



T.C. MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

ÇALIŞMA DEFTERİ

MATEMATİK 12

Ünite

ÜSTEL ve LOGARİTMİK FONKSİYONLAR
DİZİLER

Konu

ÜSTEL FONKSİYON
LOGARİTMA FONKSİYONU
ÜSTEL, LOGARİTMİK DENKLEMLER ve EŞİTSİZLİKLER
GERÇEK SAYI DİZİLERİ

OGM
MATERYAL



<http://ogmmateryal.eba.gov.tr>

ÖN SÖZ

Bu çalışma defterinde öğrencilerimizin, öğretim süreçleri içerisinde kazandıkları bilgi ve becerilerini kullanmalarına olanak tanıyan çeşitli düzeylerde ve yapılarda etkinlikler bulunmaktadır. Bu etkinliklerle öğrencilerimiz, gelişimlerini izleme imkânı bulurken öğretmenlerimiz de bu süreçte onlara etkili dönütler verme ve öğrencilerinin bilişsel gelişimini farklı düzeylerde takip etme imkânı bulmuş olacaktır. Bu bakımdan defterde yer alan etkinlikler, bilişsel alan basamaklarının tümüne yönelik çıktılarının gözlemlenebilmesine imkân tanıyacak şekilde yapılandırılmıştır.

Çalışma defterlerinde boşluk doldurma, eşleştirme, çoktan seçmeli, açık uçlu, kısa cevaplı madde tipi etkinliklerinin yanı sıra bil-bul-çöz, kelime avı ve sudoku gibi içeriklerle öğrencilerin keyifli vakit geçirmelerini sağlayan etkinlikler de yer almaktadır. Ayrıca "Hatırlıyor muyum?" bölümüyle öğrenciler öz değerlendirmelerini yapabilecek ve eksik oldukları konuları karekodlar aracılığıyla tekrar etme fırsatı bulacaktır.

Alanında yetkin uzmanlarca titizlikle hazırlanmış ve denetimden geçmiş olan bu çalışma defterleriyle öğrenci ve öğretmenlerimize katkı sunmayı amaçlamaktayız.



Hatırlıyor muyum?

Aşağıdaki bilgileri hatırlayıp hatırlamadığınızı ilgili bölüme işaretleyiniz. Puan durumunuza göre aşağıdaki karekodları okutarak konu eksiklerinizi tamamlayınız.

1

$x \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere n tane x gerçekte sayısının çarpımı $x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x^n$ biçiminde ifade edilir. Burada x^n ifadesine, tabanı x ve üssü n olan üslü ifade denir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

2

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$ fonksiyonuna tabanı a olan üstel fonksiyon denir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

3

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$ fonksiyonunun tersi olan fonksiyona a tabanına göre logaritma fonksiyonu denir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

4

x sayısının alacağı çok büyük pozitif ve çok küçük negatif değerler için $(1 + \frac{1}{x})^x$ ifadesi bir sayıya yaklaşmaktadır. Bu değere e sayısı denir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

5

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere $\log_a a = 1$ dir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

6

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere $\log_a 1 = 0$ dir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan



Hatırlıyor muyum?

7

$a, c \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

olur.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kismen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

8

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere

$$a^{\log_a b} = b$$

olur.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kismen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

9

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $b \in \mathbb{R}$ olmak üzere verilen bir üstel veya logaritmik denklem,
 $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$ ($f(x) > 0$)

Hatırlıyorum
2 Puan

Kismen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

10

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve ($f(x) > 0$, $g(x) > 0$)
olmak üzere verilen bir üstel veya logaritmik denklem,
 $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ olur.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kismen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

11

$a^{f(x)} > a^{g(x)}$
eşitsizliğinde, $a > 1$ ise $f(x) > g(x)$ tir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kismen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

12

$a^{f(x)} > a^{g(x)}$
eşitsizliğinde, $0 < a < 1$ ise
 $f(x) < g(x)$ tir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kismen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

13

$f(x) > 0, g(x) > 0$ olmak üzere
 $a > 1$ için $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Rightarrow f(x) > g(x)$

