:

Arz fonksiyonu $q = -10 + 6p$ ve talep fonksiyonu $q = 11 - p$ ise denge fiyatı ve denge miktarı (p,q) nedir?

Çözüm:

Denge dediği zaman iki denklem birbirine eşitlenir.

$$-10 + 6p = 11 - p \text{ ise } p = 3$$

Bulunan fiyat iki denklemden birinde yerine yazılır ve q bulunur.

$$q = -10 + 6 \cdot 3 = 8 \quad (p,q) = (3,8)$$

Soru 5: (2003 BÜT – 2004 FİN)

$$q = -4 + 5p \text{ ve } q = 12 - 3p \text{ ise } (p,q) = ?$$

Çözüm:

$$-4 + 5p = 12 - 3p \text{ ise } p = 2$$

$$q = 12 - 3 \cdot 2 = 6 \quad (p,q) = (2,6)$$

Soru 6: (2008 YS)

P fiyat olmak üzere, arz ve talep fonksiyonları $q = -8 + 5p$ ve $q = 14 - 6p$ olarak verilen bir malın denge fiyatı nedir?

Çözüm:

$$-8 + 5p = 14 - 6p \text{ ise } p = 2$$

Soru 7: (2006 BÜT)

$$q = -8 + 5p \text{ ve } q = 24 - 3p \text{ ise denge fiyatı nedir?}$$

Çözüm:

$$-8 + 5p = 24 - 3p \text{ ise } p = 4$$

BUNDAN SONRAKİ SORULARIN SADECE CEVAPLARINI VERMEKLE YETİNDİM. İSTENİRSE ÇÖZÜMLERE HOCANIN KENDİSİ GİREBİLİR.

Soru 8: (2006 YS)
 $-x + 3y = 16$
 $2x + y = 3$ ise $(x,y) = ?$

Cevap:
 $(-1,5)$

Soru 9: (2006 YS)
 $x - 2y + z = 1$
 $2x + y - z = 4$
 $3x - 6x + 3z = 5$ ise $(x,y,z) = ?$

Cevap:
Çözümü yoktur.

Soru 10: (2006 BÜT)
 $-4x + y = -1$
 $8x - 2y = 2$ lineer denklem sisteminin çözümü hangisi değildir?

Cevap:
 $(2,5)$

Soru 11: (2003 YS)
 $x + 7y = -22$
 $5x - 3y = 4$ ise $(x,y) = ?$

Cevap:
 $(-1, -3)$

Soru 12: (2003 YS)
 $2x - y + 3 = 0$
 $x - 2y - 3 = 0$ ise $(x,y) = ?$

Cevap:
 $(-3, -3)$

Soru 13: (2004 YS)
 $x + y + z = 9$
 $x - 2y + z = 0$
 $3x + y - z = 5$ ise $(x,y,z) = ?$

Cevap:
 $(2,3,4)$

Soru 14: (2008 YS)
 $x - 2z = 1$
 $x + y = 3$
 $y - 3z = 2$
doğrusal denklem sisteminin (x,y,z) çözümü nedir?

- A) $(-1,4, -1)$
B) $(3,0,1)$
C) $(5, -2,2)$
D) $(1,2,0)$ ✓
E) $(-3,0, -2)$

Çözüm:

$$1 - 2.0 = 1$$

$$1 + 2 = 3$$

$$2 - 3.0 = 2$$
 Her üç denklemi de D seçeneği sağladı.

Soru 15: (2008 YS)
 $2x - y = 5$
 $x + 3y = 6$
doğrusal denklem sisteminin (x,y) çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(0, -5)$ B) $(1, -3)$
C) $(4, -1)$ E) $(-1, -7)$
E) $(3,1)$ ✓

Çözüm:

$$2.3 - 1 = 5$$

$$3 + 3.1 = 6$$
 Her iki denklemi de E seçeneği sağladı.

Soru 16: (2007 BÜT)

$$2x - y + 3z = 4$$

$$y - z = 2$$

aşağıdakilerden hangisi yukarıda verilen doğrusal denklem sisteminin (x,y,z) çözümlerinden biri değildir?

- A) $(2,3,1)$
B) $(4,1, -1)$
C) $(3,2,0)$
D) $(6, -1, -3)$
E) $(1,5,2)$ ✓

Çözüm:

$$2.1 - 5 + 3.2 = 3$$

E seçeneği denklemi sağlamaz.

