ORTAÖĞRETİM
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

ÇALIŞMA DEFTERİ

MATEMATİK 12

Ünite

İNTEGRAL

Konu

- Belirsiz İntegral
- Belirli İntegral ve Uygulamaları

OGM MATERYAL

7. SAYI

https://ogmmateryal.eba.gov.tr

ÖN SÖZ

Sevgili Öğrenciler,

Bu çalışma defterinde öğretim süreçleri içerisinde kazandığınız bilgi ve becerileri kullanmanıza olanak tanıyacak çeşitli düzeylerde ve yapılarda etkinlikler bulunmaktadır. Bu etkinliklerle hem okulda işlemiş olduğunuz konuları tekrar etme hem de akademik gelişiminizi izleme imkânı bulacaksınız. Bu amaçla hazırlanan çalışma defterinde yer alan etkinlikler, bilişsel alan basamaklarını içerecek şekilde yapılandırılmıştır.

Çalışma defterinde boşluk doldurma, eşleştirme, çoktan seçmeli, açık uçlu, kısa cevaplı madde tipi etkinliklerinin yanı sıra bil-bul-çöz, kelime avı ve sudoku gibi içeriklerle keyifli vakit geçirmenizi sağlayan etkinlikler de yer almaktadır. Ayrıca "Hatırlıyor muyum?" bölümüyle akademik açıdan öz değerlendirmenizi yapabilecek ve eksik olduğunuz konuları karekodlar aracılığıyla tekrar etme fırsatı bulacaksınız.

Alanında yetkin uzmanlarca titizlikle hazırlanmış olan bu çalışma defteri ile akademik gelişiminize katkı sunmayı amaçlamaktayız. Bu çalışmanın eğitim hayatınızda olumlu yansımalarını görmek dileğiyle...

Hatırlıyor muyum?

Aşağıdaki bilgileri hatırlayıp hatırlamadığınızı ilgili bölüme işaretleyiniz. Puan durumunuza göre aşağıdaki karekodları okutarak konu eksiklerinizi tamamlayınız.

1

F(x) fonksiyonun türevi f(x) olsun.f(x) fonksiyonunun türevi alınmadan önceki hâli olan F(x) fonksiyonuna f(x) fonksiyonunun **ters türevi** veya **belirsiz integrali** denir.

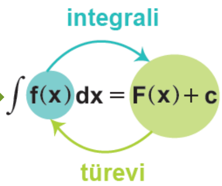
- Hatırlıyorum 2 Puan
- Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
- Hatırlamıyorum 0 Puan

2

Bir fonksiyonun ters türevini bulma işlemine **integral alma işlemi** denir.

- Hatırlıyorum 2 Puan
- Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
- Hatırlamıyorum 0 Puan

3



Bir f(x) fonksiyonunun belirsiz integrali ∫f(x) dx biçiminde ifade edilir. Bu integralin bulunması için F'(x) = f(x) olacak şekilde bir F(x) fonksiyonu araştırılır ve c sabit sayısı bu fonksiyona eklenerek f(x) fonksiyonunun belirsiz integrali F(x) + c olarak elde edilir. Burada c sabit sayısına **integral sabiti** denir. Bu durumda ∫f(x) dx = F(x) + c olur.

- Hatırlıyorum 2 Puan
- Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
- Hatırlamıyorum 0 Puan

4

$$\int f(x)\,dx = F(x) + c \Rightarrow \frac{d}{dx}\int f(x)\,dx = \overbrace{\frac{d}{dx}(F(x)+c)}^{f(x)}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}\int f(x)\,dx = f(x) \text{ olur.}$$

(Eşitliğin her iki tarafının türevi alınır.)

- Hatırlıyorum 2 Puan
- Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
- Hatırlamıyorum 0 Puan

5

$n \neq -1$ ve $n \in \mathbb{Q}$ olmak üzere

$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \Longrightarrow F'(x) = x^n$ olduğundan $\int \mathbf{x^n dx} = \frac{\mathbf{x^{n+1}}}{\mathbf{n+1}} + \mathbf{c}$ olur.

- Hatırlıyorum 2 Puan
- Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
- Hatırlamıyorum 0 Puan

6

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$\int a \cdot f(x)dx = a \cdot \int f(x)dx$ olur.

- Hatırlıyorum 2 Puan
- Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
- Hatırlamıyorum 0 Puan

7

f ve g sürekli iki fonksiyon olmak üzere

$\int(f(x) + g(x))\,dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

$\int(f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ olur.

İki fonksiyonun toplamının veya farkının integrali, bu fonksiyonların integrallerinin toplamına veya farkına eşittir.

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

8

İntegral alma işlemi farklı değişkenlere göre de uygulanabilir.

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

9

Türevlenebilir bir f(x) fonksiyonun türevi $\frac{d}{dx}(f(x)) = f'(x)$ olmak üzere d(f(x)) ifadesine f(x) fonksiyonunun **diferansiyeli** denir ve d(f(x)) = f'(x) olur.

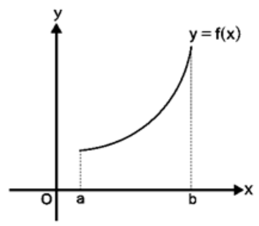
Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

10

İntegral alma kuralları ile alınması zor olan bazı integraller değişken değiştirme yöntemi kullanılarak daha basit integraller hâline getirildikten sonra kolayca integrali alınabilir.

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

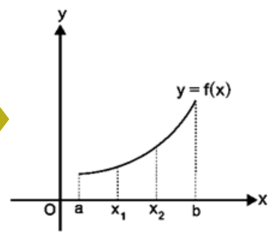
11



Yanda [a, b] nda tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. [a, b] nda y = f(x) eğrisi ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı Alman matematikçi Bernhard Riemann (Bernard Riman) tarafından hesaplanmıştır.

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

12



[a, b] nda $a < x_1 < x_2 < b$ olmak üzere $a = x_0$ ve $b = x_3$ seçilerek oluşturulan $P = \{x_0, x_1, x_2, x_3\}$ kümesine, [a, b] **nın bir bölüntüsü** denir. (Bu bölüntü eşit aralıklarla olmak zorunda değildir.)

