T.C. MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

Matematik 12

Kavram Öğretimi Kitabı

Matematik 12

Kavram Öğretimi Kitabı

Hazırlayanlar
Kitabı hazırlayan yazar isimleri çalışma sayfalarının sonunda listelenmiştir.

Editör
Dr. Abdurrahman ÜNAL

Dil Uzmanı
Gülendam KARACA ÇETİN

Program Geliştirme Uzmanı
Hasan NASIRCI

Rehberlik ve Psikolojik Danışma Uzmanı
Tuğba GÜL ŞEN

Ölçme ve Değerlendirme Uzmanı
Hüseyin BÜYÜKBİÇER

Sorumlu Grafik Tasarım Uzmanı
Aziz ACAR

Görevli Grafik Tasarım Uzmanları
Çiğdem ÖKÇÜN, Elif IŞIK, Güngör KAPLAN, Hilal YAŞAR, Mustafa ÇAKIR, Oktay DEĞİRMENCİ, Ömer Engin BİLGİÇ, Songül TOPCU, Tayfun AKSU

Ortaöğretim Genel Müdürlüğü
Öğretim Programları ve Ders Kitapları
Daire Başkanlığı

Bireyin ve toplumun gereksinimleri, hayatın her alanında ortaya çıkan yenilikler ve gelişmelere bağlı olarak hızla değişmektedir. Bu durum, öğrenme ve öğretme sürecinin de ihtiyaçlar doğrultusunda yeniden yapılandırılmasına yol açmaktadır. *Kavram Öğretimi Kitabı* öğrencilerin derslerde öğrendikleri kavramlara dair yanılgıları tespit edip gidermek, kavram karmaşalarının önüne geçmek ve kavrama dair bilgilerini pekiştirmek amacıyla tasarlanmıştır. Bu kitapta öğrencilerin derslerde öğrendikleri kavramları konu içeriğine uygun olarak ele alan ve farklı seviyelerde hazırlanmış etkinlikler yer almaktadır. Etkinliklerin ilgi uyandıracak düzeyde ve dikkat çekici olmalarına özen gösterilmiştir. Bazı etkinliklerde ele alınan kavram günlük hayatla ilişkilendirilmiş yahut kültür, sanat, bilim ve teknolojinin söz konusu kavramla olan bağı ortaya konmuştur. Böylelikle öğrencilerin kavramı içselleştirip kavrama yönelik edindiği bilgilerin kalıcı olmasını sağlamak amaçlanmıştır.

Kavram Öğretimi Kitabı'nda ele alınan kavrama dair bilgileri hatırlatmak ya da bilgi eksikliğini, karmaşayı veya yanılgıyı ortaya çıkarabilmek için kavram haritaları, bilgi haritaları, düşünce haritaları, kavram karikatürleri, kavram çözümleme tabloları ve kavramla bağdaşan, sezgi uyandıran, çağrışım kurulabilecek görsellere yer verilmiştir. Etkinliklerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeye yardımcı nitelikler taşımasına özen gösterilmiştir. Böylelikle öğrencilerin kavrama dair bilgilerini sorgulamaları, karşılaştırmaları, değerlendirmeleri ve neden sonuç ilişkisi kurarak kavramları özümsemeleri amaçlanmıştır. Hazırlanan etkinliklerde anlamlı ve kalıcı öğrenmeyi sağlamak, kavramlar arasındaki ilişkileri somutlaştırmak ve derslerde öğrenilen kavramların hayatın farklı alanlarındaki kullanımlarını yansıtabilmek hedeflenmiştir.

Kavram Öğretimi Kitabı'ndaki etkinlikler öğrencilerin hatalarını görmelerine, eksik bilgilerini tamamlamalarına, öğrendiklerini pekiştirmelerine yardımcı olacaktır. Öğrendiklerini derslerinde ve günlük yaşamda kullanabilen öğrencilerin eğitim süreçlerinde ve meslek hayatlarındaki başarı düzeyi yükselecektir. *Kavram Öğretimi Kitabı*'nın öğrencilerimize faydalı olması dileğiyle...

KAVRAM ÖĞRETİMİ

ÇALIŞMA LİSTESİ

"Çalışma Listesi" sayfasında etkinlik isimlerini tıklayarak etkinlik sayfasına, etkinlik sayfalarında "Ortaöğretim Genel Müdürlüğü" yazısını tıklayarak "Çalışma Listesi" sayfasına kolayca ulaşabilirsiniz.

Sayfa numaraları yanındaki bu işaret etkinliğin arka sayfada devam ettiğini gösterir.

Çalışma sonlarındaki karekodları okutarak etkinliklere ve cevap anahtarlarına online olarak ulaşabilirsiniz.

Çalışmanın uygulama süresini gösterir.