Soru 17: (2007 BÜT)

$$-3x + 5y = 2$$

$$6x - 10y = 5$$

Doğrusal denklem sisteminin (x,y) çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1,1)

B) (-4, -2)

C) (-2,3)

D) (-1,1/5)

E) Çözümü yoktur✓

Çözüm:

Seçenekler x ve y yerine yazıldığında çözümü yoktur seçeneği doğru olacaktır. Çünkü diğerleri denklemi sağlamamaktadır.

MATRİSLER

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

1. satır elemanları = 1,2,3

2. Satır elemanlar = 4,5,6

1. sütun elemanları = 1,4

2. sütun elemanları = 2,5

3. sütun elemanları = 3,6

Matrisin Boyutu

Satır Sayısı x Sütun Sayısı
2 x 3

Eşit Matrisler

Boyutları ve aynı konumdaki elemanları eşit olan matrislerdir.

Soru 1:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & x \\ 0 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & z \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad \text{ve} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & y & 4 \\ 3 & -1 & 10 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad A = B \text{ ise } x + y + z = ?$$

Çözüm:

$$x = 5 \quad y = 2 \quad z = 10 \text{ ise } 5 + 2 + 10 = 17$$

Toplama – Çıkarma

Matrislerin boyuları eşit ise toplama – çıkarma işlemi yapılabilir.

Soru 1:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{ise } A + B = ?$$

Çözüm:

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+0 & 3+(-2) \\ 2+1 & -4+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Sayı İle Çarpma

Bütün elemanlar verilen sayı ile çarpılır.

Soru 1:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{ise } 2A = ?$$

Çözüm:

$$2A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$$

Soru 2:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{ise } 2A - 3B = ?$$

Çözüm:

$$\begin{bmatrix} -4 & 2 & 6 \\ 0 & 8 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 2 & 6 \\ -6 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

Bir Matrisin Devriği (Transpozesi)

Satırlar sütuna çevrilir.

Örn:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

Özellikler:

- 1) $(A^T)^T = A$
- 2) $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$
- 3) $(k \cdot A)^T = k \cdot A^T$
- 4) $(A \pm B)^T = A^T \pm B^T$

İki Matrisin Çarpımı

İki matrisin çarpılabilmesi için boyutlarının içlerinin aynı olması gerekir. Yeni matrisin boyutu ise dışlardır.

Soru 1:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad \text{ve } B = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}_{2 \times 1} \quad A \cdot B = ?$$

$$A) \begin{bmatrix} 10 \\ 9 \end{bmatrix} \quad B) \begin{bmatrix} 0 & 9 \end{bmatrix} \quad C) \begin{bmatrix} 0 & -9 \end{bmatrix} \quad D) \begin{bmatrix} 10 \\ -9 \end{bmatrix} \quad E) \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Çözüm:

2 x 1 yeni matrisin boyutudur. O halde B ve C seçenekleri elenir.
0.4 + 3.3 = 9 Son elemanı 9 olan A seçeneğidir.

DETERMİNANTLAR

Köşegen Çarpımı – Diğerlerinin Çarpımı

Örn:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1) - 7 \cdot 3 = -2 - 21 = -23$$

Soru 1:

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ a & 6 \end{vmatrix} = 4 \quad \text{ise } a = ?$$

Çözüm:

$$18 - (-a) = 4 \quad \text{ise } a = -14$$

Soru 2:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 0 \end{vmatrix} = ?$$

Çözüm:

$$\begin{array}{ccc} 1 & \diagdown & 1 & \diagup & -2 & \\ 2 & \diagdown & 3 & \diagup & 1 & \\ -1 & \diagdown & 4 & \diagup & 0 & \\ 1 & \diagdown & 1 & \diagup & -2 & \\ 2 & \diagdown & 3 & \diagup & 1 & \end{array}$$

$$0 - 16 - 1 = -17$$

$$6 + 4 + 0 = 10$$

$$-17 - 10 = -27$$

Determinantı aynen yazıp, ilk iki satırı altına getirdik ve çapraz çarpma işlemi yaptık.

Soru 2:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{vmatrix} = 6 \text{ ise } k = ?$$

Cevap:

$k = 3$ Sonucu bulunur.

Soru 3:

$$\det(A) = 4 \text{ ise } \det(2A) = ?$$

Çözüm:

$\det(2A)$ sonucu $\det(A)$ sonucunun 8 katıdır. O halde yanıt 8.4 ten 32 olmalıdır.