$|x_1 - x_0| = \Delta x_1$

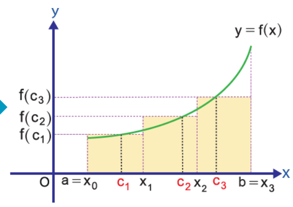
$|x_2 - x_1| = \Delta x_2$ alt aralıkların genişlikleridir.

$|x_3 - x_2| = \Delta x_3$

Eğer [a, b], n tane eşit alt aralığa bölünecek olursa **ortak genişlik** $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ olur.

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

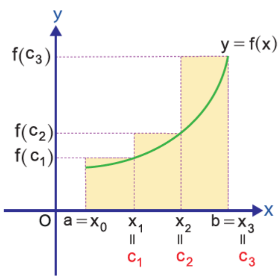
13



$c_1 \in [x_0, x_1]$ için $f(c_1)$, $[x_0, x_1]$ nın görüntü kümesinin bir elemanı
$c_2 \in [x_1, x_2]$ için $f(c_2)$, $[x_1, x_2]$ nın görüntü kümesinin bir elemanı
$c_3 \in [x_2, x_3]$ için $f(3_3)$, $[x_2, x_3]$ nın görüntü kümesinin bir elemanı
olmak üzere
Grafikte oluşan boyalı dikdörtgenlerin toplam alanını veren
$\Delta x_1 \cdot f(c_1) + \Delta x_2 \cdot f(c_2) + \Delta x_3 \cdot f(c_3)$
toplamına bir f(x) fonksiyonunun [a, b] na ait bir **Riemann Toplamı** denir.

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

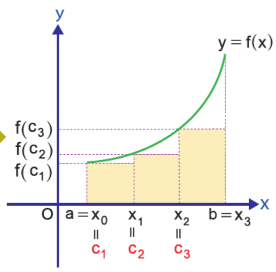
14



$c_1 \in [x_0, x_1]$ için $f(c_1)$, $[x_0, x_1]$ nın görüntü kümesinin <u>en büyük</u> elemanı
$c_2 \in [x_1, x_2]$ için $f(c_2)$, $[x_1, x_2]$ nın görüntü kümesinin <u>en büyük</u> elemanı
$c_3 \in [x_2, x_3]$ için $f(3_3)$, $[x_2, x_3]$ nın görüntü kümesinin <u>en büyük</u> elemanı
olmak üzere
Grafikte eğrinin üzerinde oluşan boyalı dikdörtgenlerin toplam alanını veren
$\Delta x_1 \cdot f(c_1) + \Delta x_2 \cdot f(c_2) + \Delta x_3 \cdot f(c_3)$
toplamına bir f(x) fonksiyonunun [a, b] na ait bir **Riemann üst toplamı** denir.

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

15



$c_1 \in [x_0, x_1]$ için $f(c_1)$, $[x_0, x_1]$ nın görüntü kümesinin <u>en küçük</u> elemanı
$c_2 \in [x_1, x_2]$ için $f(c_2)$, $[x_1, x_2]$ nın görüntü kümesinin <u>en küçük</u> elemanı
$c_3 \in [x_2, x_3]$ için $f(3_3)$, $[x_2, x_3]$ nın görüntü kümesinin <u>en küçük</u> elemanı
olmak üzere
Grafikte eğrinin altında oluşan boyalı dikdörtgenlerin toplam alanını veren
$\Delta x_1 \cdot f(c_1) + \Delta x_2 \cdot f(c_2) + \Delta x_3 \cdot f(c_3)$
toplamına bir f(x) fonksiyonunun [a, b] na ait bir **Riemann alt toplamı** denir.

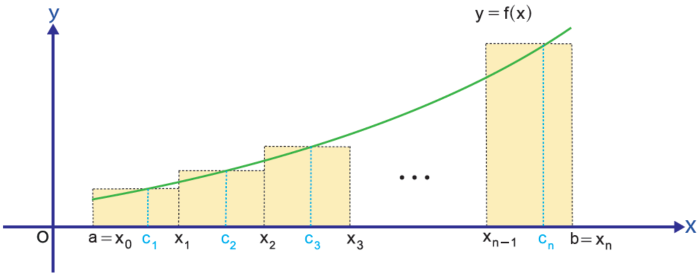
Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

16

Bilinen geometri formülleri ile hesaplanamayan bazı sınırlı bölgelerin alanlarının yaklaşık değerleri Riemann toplamları yardımı ile hesaplanabilir.

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

17



y = f(x) fonksiyonunda [a, b] n adet eşit alt aralığa bölünsün.

c_1 $[x_0, x_1]$

c_2 $[x_1, x_2]$

.

.

.

c_n $[x_{(n-1)}, x_n]$

ve alt aralıkların genişliği $\Delta x = \dfrac{b-a}{2}$ olmak üzere f fonksiyonunun [a,b] nda hesaplanan Riemann toplamı A ise y = f(x) eğrisinin altında kalan alan yaklaşık olarak

$$A = \Delta x_1 \cdot f(c_1) + \Delta x_2 \cdot f(c_2) + \Delta x_3 \cdot f(c_3) + \cdots + \Delta x \cdot f(c_n)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \Delta x \cdot f(c_k)$$

Hatırlıyorum 2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan

Hatırlamıyorum 0 Puan

18

[a,b] nda f(x) fonksiyonunun altında kalan alan, [a,b] nın daha fazla alt aralığa bölünmesi durumunda daha yakın değerler verecektir. Buna göre Riemann toplamı n nin sonsuza yaklaşması durumunda y = f(x) ile x ekseni arasında kalan alanı vereceğinden bu alan

$\lim\limits_{n\to\infty} \Delta x \cdot f(c_k)$ limiti ile hesaplanır.

Burada f(x) > 0 dır. f(x) < 0 olması hâlinde yukarıdaki limit değeri negatif olacaktır. Bu durumda bu limit değeri fonksiyonun grafiği ile x ekseni arasında kalan alanın negatif değerine eşit olacaktır.