Hatırlıyorum
2 Puan

Kismen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

14

$f(x) > 0, g(x) > 0$ olmak üzere
 $0 < a < 1$ için $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Rightarrow f(x) < g(x)$

Hatırlıyorum
2 Puan

Kismen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

15

$n \in \mathbb{Z}^+$ için $f(n) = a_n$ ifadesine dizinin **n. terimi** veya **genel terimi** denir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kismen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

16

$k \in \mathbb{Z}^+$ ve $A_k = \{1, 2, 3 \dots k\} \subset \mathbb{Z}^+$ olmak üzere tanım kümesi A_k olan her fonksiyona sonlu dizi denir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kismen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

17

Bir terimi kendinden önceki bir veya birkaç terim cinsinden tanımlanan dizilere **indirgemeli dizi**, tanımlama bağıntısına da **indirgeme bağıntısı** denir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kismen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

18

Ardışık terimleri arasındaki fark aynı sabit sayıya eşit olan dizilere **aritmetik dizi** denir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kismen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan



Hatırlıyor muyum?

19

$\forall n \in \mathbb{Z}^+$ ve $d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a_{n+1} - a_n = d$ eşitliğini sağlayan (a_n) dizisi bir aritmetik dizidir. d sayısına aritmetik dizinin **ortak farkı** denir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

20

Ardışık terimleri arasındaki oran sabit olan dizilere **geometrik dizi** denir. Sabit orana ise **ortak çarpan** denir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

21

Bir geometrik dizide herhangi bir terimin karesi, kendinden eşit uzaklıktaki iki terimin çarpımına eşittir
 $(a_n)^2 = a_{n-p} \cdot a_{n+p}$ ($n > p$)

Hatırlıyorum
2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

22

(a_n) geometrik dizisinde $1 < k < n$, $k \in \mathbb{Z}^+$ ve ortak çarpan r olmak üzere $a_n = a_k \cdot r^{n-k}$ dir.

Hatırlıyorum
2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum
1 Puan

Hatırlamıyorum
0 Puan

DEĞERLENDİRME ÖLÇEĞİ

PUAN

44-35

ÇOK İYİ

PUAN

34-28

ÇALIŞMALISINIZ

PUAN

27-00

KONUYU TEKRAR ETMELİSİNİZ

TOPLAM PUANINIZ



1-3.
maddelerin
konu özeti



4-8.
maddelerin
konu özeti



9-14.
maddelerin
konu özeti



15-17.
maddelerin
konu özeti



18 ve 19.
maddelerin
konu özeti



20-22.
maddelerin
konu özeti



Eşleştirme

Aşağıda verilen I. Sütundaki ifadeleri II. Sütundaki ifadeler ile eşleştiriniz.

1

$a=3^{49}, b=9^{25}, c=27^{17}$
verilen sayıları küçükten büyüğe sıralayın.



$c < a < b$

A

2

$a=\log_7 10, b=\log_8 65, c=\log_4 3$
verilen sayıları küçükten büyüğe sıralayın.



9

B

3

(a_n) bir aritmetik dizi olmak üzere $a_2=4$ ve $a_6=64$ olduğuna göre a_{10} değeri kaçtır?



3

C

4

(a_n) bir geometrik dizi olmak üzere $a_2=4$ ve $a_6=64$ olduğuna göre a_{10} değeri kaçtır?



-3^{20}

D

5

$\frac{(-3^5) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-6}}{(-3^2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{27}\right)^5}$ işleminin sonucu kaçtır?



1024

E

6

$\log_3(4+\log_2 x)=2$
denkleminde x değeri kaçtır?



$a < b < c$

F

7

$\log_{\sqrt{3}} x + \log_3 x = 6$ olduğuna göre x kaçtır?



124

G

8

$9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 5 = 0$ denkleminin çözüm kümesi nedir?



0

H

9

$(a_n) = \left(\frac{n^2 - 8n + 15}{3n - 11}\right)$ dizisinin kaç terimi negatiftir?