Minör

Soru 1:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 7 & 1 & 4 \end{vmatrix} \text{ ise } M_{a_{11}} = ?$$

Çözüm:

1. satır ve 1. sütun kapatılarak kalanların determinanı alınır. Yani;

$$-4 - 3 = -7$$

Kofaktör

Soru 1:

$$\begin{vmatrix} 10 & 3 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} \text{ } a_{21} \text{ in kofaktörü nedir?}$$

Çözüm:

2. satır ve 1. sütun kapatılırsa 3 kalır. Ancak işaret değiştirilir ve sonuç -3 olur. İşaret değiştirmesinin sebebi a_{21} de $2 + 1 = 3$ yani tek sayı olmasından dolayıdır. Çift sayı olsaydı işaret değiştirilmeden bırakılacaktı.

Katsayılar Matrisi

Soru 1:

$$2x - y = 4$$

$$4x + 2y = 5 \text{ denklem sisteminin katsayılar matrisi nedir?}$$

Çözüm:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Soru 2:

$$-2x + 4y + 3z = 1$$

$$-x + 2y - z = 0$$

$$4x + y = 7 \text{ denklem sisteminin katsayılar matrisi nedir?}$$

Çözüm:

$$\begin{bmatrix} -2 & 4 & 3 & : & 1 \\ -1 & 2 & -1 & : & 0 \\ 4 & 1 & 0 & : & 7 \end{bmatrix}$$

Soru 3:

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ denklemi nedir?}$$

Çözüm:

$$5x + 4y = 1$$

$$3x + 2y = 0$$

Ters Matris

Bir matrisin tersinin olabilmesi için determinantının sıfır olmaması gerekir.

Soru 1:

Aşağıdakilerden hangisinin tersi vardır?

A) $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

Çözüm:

$20 - 6 = 14$ Dolayısıyla E seçeneği doğru seçenektir.

1) Determinant alınır.

2) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

3) Bütün elemanları determinanta böl.

Soru 2:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ $A^{-1} = ?$

Çözüm:

1) $-4 - 6 = -10$

2) $A^{-1} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

3) $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-4}{-10} & \frac{-3}{-10} \\ \frac{-2}{-10} & \frac{1}{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{10} \\ \frac{1}{5} & \frac{-1}{10} \end{bmatrix}$

Z_{max} – Z_{min} Durumu:

Soru 1:

$3x_1 + x_2 \leq 18$

$x_1 + x_2 \leq 12$

$Z_{\max} = 30x_1 + 20x_2$ optimal çözümü nedir?

Çözüm:

$3x_1 + x_2 = 18$

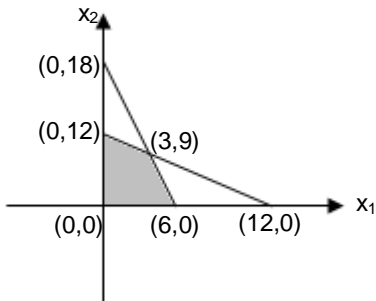
$x_1 = 0$ ise $x_2 = 18$ (0,18)

$x_2 = 0$ ise $x_1 = 6$ (6,0)

$x_1 + x_2 = 12$

$x_1 = 0$ ise $x_2 = 12$ (0,12)

$x_2 = 0$ ise $x_1 = 12$ (12,0)



$3x_1 + x_2 = 18$
 $-1 / x_1 + x_2 = 12$

$3x_1 + x_2 = 18$
 $-x_1 - x_2 = -12$

$2x_1 = 6$ ise $x_1 = 3$ ve $3.3 + x_2 = 18$ ise $x_2 = 9$

$Z_{\max} = 30x_1 + 20x_2$

$(0,12) \rightarrow 30.0 + 20.12 = 240$

$(6,0) \rightarrow 30.6 + 20.0 = 180$

$(3,9) \rightarrow 30.3 + 20.9 = 270$ Sorunun cevabı. Z_{\max} dediği için en büyük sonuç alındı.

Karışık Sınav Soruları:

Soru 1: (2006 BÜT)

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ Matrisinin tersi nedir?}$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Soru 3: (2006 BÜT)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad 3A - 2B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} -2 & -7 & 5 \\ -1 & -12 & 9 \\ -2 & 5 & 14 \end{bmatrix}$$

Soru 4: (2006 BÜT)

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \end{vmatrix} \text{ determinantının değeri nedir?}$$

Cevap:

-3

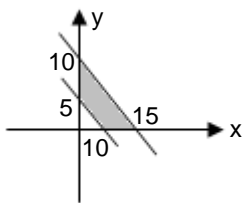
Soru 6: (2006 BÜT)

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 2x+y & 4 \\ -3 & 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 4 \\ -3 & 2 & x-y \end{bmatrix} \text{ ise } 3x + y = ?$$

Cevap:

7

Soru 7: (2006 BÜT)



$Z_{\max} = 2x + 4y$ ise optimal çözüm nedir?