$\lim\limits_{n\to\infty} \Delta x \cdot f(c_k)$ değerine f fonksiyonunun [a,b] ndaki belirli integrali denir.

$$\lim_{n\to\infty} \Delta x \cdot f(c_k) = \int_a^b f(x)dx$$

Hatırlıyorum 2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan

Hatırlamıyorum 0 Puan

19

f(x) fonksiyonu [a, b] nda sürekli ve F'(x) = f(x) olmak üzere

$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ olur.

Hatırlıyorum 2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan

Hatırlamıyorum 0 Puan

20

Belirli integralde alt ve üst sınırlar eşit ise belirli integralin değeri sıfırdır.

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

Hatırlıyorum 2 Puan

Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan

Hatırlamıyorum 0 Puan

Hatırlıyor muyum?

21 Belirli integralde alt ve üst sınırlar yer değiştirirse belirli integral işaret değiştirir.

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

22 a < c < b olmak üzere $\int_a^b f(x)dx$ integrali aşağıdaki gibi iki integralin toplamın olarak ifade edilebilir.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

23 Bir fonksiyonun bir sabitle çarpımının belirli integrali, fonksiyonun belirli integralinin sabitle çarpımına eşittir.

$$\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \cdot \int_a^b f(x)dx$$

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

24 İki fonksiyonun toplamının ya da farkının belirli integrali, belirli integrallerin toplamına ya da farkına eşit olur.

$$\int_a^b [f(x) \pm g(x)]\,dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

25 g(x) ve h(x) integrallenebilir iki fonksiyon ve a ≤ c ≤ b olmak üzere

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & x < c \\ h(x), & x \geq c \end{cases}$$

biçiminde tanımlı f(x) fonksiyonunun [a, b] ndaki integralini bulmak için integral, fonksiyonun kuralının değiştiği c noktasına göre

$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c g(x)dx + \int_c^b h(x)dx$ biçiminde iki integralin toplamı olarak yazılır.

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

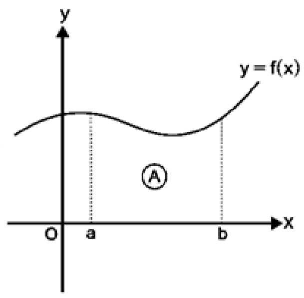
26 f: [a, b] → R, y = f(x) fonksiyonu integrallenebilen bir fonksiyon olmak üzere y = f(x) fonksiyonunun grafiği , x = a ve x = b doğruları ile x ekseni arasında kalan sınırlı bölgenin

$$A = \int_a^b |f(x)|dx$$

İntegrali ile hesaplanır.

Hatırlıyorum 2 Puan
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan
Hatırlamıyorum 0 Puan

27



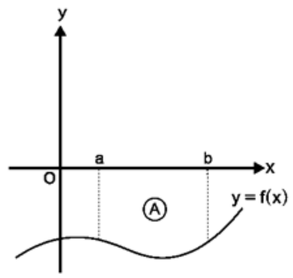
y = f(x) fonksiyonu [a, b] nda pozitif değerli ise diğer bir ifadeyle f(x) fonksiyonunun grafiği, x = a ve x = b doğruları ile x ekseni tarafından sınırlanan bölgenin alanı x ekseninin üzerinde kalıyorsa |f(x)| = f(x) olacağından bu bölgenin alanı

$$A = \int_a^b f(x)dx$$

integrali ile hesaplanır.

Hatırlıyorum 2 Puan ☐
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan ☐
Hatırlamıyorum 0 Puan ☐

28



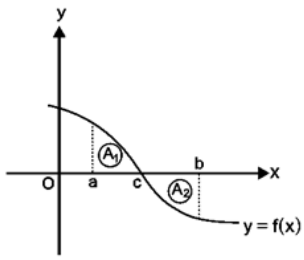
y = f(x) fonksiyonu [a, b] nda negatif değerli ise diğer bir ifadeyle f(x) fonksiyonunun grafiği, x = a ve x = b doğruları ile x ekseni tarafından sınırlanan bölgenin alanı x ekseninin altında kalıyorsa |f(x)| = –f(x) olacağından bu bölgenin alanı

$$A = -\int_a^b f(x)dx$$

integrali ile hesaplanır.

Hatırlıyorum 2 Puan ☐
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan ☐
Hatırlamıyorum 0 Puan ☐

29



y = f(x) fonksiyonu [a, b] nda pozitif ve negatif değerlerin her ikisini de alıyorsa

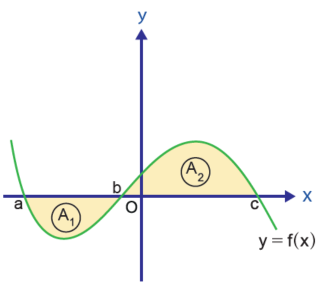
$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & a \leq x \leq c \\ -f(x), & c < x \leq b \end{cases}$$

olduğundan f(x) fonksiyonunun grafiği, x = a ve x = b doğruları ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı

$$\mathbf{A = A_1 + A_2} = \int_a^c f(x)\,dx - \int_c^b f(x)dx$$

Hatırlıyorum 2 Puan ☐
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan ☐
Hatırlamıyorum 0 Puan ☐

30



Yanda y = f(x) fonksiyonunun grafiği ve eksenler arasında kalan sınırlı bölgelerin alanları A_1 ve A_2 olmak üzere

$\int_a^c f(x)dx$ ifadesinin değeri

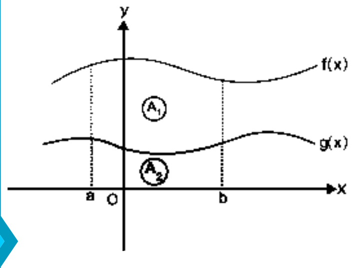
$\int_a^c f(x)\,dx = -A_1 + A_2$ olur.

[a,c] nda f(x) fonksiyonunun grafiği ve x ekseni arasında kalan sınırlı bölgenin alanı

$\int_a^c |f(x)|\,dx = A_1 + A_2$ olur.