32

I

10

$(a_n) = \left(\frac{6n^2 + m \cdot n + 9}{-2n^2 - k \cdot n + p}\right)$ dizisi sabit dizi olduğuna göre $\frac{m}{k} + p$ toplamı kaçtır?



$\{0, \log_3 5\}$

i

Aşağıda karışık olarak verilen kavram ve sayıları metinde uygun olan boşluklara yazınız.

John Napier	e	doğal	logaritma
Gelenbevi	üstel	onluk	sabit
geometrik	aritmetik	Leonhard Euler	dizi

- nin Logaritma ile ilgili Şerh-i cedâvili'l-ensâb (Logaritma cetvellerinin Açıklanması) ve Usûl-i cedâvi'l-insâb-ı sittîni (Altmışlık Sisteme Göre Logaritma Düzenlemesi) olmak üzere eserleri mevcuttur.
- İsveçli matematikçi Leonhard Euler (Lionhard Eüler) ... sayısına ismini vermiştir.
- Tabanı e olan logaritma fonksiyona logaritma fonksiyonu denir.
-,aritmetik işlemlerinde büyük kolaylık sağlayan logaritma yöntemini geliştiren İskoç matematikçidir.
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere $f(x) = \left(\frac{5}{6}\right)^x$ fonksiyondur.
- Napier, logaritma sözcüğünü orantıların sayısı ya da algoritmik hesap anlamına gelen logos ve aritmos sözcüklerinden oluşturarakadını vermiştir.
- Pozitif tam sayılar kümesinden gerçek sayılar kümesine tanımlanan her fonksiyona..... denir.
- Ardışık terimleri arasındaki farkın sabit olduğu dizileredizi denir.
- Ardışık terimleri arasındaki oranın sabit olan dizileredizi denir.
- $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ için genel terimi $a_n = c$ diziye.....dizi denir.
- Tabanı 10 olan logaritma fonksiyonuna logaritma fonksiyonu denir.



Aşağıda yer alan çoktan seçmeli soruları cevaplayınız.

1

$f(x)=5^{x+2}$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2+\log_5 x$
- B) $5+\log_2 x$
- C) $(\log_5 x) - 2$
- D) $(\log_2 x) - 5$
- E) $2+\log_5(x+2)$

3

$\log_3(\log_2(x-1)) < 1$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2,9)
- B) (1,9)
- C) (2,3)
- D) (3,9)
- E) (2,10)

2

$f(x)=\log_{(3-x)}(x^2-2x-8)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesindeki doğal sayılar kaç tanedir?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

4

Aşağıdakilerden hangisi üstel fonksiyon değildir?

- A) 5^x
- B) $\left(\frac{5}{6}\right)^x$
- C) $(-7)^x$
- D) 6^{-x}
- E) $\left(\frac{8}{7}\right)^{-x}$



5

$(a_n) = (n^2 - 16n + 59)$ dizisinin **en küçük** terimi kaçtır?

- A) -5
- B) -4
- C) -3
- D) -2
- E) -1

7

(a_n) geometrik dizisi için

$$\frac{a_{n+5}}{a_{n+1}} = 2$$

olduğuna göre $\frac{a_{18}}{a_2}$ oranı kaçtır?

- A) $4\sqrt{2}$
- B) 8
- C) $8\sqrt{2}$
- D) 16
- E) $16\sqrt{2}$

6

$$a_{n+1} = 3n + a_n \quad (n \geq 1, n \in \mathbb{Z})$$

Yukarıda verilen bir (a_n) dizisine ait bir indirgeme bağıntısı verilmiştir.

$a_2 = 6$ olduğuna göre bu dizinin 30.terimi kaçtır?