Cevap:

40

Soru 8: (2006 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -2 & 5 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ ise } A \cdot B = ?$$

Soru 2: (2006 BÜT)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad A^T \cdot B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ -8 \end{bmatrix}$$

Soru 5: (2006 BÜT)

$$\begin{vmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & -3 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} a_{12} \text{ kofaktörü nedir?}$$

Cevap:

-12

Soru 9: (2006 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ ise } A + 3A^T = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Soru 10: (2006 YS)

$$\begin{bmatrix} 1 & x \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & x \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ ise } x + y = ?$$

Cevap:

-1

Soru 12: (2006 YS)

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & 2x \end{vmatrix} = 12 \text{ ise } x = ?$$

Cevap:

-4

Soru 13: (2006 YS)

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ ise } a_{33} \text{ minörü kaçtır?}$$

Cevap:

13

Soru 15: (2003 YS – 2007 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ise } 2A - B + 3C = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 8 & 1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$$

Soru 16: (2003 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ ise } A \cdot B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 2 \\ 9 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

Soru 17: (2003 YS)

Hangisinin tersi vardır?

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Soru 18: (2003 YS)

$$\begin{vmatrix} 1 & x \\ 2x-1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \text{ ise } x = ?$$

Cevap:

$\{-1, 3/2\}$

Soru 19: (2003 YS)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 3 \end{cases}$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$$

Soru 11: (2006 YS)

$$\begin{bmatrix} 3 & -9 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ Matrisinin tersi nedir?}$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 1/3 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Soru 14: (2003 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -x+y \\ -6 & 4 & 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2x-y & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

A = B ise (x,y) = ?

Cevap:

$(-4, -2)$

$$Z_{\max} = 2x_1 + x_2$$

Cevap:

12

Soru 20: (2003 BÜT)

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & k \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4 \text{ ise } k = ?$$

Cevap:

-3

Soru 22: (2003 BÜT)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \text{ ise } 3A - 4B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} -9 & -15 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$$

Soru 23: (2004 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & x \\ y & -6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \quad A = 2B \text{ ise } x + y = ?$$

Cevap:

-2

Soru 24: (2004 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ ise } A + B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$$

Soru 25: (2004 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 8 & 3 & 7 \end{bmatrix} \quad M_{21} = ?$$

Cevap:

4

Soru 26: (2004 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ ise } A.B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Soru 27: (2004 YS)

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = ?$$

Cevap:

-6

Soru 28: (2004 YS)

Soru 21: (2003 BÜT)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ ise } A.B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 10 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\leq 6 \\ -x_1 + x_2 &\leq 4 \\ Z_{\min} &= -x_1 + 2x_2\end{aligned}$$

Cevap:
-6

Soru 29: (2007 BÜT)
Aşağıda boyutları verilen matrislerden hangisi bir kare matristir?

- A) 1x3 B) 3x4
C) 6x6 ✓ D) 2x4
E) 5x1

Cevap:
6x6 bir kare matristir.

Soru 30: (2007 BÜT)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ için } C = 4A^T B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ -20 \end{bmatrix}$$

Soru 31: (2007 BÜT)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ matrisleri için aşağıdaki işlemlerden hangisi tanımlı değildir?}$$

Cevap:
 $A^T + B$

Soru 32: (2007 BÜT)

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 &= 1 \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 &= 3 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 0\end{aligned}$$

doğrusal denklem sisteminin katsayılar matrisi nedir?

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

Soru 33: (2007 BÜT)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 3 & 6 & k+1 \\ 0 & 4 & -1 \end{bmatrix} \text{ ve } \det A = 0 \text{ ise } k \text{ sayısı kaçtır?}$$

Cevap:

2

Soru 34: (2007 BÜT)

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \text{ matrisinin tersi nedir?}$$

Cevap:

$$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Soru 35: (2007 BÜT)

$$\begin{aligned}3x_1 + x_2 &\geq 6 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 6 \\ Z_{\max} &= 5x_1 + 3x_2\end{aligned}$$

Cevap:

18

Soru 36: (2007 YS)

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ ise } (x,y) = ?$$

Cevap:

(1,2)

Soru 37: (2007 YS)

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = ?$$

Cevap:

-6

Soru 39: (2007 YS)

Aşağıdaki matrislerin hangisinin tersi (inversi) yoktur?