Hatırlıyorum 2 Puan ☐
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan ☐
Hatırlamıyorum 0 Puan ☐

31



Yanda gösterilen f(x) ve g(x) fonksiyonlarının grafikleri ile x = a ve x = b doğruları arasında kalan sınırlı bölgenin alanı A_1; g(x) fonksiyonunun grafiği ile x = a ve x = b doğruları ile x ekseni arasında kalan sınırlı bölgenin alanı A_2 olmak üzere

$$\int_a^b f(x)dx = A_1 + A_2$$

$$\int_a^b g(x)dx = A_2$$

$$A_1 = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$

$$A_1 = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$$ olur.

[a, b] nda iki fonksiyonun grafiği arasında kalan alanı bulmak için üstteki fonksiyondan alttaki fonksiyon çıkarılarak integral alınır.

Hatırlıyorum 2 Puan	
Kısmen Hatırlıyorum 1 Puan	
Hatırlamıyorum 0 Puan	

DEĞERLENDİRME ÖLÇEĞİ

PUAN	PUAN	PUAN	TOPLAM PUANINIZ
0-38	40-49	50-62	
KONUYU TEKRAR ETMELİSİNİZ	ÇALIŞMALISINIZ	ÇOK İYİ	

1 ve 4. madde için karekodu okutun

5 ve 7. maddeler için karekodu okutun

8. madde için karekodu okutun

9. madde için karekodu okutun

10. madde için karekodu okutun

11 ve 17. madde için karekodu okutun

18 ve 19. maddeler için karekodu okutun

20 ve 24. madde için karekodu okutun

25. madde için karekodu okutun

26 -31. madde için karekodu okutun

Eşleştirme

Aşağıda verilen belirsiz ve belirli integrallerin eşitlerini harf ile verilen sonuçlarla eşleştiriniz.

1. $\int 2dx$
2. $\int 4xdx$
3. $\int x^3dx$
4. $\int \frac{1}{x^4}dx$
5. $\int 6\sqrt{x}dx$
6. $\int_1^2 (4x^3 - 3x^2)dx$
7. $\int_1^4 (\sqrt{x} - 1)^2dx$
8. $\int_0^1 4x \cdot (x^2 + 1)^3dx$
9. $\int_{-1}^1 (bx - 2)dx + \int_1^{-1} (-3 + bx)dx$

A. $\frac{x^4}{4} + c$

B. $4x\sqrt{x} + c$

C. 8

Ç. $2x + c$

D. 2

E. $\frac{-1}{3x^3} + c$

F. $\frac{7}{6}$

G. $2x^2 + c$

H. $\frac{15}{2}$

Boşluk Doldurma

Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere verilen ifadelerden uygun olanı yazınız.

sıfır	$\int_a^b \lvert f(x) \rvert dx$	Riemann	diferansiyeli
$-\int_a^b f(x)dx$	belirsiz integrali	$\int_a^b f(x)dx$	integral sabiti
	farkına	işaret	

1. F(x) fonksiyonun türevi f(x) olsun.f(x) fonksiyonunun türevi alınmadan önceki hâli olan F(x) fonksiyonuna f(x) fonksiyonunun .... denir.

2. **$\int f(x)\,dx = F(x) + c$ eşitliğinde c sayısına .... denir.**

3. **Türevlenebilir bir f(x) fonksiyonun türevi $\frac{d}{dx}\left(f(x)\right) = f'(x)$ olmak üzere d(f(x)) ifadesine f(x) fonksiyonunun .... denir.**

4. **İki fonksiyonun farkının belirli integrali, belirli integrallerin .... eşit olur.**

5. **Belirli integralde alt ve üst sınırlar eşit ise belirli integralin değeri ....dır.**

6. **Belirli integralde alt ve üst sınırlar yer değiştirirse belirli integral .... değiştirir.**

7. **Bir eğrinin altında kalan alan .... toplamı yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanabilir.**

8. **Bir f(x) fonksiyonunun x = a ve x = b doğruları ile x ekseni tarafından sınırlanan bölgenin alanı .... integrali ile hesaplanır.**

9. **Bir f(x) fonksiyonunun x = a ve x = b doğruları ile x ekseni tarafından sınırlanan bölgenin alanı x ekseninin üzerinde kalıyorsa bu bölgenin alanı .... integrali ile hesaplanır.**

10. Bir f(x) fonksiyonunun x = a ve x = b doğruları ile x ekseni tarafından sınırlanan bölgenin alanı x ekseninin altında kalıyorsa bu bölgenin alanı .... integrali ile hesaplanır.

Aşağıda yer alan çoktan seçmeli soruları cevaplayınız.

1. $\int x\sqrt{x\sqrt[3]{x}}\,dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3\sqrt[3]{x^8}}{8}+c$ B) $\frac{2\sqrt[3]{x^6}}{7}+c$ C) $\frac{\sqrt[3]{x^8}}{2}+c$

D) $\frac{\sqrt[6]{x^7}}{6}+c$ E) $\frac{\sqrt[3]{x^5}}{5}+c$

2. Türevlenebilir f ve g fonksiyonları için

- $f'(x) = 2x + 1$
- $g'(x) = 3x^2 - 1$
- $f(0) = g(0)$

olduğuna göre f ve g fonksiyonlarının kesim noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. f(x), g(x) ve h(x) ikinci mertebeden türevlenebilir fonksiyonlardır.

$f(x) = \int g(x)\,dx$

$g(x) = \int h(x)\,dx$

olduğuna göre aşağıdaki eşitliklerden hangisi yanlıştır?

A) $f'(x) = g(x)$ B) $g'(x) = h(x)$ C) $f''(x) = h(x)$

D) $g''(x) = h'(x)$ E) $f(x) = g''(x)$

4. Diferansiyeli (4x+1)dx olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x + 1$ B) 4 C) $2x^2 + x + c$

D) $2x^2 + c$ E) $\frac{2x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+c$

5. $\int \frac{f'\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2\cdot f^2\left(\frac{1}{x}\right)}\,dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{f(x)}+c$ B) $\frac{1}{f\left(\frac{1}{x}\right)}+c$ C) $f(x)+c$

D) $f\left(\frac{1}{x}\right)+c$ E) $f^2(x)$

6. $f(x) = 3x^2 - 2x + 2$ **fonksiyonunun grafiği,** $x = 1$ **ve** $x = 3$ **doğruları ile ekseni arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?**

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 30

7. $\int_2^3 (f(x) - 2x)\,dx + \int_3^2 (f(x) + 1)dx$

ifadesinin değeri kaçtır?