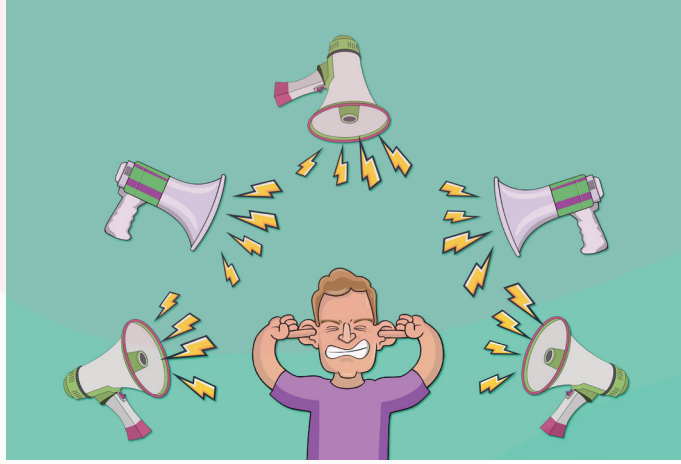
- A) 1302
- B) 1304
- C) 1306
- D) 1308
- E) 1310

8

(a_n) bir aritmetik dizidir.

$(a_{16})^2 - (a_{12})^2 = 288$ ve $a_{14} = 18$ olduğuna göre a_{22} kaçtır?

- A) 30
- B) 32
- C) 34
- D) 36
- E) 38

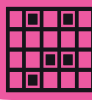


Bir ses kaynağının şiddeti: I ; insan kulağının duyarlı olduğu ses şiddeti ise $I_0 = 10^{-12}$ watt/m² olmak üzere bu kaynağın ses seviyesi $A = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ desibel formülü ile hesaplanır.

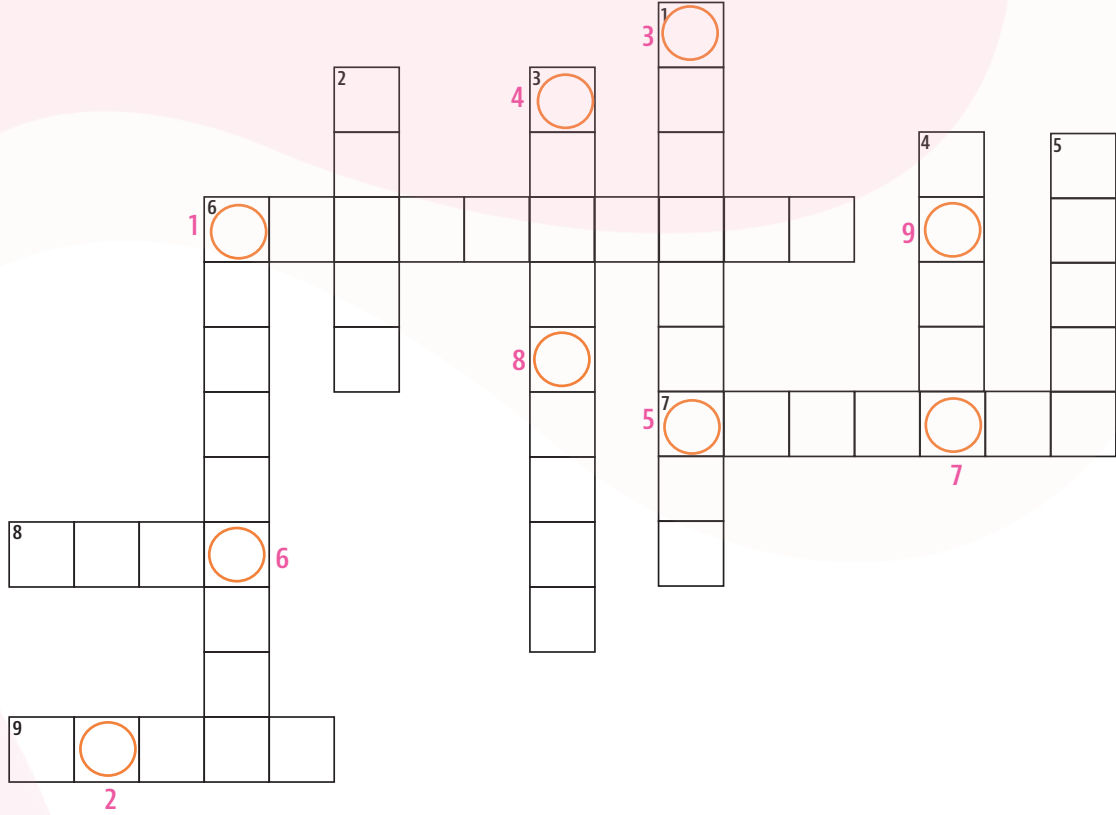
Ses seviyesi (Desibel)	Ses şiddeti	Ses şiddeti
(60 dB, 80 dB)		Bilgisayar
	(10^{-2} , 1)	Fabrika gürültüsü
		Uçağın havalanışı