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Soru 40:

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 \leq 2$$

$$x_2 \leq 2$$

$$Z_{\min} = 20x_1 - 3x_2$$

Cevap:

-6

Soru 41: (2008 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -3 & 4 & -5 \\ -4 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ matrisi için } a_{12} + a_{32} \text{ toplamı kaçtır?}$$

Cevap:

3

Soru 42: (2008 YS)

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 4 & 5 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \text{ matrisinin devriği (transpozesi) olan } A^T \text{ matrisinin boyutu nedir?}$$

Cevap:

2x4

Soru 43: (2008 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & -4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ ise } A.B = ?$$

Cevap:

$$\begin{bmatrix} 7 & -8 \end{bmatrix}$$

Soru 44: (2008 YS)

Aşağıdaki matrislerin hangisinin tersi (inversi) yoktur?

Cevap:

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

Soru 38: (2007 YS)

$$\begin{vmatrix} k & 1 & 2 \\ 3 & k & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \text{ ise } k = ?$$

Cevap:

3

Soru 45: (2008 YS)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ matrisinin } a_{13} \text{ elemanının kofaktörü kaçtır?}$$

Cevap:

-3

Soru 46: (2008 YS)

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & -3 & 5 \end{vmatrix} = ?$$

Cevap:

-55

Soru 47: (2008 YS)

$$3x_1 + x_2 \leq 24$$

$$x_1 + x_2 \geq 20$$

$$Z_{\min} = 2x_1 + x_2$$

Cevap:

20

Bu kadar sorunun yeterli olacağı düşüncesindeyim. Bu sorular içinde değişik bulunan sorular çözülebilir. Matrislerle ilgili soruları yazarken çözümlere girmeyip sadece cevapları vermekle yetindim.

ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLAR

İki Değişkenli Fonksiyonlar

Tanım Kümeleri:

$$\sqrt{\text{İfade}} \Rightarrow \text{İfade} \geq 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\text{İfade}}} \Rightarrow \text{İfade} > 0 \text{ olmalıdır.}$$

Örnek 1:

$$f(x,y) = \sqrt{4+2x-y} \text{ fonksiyonunun tanım kümesi nedir?}$$

Çözüm:

$$4 + 2x - y \geq 0 \text{ olmalıdır.}$$

Örnek 2:

$$f(x,y) = \frac{2x+y}{\sqrt{x^2+3y}} \text{ fonksiyonunun tanım kümesi nedir?}$$

Çözüm:

$$x^2 + 3y > 0 \text{ olmalıdır.}$$

İki Değişkenli Fonksiyonlarda Görüntü Bulma

Verilen değerler fonksiyonda yerine yazılır.

Örnek 3:

$$f(x,y) = x^2 + 2xy - y \text{ olduğuna göre, } f(1,2) \text{ değeri nedir?}$$

Çözüm:

$x = 1$ ve $y = 2$ alınır ve verilen fonksiyonda yerlerine yazılır.

$$f(1,2) = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 - 2 = 3 \text{ sonucu bulunur.}$$

Örnek 4:

$$f(x,y) = \frac{2x-y}{x^2+3} \text{ olduğuna göre, } f(3,1) \text{ değeri nedir?}$$

Çözüm:

$x = 3$ ve $y = 1$ alınır ve verilen fonksiyonda yerlerine yazılır.
 $f(3,1) = 2.3 - 1 / 9 + 3 = 5/12$ sonucu bulunur.

İki Değişkenli Fonksiyonların Kısmi Türevleri

f fonksiyonunun tanım kümesine ait bir (x,y) noktasında x 'e göre kısmi türevini bulmak için bu fonksiyonda x 'i sabit düşünüp, bilinen türev kurallarına göre fonksiyonun x 'e göre türevini bulmak yeterlidir.

Örnek 5:

$f(x,y) = 3xy^2 - 4x^2 + y$ fonksiyonunun x 'e göre (f_x) ve y 'ye göre (f_y) kısmi türevlerini bulunuz?

Çözüm:

x 'e göre kısmi türev $3y^2 - 8x$
 y 'ye göre kısmi türev $6xy + 1$

Örnek 6:

$f(x,y) = x^3y + 6x^2y^2$ fonksiyonunun x 'e göre kısmi türevi nedir?