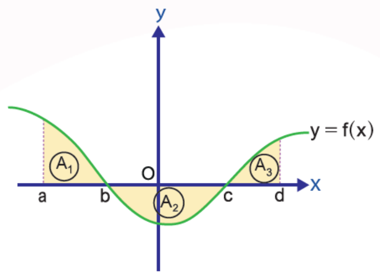
A) −8 B) −6 C) −4 D) −2 E) 0

8. $f(x) = 4x - x^2$ **eğrisi ile** $y = 2x$ **doğrusu arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?**

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

9. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. **[a, d] nda f fonksiyonu ile x ekseni arasında kalan bölgelerin alanları**

A_1 = 5 birimkare
A_2 = 9 birimkare
A_3 = 7 birimkare



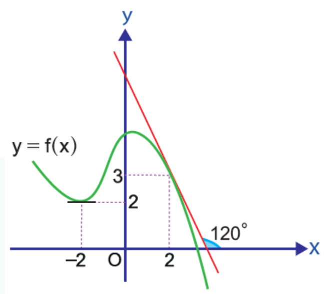
olduğuna göre aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

A) $\int_a^c |f(x)|dx = 14$ B) $\int_a^d f(x)dx = 3$

C) $\int_b^d |f(x)|dx = 16$ D) $\int_d^a |f(x)|dx = 21$

E) $\int_c^a f(x)dx = 4$

10. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. f(x) fonksiyonunun x = 2 apsisli noktasındaki teğeti x ekseni ile pozitif yönde 120° açı yapmaktadır.



Buna göre $\int_{-2}^{2} f'(x)\cdot\left(1 + f''(x)\right)dx$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{-3}{4}$ B) $\frac{-4}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{5}{2}$

Bir parkta düz bir zemine şekildeki gibi bir yeşil alan yapılacaktır. Yeşil alanın en geniş yeri 40 metre ve en dar yeri 24 metre olacaktır. **Şekilde gösterilen tüm aralıklar eşit ve ikişer metre olduğuna göre**

1. Bu yeşil alan, Riemann alt toplamı ile hesaplanırsa yaklaşık olarak kaç metrekare bulunur?

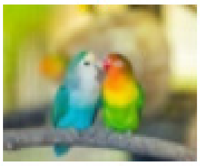
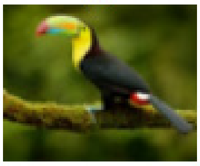
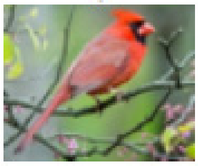
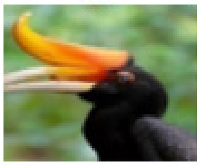
2. Bu yeşil alan, Riemann üst toplamı ile hesaplanırsa yaklaşık olarak kaç metrekare bulunur?

3. Bu alanı yeşillendirmek için metrekaresi 8 TL olan hazır çim kullanıcağına göre bu alanın yeşillendirme maliyeti hangi fiyatlar arasında olur?

KUŞ POPÜLASYONU

Belirli bir bölgedeki kuş türlerini inceleyen bir biyolog o bölgeye 5 yıl boyunca yılda bir kez, aynı tarihte giderek kuş türleri ve türlere ait popülasyonları gözlemlemiştir. Biyolog, 5 kuş türüne ait popülasyonun yıllık değişim hızını N' fonksiyonu ile tanımlamış ve bundan yararlanarak kuş türlerine ait popülasyonlarının zamana (yıl) bağlı olarak yaklaşık değerini hesaplamaya yarayan fonksiyonu da N olarak tanımlamıştır. Bazı türler gözlem yapılmaya başlandığında görülmemiş, daha sonra göçle gelerek o bölgeye yerleşmişlerdir. Bazı türlerin popülasyonları zamanla artarken bazılarının popülasyonları zamanla azalmıştır. Kuş türleri, kuş türlerindeki popülasyonun yıllık değişim hızını veren N' fonksiyonları ve kuşların gözlemlenmeye başlandığı andaki (t = 0) ilk popülasyon bilgileri aşağıdaki 1. Tablo 'da verilmiştir.

1. Tablo

Kuş Türleri	*A* 	*B* 	*C* 	*D* 	*E* 
$N'(t)$	$3\sqrt{t}$	$-\frac{24}{t^4}$	$(4t-1)^2$	$t(t+3)^2$	$\frac{t^4-1}{t^2}$
İlk Popülasyon	*264*	*0*	*102*	*16*	*0*

1. Aşağıda boş bırakılan yerlere uygun cevapları yazınız.

a. A kuş türünün 4. yıldaki popülasyonu ....olur.

b. C kuş türünün 3. yıldaki popülasyonu .... olur.

c. D kuş türünün 2. yıldaki popülasyonu .... olur.

ç. 4. yılda .... ile .... türlerinin popülasyonu birbirine eşittir.

2. Aşağıda 2. Tablo 'da verilen ifadelerden doğru olanların karşısına D, yanlış olanların karşısına Y yazınız.

2.Tablo

İfadeler	D/Y
a) B kuş türü 3.yıl görülmeye başlamıştır.	
b) E kuş türü 1.yıl görülmeye başlamıştır.	
c) C kuş türünün popülasyonu 1.yıldan sonra zamanla azalmıştır.	
ç) A kuş türünün popülasyonu 1.yıldan sonra zamanla artmıştır.	

3. Yukarıdaki kuş türlerinden farklı olan, popülasyon artış hızı 1. yıl iki, 2. yıl dört, 3. yıl altı şeklinde devam eden ve başlangıçta 50 tane olan bir kuş türüne ait popülasyonun 20 yıl sonraki yaklaşık değeri kaçtır?