Yukarıdaki verilere göre ;

1. Ses seviyesinin aralığı verilen bilgisayarın ses şiddeti kaç watt/m² aralığında olmalıdır?
2. Fabrikaların yoğun olduğu Kocaeli'ndeki organize sanayi bölgesi yakınında ses şiddeti (10^{-2} , 1) ise ses seviyesi hangi desibel aralığındadır?
3. Uçağın havalanışındaki en düşük ses seviyesi bilgisayardan çıkan en düşük ses seviyesinin $\frac{3}{2}$ katı ise, uçağın havalanışındaki ses şiddeti en az kaç watt/m² dir?



Aşağıdaki bulmacayı çözerek anahtar kelimeyi bulunuz.



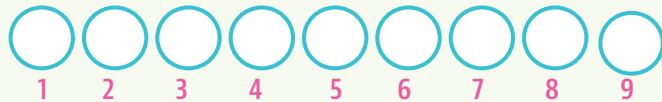
SOLDAN SAĞA

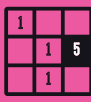
1. İçinde bilinmeyen logaritmasını bulduran denklemlere denir.
2. Depremlerin şiddetini ölçmekte kullanılan adı sıkça duyulan bir ölçektir.
3. Pozitif tam sayılar kümesinden gerçek sayılar kümesine tanımlanan her fonksiyona denir.
4. Tabanı e olan logaritma fonksiyonunun adıdır.

YUKARIDAN AŞAĞIYA

1. Ardışık terimleri arasındaki oran sabit olan dizilerin adıdır.
2. 1815 yılında logaritmaların logaritmasını hesaplamaya yarayan sürgülü cetveli icat etti.
3. Ardışık terimleri arasındaki fark aynı sabit sayıya eşit olan dizilerin adıdır.
4. Bütün terimleri birbirine eşit olan dizilere denir.
5. e sayısının bir irrasyonel sayı olduğunu gösteren matematikçidir.
6. John Napier'in aritmetik işlemlerde kolaylık sağlayan yöntem geliştirdiği alanın adıdır.

ANAHTAR KELİME





Sudoku

Oyunun amacı, her biri dokuz hücreden oluşan 9 kareye bölünmüş bir alanda, 1 den 9 a kadar olan rakamların tekrar etmeyecek şekilde yerleştirilmesidir. Rakamları yerleştirirken

- Her satır ve sütunda,
- Kalın ve belirgin çizgilerle ayrılmış her kutunun içinde rakamlar birer defa kullanılmalıdır.

Verilen kurallara göre tabloyu doldurunuz.

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7								6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9



Bir laboratuvarında virüslerin artış veya azalma hızları üzerinde çalışılmaktadır. K virüsü için x artış ya da azalma hızını göstermek üzere $y=(2x+5)^8$ fonksiyonu modellenmiştir.

- Bu modellemeye göre bir bilgisayar algoritması oluşturulmuştur.
- Algoritmanın basamakları aşağıda verilmiştir.
- $y=(2x+5)^8$ fonksiyonu için

$0 < (2x+5) < 1$ olduğunda 1 numaralı yoldan takip edilir.