Çözüm:

x 'e göre kısmi türev $3x^2y + 12xy^2$

Üç Yada Daha Çok Değişkenli Fonksiyonların Kısmi Türevleri

Bir fonksiyonda değişken sayısı birden fazla olduğunda herhangi bir değişkene göre türev almak için o değişkenin dışındaki tüm değişkenler sabit düşünülüp, o değişkene göre, bilinen türev kuralları yardımıyla türev alınır.

Örnek 7:

$f(x,y,z) = 3x^2y + 3xy^2z + 3z^3$ fonksiyonunun x 'e, y 'ye ve z 'ye göre kısmi türevleri nedir?

Çözüm:

x 'e göre kısmi türev $6xy + 3y^2z$
 y 'ye göre kısmi türev $3x^2 + 6xyz$
 z 'ye göre kısmi türev $3xy^2 + 9z^2$

İkinci Mertebeden Kısmi Türev

İki defa kısmi türev alınmasıdır.

Örnek 8:

$f(x,y) = x^2y - x^2y^2$ fonksiyonu için $f_{xx}(x,y)$ kısmi türevi nedir?

Çözüm:

1. kısmi türev $2xy - 2xy^2$
2. kısmi türev $2y - 2y^2$

Örnek 9:

$f(x,y) = 5xy^2 - 3x^2y$ fonksiyonu için $f_{xy}(1,2)$ kısmi türev değeri nedir?

Çözüm:

x 'e göre kısmi türev $5y^2 - 6xy$
 y 'ye göre kısmi türev $10y - 6x$
 $f_{xy}(1,2) = 10.2 - 6.1 = 14$ sonucu bulunur.

2009 YILI AS – YS – BS SINAV SORULARI VE CEVAPLARI

KÜMELER

1. $K = \{ x \mid 2 < x < 10 \text{ ve } x \text{ çift doğal sayı} \}$ kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir? (2009 AS)

- A) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$
- B) $\{4, 6, 8, 10\}$
- C) $\{4, 6, 8\}$
- D) $\{6, 8\}$
- E) $\{2, 10\}$

Çözüm:

Çift doğal sayılar 4, 6 ve 8'dir. Cevap (C) seçeneğidir.

SAYILARDA SIRALAMA

$$1. K = -\frac{2}{3} \quad L = \frac{4}{3} \quad M = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur? (2009 BS)

- A) $M < L < K$
B) $L < M < K$
C) $M < K < L$
D) $K < M < L$
E) $L < K < M$

Çözüm:

Eksi işaretli K en küçüktür. Hesap makinesi kullanılırsa M daha sonra L'nin sıralamada geldiği görülebilir. O halde cevap (D) seçeneğidir.

ÜSLÜ SAYILAR

1. $\frac{9^3 + 9^3 + 9^3 + 9^3}{3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2}$ ifadesi kaç eşittir? (2009 AS)

- A) 1 B) 3 C) 9 D) 27 E) 81

Çözüm:

$$\frac{4 \cdot 9^3}{4 \cdot 3^2} = \frac{9 \cdot 9 \cdot 9}{9} = 81 \text{ sonucu bulunur. Cevap (E) seçeneğidir.}$$

2. $\frac{6^8}{9^4}$ kaç eşittir? (2009 BS)

- A) 2^4 B) 2^6 C) 2^8 D) 2^{10} E) 2^{12}

Çözüm:

$$\frac{3^8 \cdot 2^8}{3^8} = 2^8 \text{ sonucu bulunur. Aynı sonuç hesap makinesi kullanılarak da bulunabilir. Cevap (C) seçeneğidir.}$$

KÖKLÜ SAYILAR

1. $2\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$ işleminin sonucu kaçtır? (2009 AS)

- A) $-9\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $9\sqrt{3}$

Çözüm:

$2\sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3} - \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ sorunun cevabı (D) seçeneğidir. Aynı soru hesap makinesi yardımıyla da yapılabilirdi.

2. $x^{\frac{2}{3}} = 4$ ise x kaçtır? (2009 YS)

- A) $\sqrt[3]{16}$ B) 8 C) 16 D) 24 E) 64

Çözüm:

$$x \text{ yerine } 8 \text{ konursa } 8^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{2}{3} \cdot 3} = 2^2 = 4 \text{ sonucu bulunur. Yani cevap (B) seçeneğidir.}$$

İKİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMLER

1. $x^2 - mx - 12 = 0$ denkleminin köklerinden biri 2 ise m kaçtır? (2009 AS)

- A) -8 B) -5 C) -4 D) 4 E) 8

Çözüm:

x yerine 2 yazılırsa $2^2 - 2 \cdot m - 12 = 0$ ise $2 \cdot m = -8$ ise $m = -4$ sonucu bulunur. Cevap (C) seçeneğidir.