BİSİKLET YOLU

Konum, bir cismin belli bir referans noktasına göre yönlü uzaklığıdır. Konumun zamana bağlı değişimi cismin hızı (m/sn.) ile, hızın da zamana bağlı değişimi cismin ivmesi (m/sn²) ile ifade edilmektedir.

Matematiksel olarak:

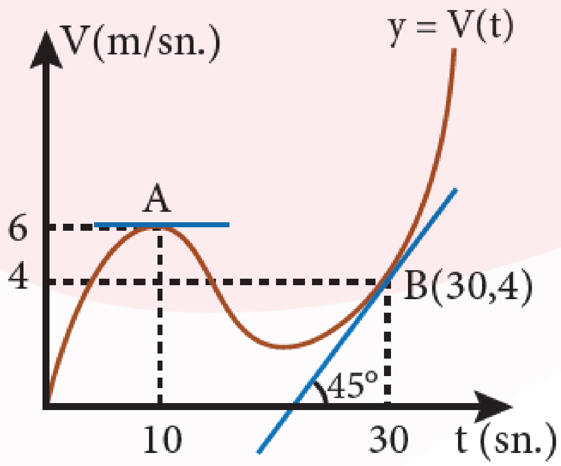
Zamana (t) bağlı değişken ivmeli hareket eden bir cismin konumu x fonksiyonu ile ifade edilmek üzere konum fonksiyonunun zamana göre türevi hız fonksiyonunun kuralını verir ve $x'(t) = V(t)$ şeklinde gösterilir.

Zamana (t) bağlı değişken ivmeli hareket eden bir cismin hızı v fonksiyonu ile ifade edilmek üzere, hız fonksiyonunun zamana göre türevi ivme fonksiyonunun kuralını verir ve $V'(t) = a(t)$ şeklinde gösterilir.

Aşağıda verilen görselde Mert bisikleti ile A noktasından harekete başlayıp belirli bir sürede B noktasındaki markete ulaşmıştır. Marketten alışverişini yaptıktan sonra bisikleti ile E noktasında bulunan evine dönmüştür. Mert'in markete giderken katettiği doğrusal yolun kenarındaki C noktasında bir trafik levhası ve D noktasında bir ağaç bulunmaktadır.

Mert'in bisikleti ile yapmış olduğu değişken ivmeli hareketle ilgili bilgiler aşağıdaki gibidir:

- Mert'in A noktasından markete doğru olan hareketinin zamana (sn.) bağlı ivmesini (m/sn²) ifade eden a fonksiyonun kuralı $a(t) = -0{,}006t + 0{,}12k$ ($k \in R$) şeklindedir.
- Mert A noktasından markete doğru hareketine başladıktan 10 sn. sonra trafik levhasının ve 40 sn. sonra ağacın yanından geçerek 100 sn. sonra 800 metre yol almıştır.
- Mert'in marketten eve dönüş yolundaki hareketine ait hız-zaman grafiği aşağıda verilmiştir.



Grafik: Hız - Zaman Grafiği

Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. **Mert'in A noktasından B noktasına doğru yaptığı değişken ivmeli hareketin zamana (t) bağlı hız fonksiyonu olan V nin kuralı nedir?**

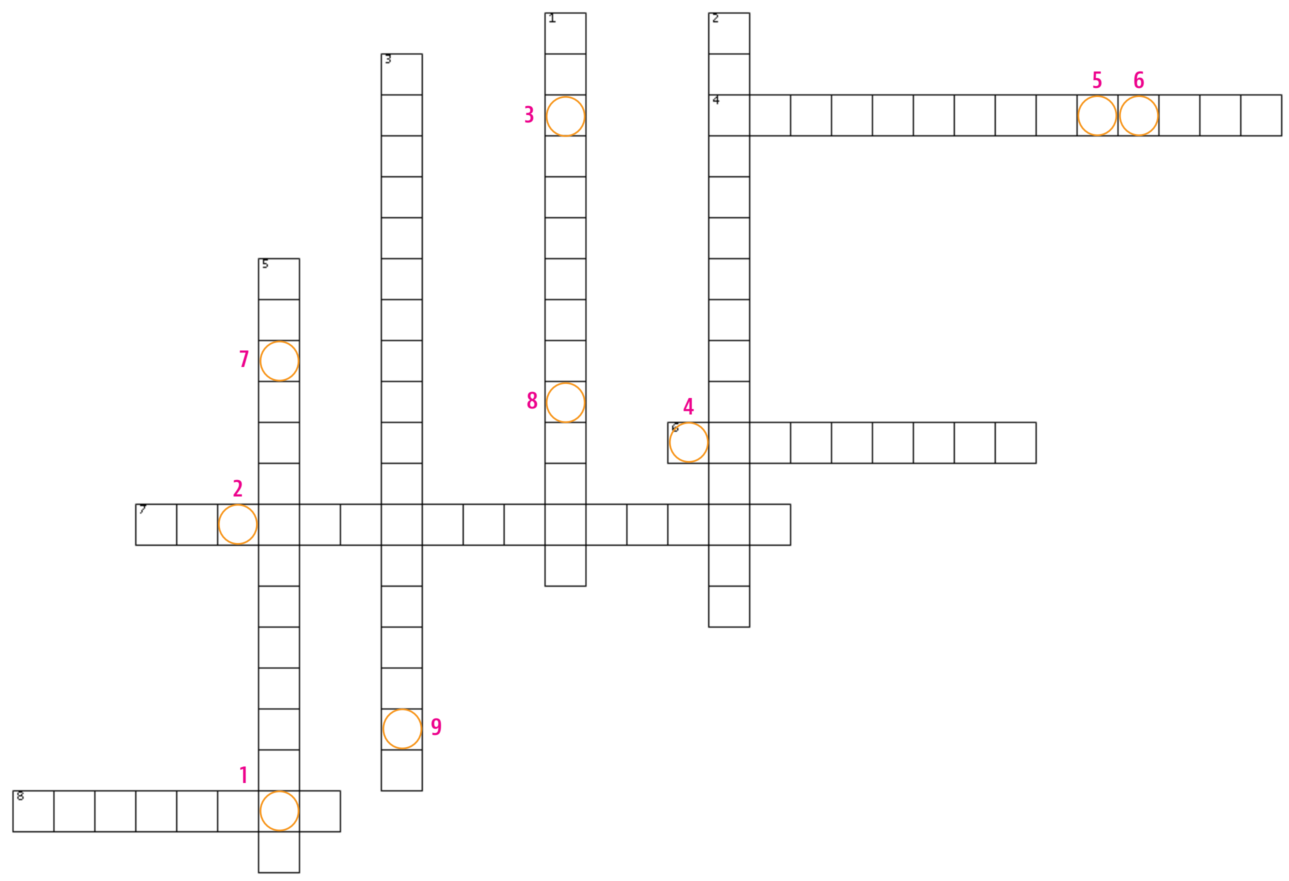
2. **Ağaç ve trafik levhası arasındaki mesafe kaç metredir?**