3 numaralı yolda bulunan değer, 1 numara yolda bulunan değer 2 katı ,

4 numaralı yolda bulunan değer, 1 numara yolda bulunan değer 4 katı,

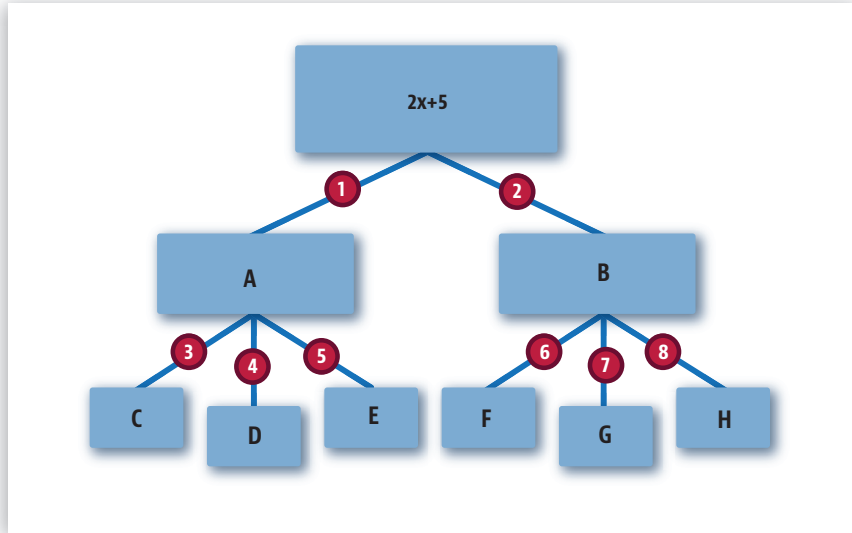
5 numaralı yolda bulunan değer, 1 numara yolda bulunan değer 8 katı .

$(2x+5) > 1$ olduğunda 2 numaralı yoldan takip edilir.

6 numaralı yolda bulunan değer, 2 numara yolda bulunan değer $\frac{1}{2}$ katı,

7 numaralı yolda bulunan değer, 2 numara yolda bulunan değer $\frac{1}{4}$ katı,

8 numaralı yolda bulunan değer, 2 numara yolda bulunan değer $\frac{1}{8}$ katı olur.



Bu verilen bilgilere göre ;

- x yerine 0,5 yazıldığında ekrandaki hangi harfe gider ve değeri kaç çıkar?
- x yerine -2,25 yazıldığında ekrandaki hangi harfe gider ve değeri kaç çıkar?
- H yerine 2^{21} sayısı geldiğinde x kaç olmalıdır?

EŞLEŞTİRME

1. F
2. A
3. G
4. E
5. D
6. I
7. B
8. İ
9. C
10. H

BOŞLUK DOLDURMA

1. Gelenbevi
2. e
3. Doğal
4. John Napier
5. Üstel
6. Logaritm
7. Dizi
8. Aritmetik
9. Geometrik
10. Sabit
11. Onluk

ÇOKTAN SEÇMELİ

1. C
2. A
3. A
4. C
5. A
6. D
7. D
8. C

AÇIK UÇLU

1. $(10^{-6};10^{-4})$
2. (100,120)
3. 10^{-3}

ÖZGÜN SAYFA

1. B ye gider. Değeri: 6^8
2. A ya gider. Değeri: 2^{-8}
3. $x=3/2$

BİL-BUL-ÇÖZ

Soldan Sağa

6. Logaritmik

7. Richter

8. Dizi

9. Doğal

Yukarıdan Aşağıya

1. Geometrik

2. Roget

3. Aritmetik

4. Sabit

5. Euler

6. Logaritma

Anahtar Kelime: LOGARİTMA

SUDOKU

5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7
8	5	9	7	6	1	4	2	3
4	2	6	8	5	3	7	9	1
7	1	3	9	2	4	8	5	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5
3	4	5	2	8	6	1	7	9

Etkileşimli Kitaplar

Beceri Temelli Kitaplar

Soru Bankası

Mobil Soru Bankası

Dinamik Uygulamalar

3B Modeller

YKS Kampı

TRT EBA TV Lise

OGM
MATERYAL



<http://ogmmateryal.eba.gov.tr>