2. $x^2 + 5x + 6 = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)

- A) $\{-6, 1\}$
B) $\{-3, -2\}$
C) $\{-2, 3\}$
D) $\{-1, 6\}$
E) $\{2, 3\}$

Çözüm:

Seçenek çarpımı sabit sayıyı, toplamı b katsayısının ters işaretlisi olmalıydı. O halde cevap (E) seçeneğidir. Aynı soru seçenekler x yerine yazılarak da bulunabilir.

3. $\frac{x^2 - 4}{4} = 0$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir? (2009 BS)

- A) {0}
B) {4}
C) {-2, 2}
D) {0, 1}
E) {-1, 1}

Çözüm:

İçler dışlar çarpımı yapıldığında $x^2 - 4 = 0$ olur. $x^2 = 4$ ise $x = \mp 2$ 'dir. Yani cevap (C) seçeneğidir.

EŞİTSİZLİKLER VE MUTLAK DEĞER

1. $3(2x + 1) \geq 4x + 5$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir? (2009 YS)

- A) $(1, \infty)$
B) $(-\infty, 1]$
C) $[1, \infty)$
D) $(-\infty, -1]$
E) $[-1, 1]$

Çözüm:

$$6x + 3 \geq 4x + 5$$

$$2x \geq 2$$

$$x \geq 1$$

Sorunun cevabı (C) seçeneğidir.

2. $|2x - 3| \leq 5$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)

- A) $[1, 4]$
B) $[4, -1]$
C) $[-1, 4]$
D) $(-1, 4)$
E) $(-\infty, -1] \cup [4, \infty)$

Çözüm:

$$-5 \leq 2x - 3 \leq 5$$

$$-2 \leq 2x \leq 8$$

$$-1 \leq x \leq 4$$

Sorunun cevabı $[-1, 4]$ yani (C) seçeneğidir.

FONKSİYONLAR

1. $f(x) = \sqrt{2x+6}$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)

- A) $(-\infty, -3)$
B) $(-3, \infty)$
C) $(-\infty, -3]$
D) $[-3, \infty)$
E) \emptyset

Çözüm:

$$2x + 6 \geq 0$$

$$2x \geq -6$$

$x \geq -3$ Sorunun cevabı (D) seçeneğidir.

2. $f(x) = 3x - 2$ fonksiyonunun ters fonksiyonu olan $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)

- A) $\frac{x-2}{3}$ B) $\frac{x-3}{3}$ C) $\frac{x+3}{2}$ D) $\frac{x-3}{2}$ E) $\frac{x+2}{3}$

Çözüm:

$f(x) = ax - b$ ise tersi $\frac{x+b}{a}$ dir. O halde sorunun cevabı $\frac{x+2}{3}$ yani (E) seçeneğidir.

3. $f(x) = x - 2$ ve $g(x) = x^2 - x + 1$ ise $(g \circ f)(3)$ değeri kaçtır? (2009 AS)

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 11 E) 21

Çözüm:

$$f(3) = 3 - 2 = 1$$

$$g(1) = 1^2 - 1 + 1 = 1 \text{ sonucu bulunur. cevap (A) seçeneğidir.}$$

4. $f(x - 1) = 3x$ ise, $y = f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir? (2009 YS)

- A) $3x - 3$
B) $3x + 3$
C) $3x$
D) $3x + 1$
E) $3x - 1$

Çözüm:

$x - 1$ ifadesi tersi alınarak $x + 1$ haline getirilir ve verilen fonksiyonda x yerine yazılır. Yani; $3(x + 1) = 3x + 3$ sonucu bulunur. Cevap (B) seçeneğidir.

5. $f(x) = \frac{x+2}{x}$ fonksiyonunun ters fonksiyonu $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir? (2009 BS)

- A) $\frac{x}{x+2}$ B) $\frac{x-2}{x}$ C) $\frac{1}{x+1}$ D) $\frac{2}{x+2}$ E) $\frac{2}{x-1}$

Çözüm:

Sorunun çözümüne göre cevap (E) seçeneğidir.