3. **Mert'in B noktasından E noktasına giderken zamana (t) bağlı ivme fonksiyonu a olmak üzere**

$\int_{10}^{30} \left(a(t) + a'(t)\right)dt$ ifadesinin değeri kaçtır?

Bil-Bul-Çöz

Aşağıda yer alan bulmaca etkinliğini yaparak anahtar kelimeyi bulunuz.



SOLDAN SAĞA

4. Bilinen geometri formülleri ile hesaplanamayan bazı sınırlı bölgelerin alanlarının yaklaşık değerlerinin hesaplanma yöntemidir.
6. İntegral alma işlemi.
7. Türevi alınmış fonksiyonu bulma işlemi.
8. Türevi bilinen bir fonksiyonu bulma işlemi.

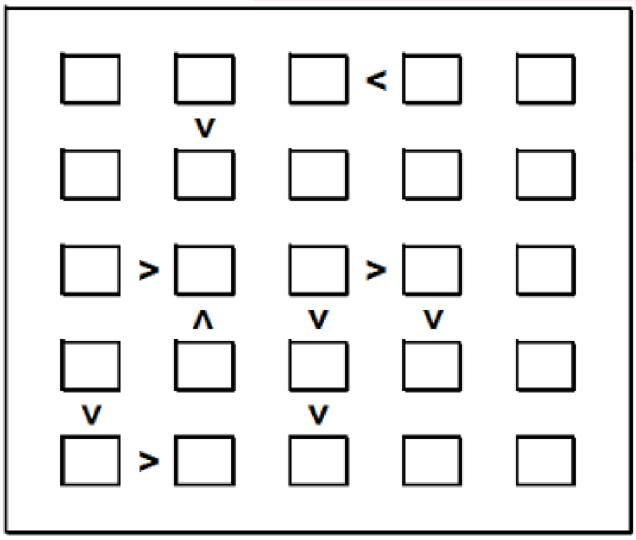
YUKARIDAN AŞAĞIYA

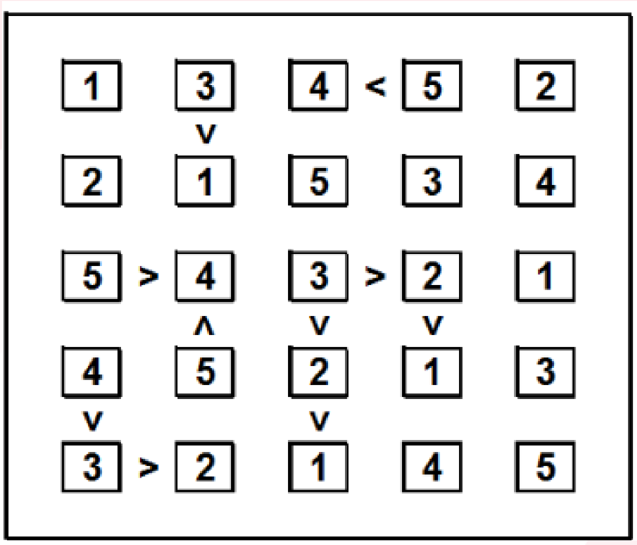
1. İntegral bulunduktan sonra fonksiyona eklenen c sabit sayısı.
2. [a, b] nda y = f(x) eğrisi ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanını hesaplayan Alman matematikçidir.
3. İntegral alma kuralları ile alınması zor olan bazı integraller için kullanılan bir yöntemdir.
5. Alt ve üst sınırları olan integral.