6. $f(x) = 2x$ ve $g(x) = x^2 + 3$ fonksiyonları için $(f \circ g)(1) - (g \circ f)(0)$ değeri kaçtır? (2009 BS)

- A) 4 B) 5 C) 7 D) 8 E) 11

Çözüm:

$$g(1) = 1^2 + 3 = 4$$

$$f(4) = 2 \cdot 4 = 8$$

$$f(0) = 0$$

$$g(0) = 0 + 3 = 3$$

$8 - 3 = 5$ sonucu bulunur. Cevap (B) seçeneğidir.

KOORDİNAT DÜZLEMİ

1. (1, 2) ve (3, 4) noktalarından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)

- A) $y = x + 1$
B) $y = x - 1$
C) $y = -x - 1$
D) $y = 3x - 5$
E) $y = 3x - 1$

Çözüm:

x yerine 1 yazıldığında y 2, x yerine 3 yazıldığında y 4 çıkan denklem $y = x + 1$ 'dir. Cevap (A) seçeneğidir.

2. $3x - 4y + 6 = 0$ doğrusunun eğimi kaçtır? (2009 BS)

- A) -3
B) -4
C) 2
D) $2/3$
E) $3/4$

Çözüm:

y yalnız kaldıktan sonra x 'in önündeki sayıdır. $y = 3x + 6 / 4$ denkleminde eğim $3/4$ 'tür. Cevap (E) seçeneğidir.

3. $y = x^2 + ax + b$ parabolü x - eksenini (1, 0) ve y - eksenini (0, 3) noktasında kestiğine göre, $a - b$ kaçtır? (2009 BS)

- A) -7 B) -4 C) -1 D) 4 E) 7

Çözüm:

x yerine 1 yazıldığında y 0 çıkıyor. O halde $a + b = -1$

x yerine 0 yazıldığında y 3 çıkıyor. O halde $b = 3$ $a + 3 = -1$ ise $a = -4$ $-4 - 3 = -7$

Sorunun cevabı (A) seçeneğidir.

4. $y = 2x - 3$ ve $y = x - 1$ doğrularının kesim noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)

- A) (1, 0)
B) (2, 1)
C) (3, 2)
D) (4, 3)
E) (5, 4)

Çözüm:

Her iki denklemi de sağlayan seçenek (2, 1) seçeneğidir. Cevap (B) seçeneğidir.

5. Aşağıdakilerden hangisi bir parabol denklemi değildir? (2009 AS)

- A) $y = x^2 + 1$
B) $(y + 1)^2 = x$

- C) $y^2 = x + 3$
D) $y = (x + 1)^2$
E) $y + x^2 = x^2 + 1$

Çözüm:

Cevap (E) seçeneğidir. x^2 'ler gidince denklem doğru denklemi olur.

LİMİT

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 5x - 1)$ değeri kaçtır? (2009 AS)
A) -7 B) -5 C) 1 D) 6 E) 21

Çözüm:

$3 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 - 1 = 12 - 10 - 1 = 1$ sonucu bulunur. Cevap (C) seçeneğidir.

2. $f(x) = x^2 - 5x + a$ fonksiyonu $x = 1$ noktasında sürekli ve $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ olduğuna göre, a kaçtır? (2009 YS)
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

$f(1) = 1^2 - 5 \cdot 1 + a = 2$ ise $a = 6$ sonucu bulunur. Cevap (E) seçeneğidir.

3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x}$ değeri kaç eşittir? (2009 YS)
A) -1 B) 0 C) 1 D) ∞ E) Yoktur

Çözüm:

Türev alınır. $1/1 = 1$

Soldan yaklaştığı için sonuç -1'dir. Cevap (A) seçeneğidir.

4. $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{|x|}{x}$ değeri kaçtır? (2009 BS)
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 10

Çözüm:

0/0 belirsizliği çıkar. Payın ve paydanın türevi alınır $1/1=1$ sonucu bulunur. Cevap (C) seçeneğidir.

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2}$ değeri kaç eşittir? (2009 BS)
A) 0 B) 1/2 C) 1 D) 2 E) ∞

Çözüm:

Sayı/ ∞ cevap 0 idi. Cevap (A) seçeneğidir.

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 7}{3x^2 - x}$ değeri aşağıdakilerden hangisidir? (2009 AS)
A) $-\infty$
B) 0
C) 1
D) 2
E) ∞

Çözüm:

Eğer x'lerin dereceleri anıysa cevap katsayılar bölümüydü. Yani; $6/3=2$ sonucu bulunur. Cevap (D) seçeneğidir.