ANAHTAR KELİME

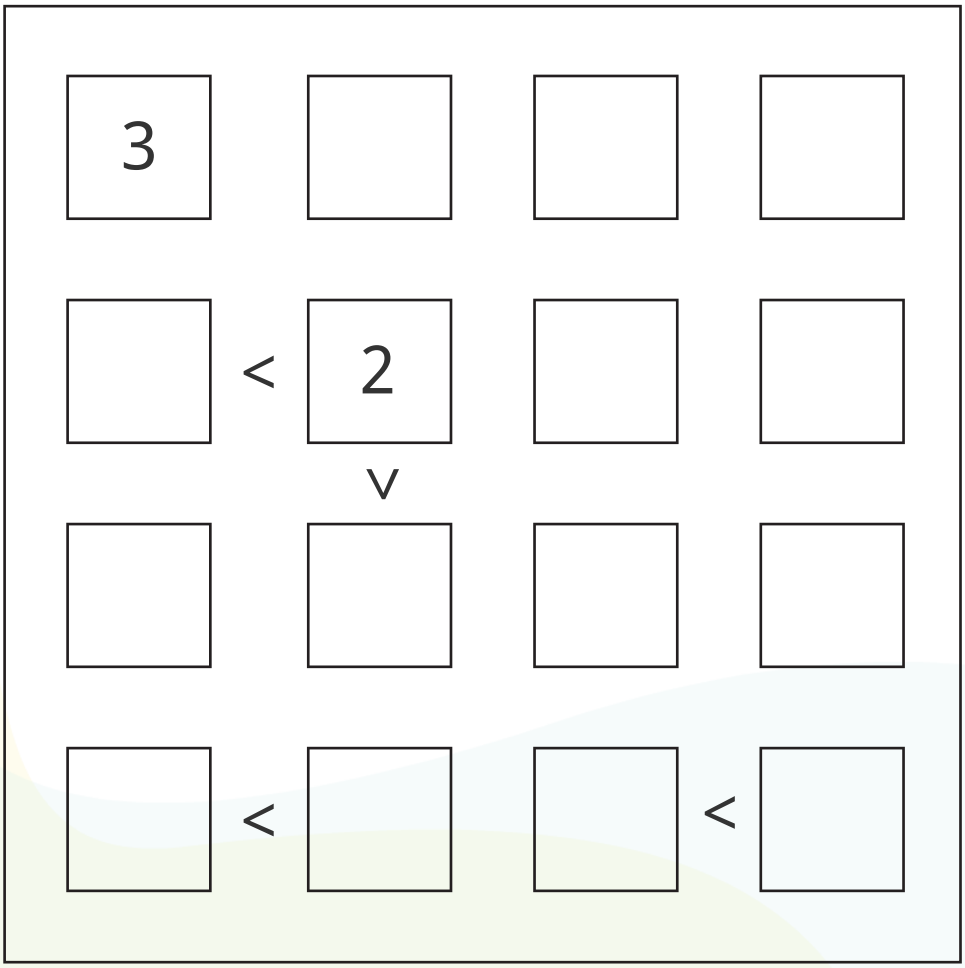
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Aşağıdaki 5 x 5 lik futoshiki örneğinde 1'den 5'e rakamlar tam birer kez yer alacak şekilde boşluklar doldurulmuştur. Karelerdeki rakamlar arasındaki ilişki büyük (>) ve küçük (<) işaretleriyle belirtilmiştir.





Aşağıda verilen 4x4 lük diyagramı her satır ve her sütunda 1'den 4'e rakamlar tam birer kez yer alacak şekilde doldurun.



CEVAP ANAHTARI

EŞLEŞTİRME

1. Ç	6. C
2. G	7. F
3. A	8. H
4. E	9. D
5. B	

BOŞLUK DOLDURMA

1. belirsiz integrali	6. İşaret
2. integral sabiti	7. Riemann
3. diferansiyeli	8. $\int_a^b \lvert f(x) \rvert dx$
4. farkına	9. $\int_a^b f(x)dx$
5. sıfır	10. $-\int_a^b f(x)dx$

ÇOKTAN SEÇMELİ

1. A	6. C
2. D	7. B
3. E	8. D
4. C	9. D
5. B	10. E

AÇIK UÇLU SORULAR

1. 608

3. (4864 - 5376)

2. 672

BECERİ TEMELLİ SORULAR

BECERİ TEMELLİ - I

1. A kuş türünün 4. yıldaki popülasyonu 280 olur.
   C kuş türünün 3. yıldaki popülasyonu 213 olur.
   D kuş türünün 2. yıldaki popülasyonu 54 olur.
   4. yılda A ile D türlerinin popülasyonu birbirine eşittir.

2.

İfadeler	D/Y
a) B kuş türü 3.yıl görülmeye başlamıştır.	Y
b) E kuş türü 1.yıl görülmeye başlamıştır.	D
c) C kuş türünün popülasyonu 1.yıldan sonra zamanla azalmıştır.	Y
ç) A kuş türünün popülasyonu 1.yıldan sonra zamanla artmıştır.	D

3. 450

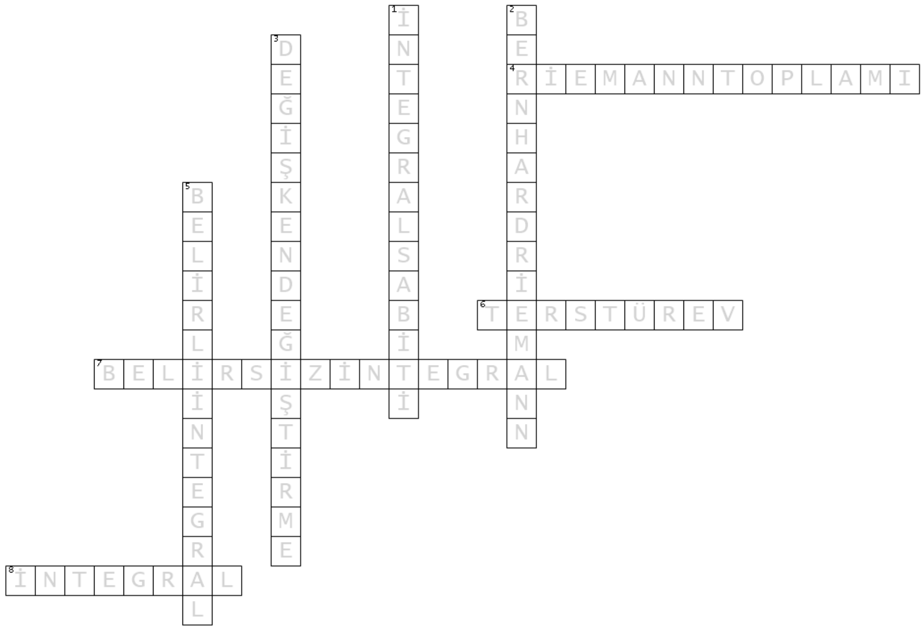
BECERİ TEMELLİ - II

1. $V(t) = -0{,}003t^2 + 0{,}36t$

2. 207

3. -1

BİL - BUL - ÇÖZ



Anahtar Kelime : ALTTOPLAM

FUTOSHIKI

3		4		2		1
1	<	2		4		3
		v				
4		1		3		2
2	<	3		1	<	4

Etkileşimli Kitaplar

Beceri Temelli Kitaplar

Soru Bankası

Mobil Soru Bankası

Dinamik Uygulamalar

3B Modeller

YKS Kampı

TRT EBA TV Lise

OGM MATERYAL

http://ogmmateryal.eba.gov.tr