1. ÜNİTE : ***SAYILAR VE CEBİR > Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar > Üstel Fonksiyon***
Kavram : *Üstel Fonksiyon*
Genel Beceriler : *Bilgi Okuryazarlığı Becerisi*
Alan Becerileri : *İlişkilendirme Becerisi*

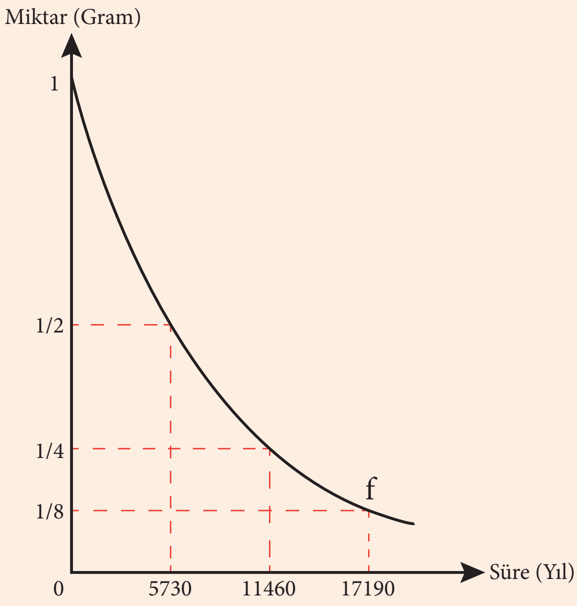
Çalışmanın Adı	**RADYOKARBON TARİHLEME YÖNTEMİ**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Üstel fonksiyonu ve üstel fonksiyonun grafiğini yorumlayabilme.*	

1. Yönerge: *Aşağıda verilen şekil ve bilgileri inceledikten sonra, f fonksiyonu ile ilgili koyu renkle verilen ifadelerden uygun olanı daire içine alınız..*

Güneş ışınları atmosferde azot atomlarına çarpıp canlıların vücutlarında sürekli olarak Karbon-14 izotopları oluşturur. Karbon-14 izotopları radyoaktiftir ve Karbon-14 izotoplarının yarılanma ömrü 5730 yıldır. Yani atmosferde bir miktar Karbon-14 izotopu oluştuğunda bu miktarın yarısı 5730 yıl sonra bozulmuş olur ve azot gazına dönüşür. Geri kalan miktarın yarısı da daha sonraki 5730 yılda bozulur ve bu böyle devam eder. Canlılar öldüğünde vücutlarında Karbon-14 izotopu üretimi durur. Üretimi duran Karbon-14 izotopu miktarı ölümün ardından azalmaya başlar. Bu azalma ölçülerek eski dönemlere ait arkeolojik buluntuların yaşları hesaplanabilir.

Şekildeki grafik 1 gram Karbon-14 izotopunun geçen süre sonunda kalan miktarını göstermektedir. x geçen süre olmak üzere 1 gram Karbon-14 izotopundan kalan miktarı veren fonksiyon $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{x}{5730}\right)}=\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{1}{5730}\right)}\right)^{x}$ olarak modellenebilir.

f fonksiyonu tanım aralığında bir üstel fonksiyon modelidir. Üstel fonksiyonların tanım kümesi $\mathbb{R}$, görüntü kümesi $\mathbb{R}^{+}$ olarak ifade edilir.



Şekil 1

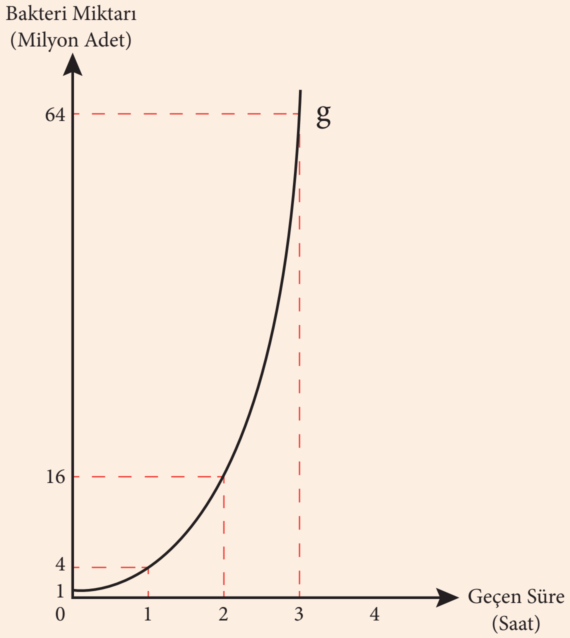
f fonksiyonu sürekli **azalan/artan** bir fonksiyondur.

f fonksiyonu daima **pozitif/negatif** değerler alan bir fonksiyondur.

f fonksiyonu **bire bir/bire bir olmayan** fonksiyondur.

2. Yönerge: *Aşağıda verilen görsel ve bilgilerden hareketle soruları yanıtlayınız.*

Ölü materyal üzerinde hayatlarını sürdüren saprofit mezofilik bakteriler en iyi 30 °C'de gelişirler. Laboratuvar ortamında yapılan bir deneyde uygun koşullar sağlandığında organizmayı bozan bakteri miktarının her bir saatte 4 katına çıktığı gözlemlenmiştir. Zamana bağlı olarak bakteri miktarındaki değişim tabloda verilmiştir.



Şekil 2

Geçen Süre (Saat)	Bakteri Sayısı (Milyon Adet)
0	1
1	4
2	16
3	64

Şekil 2'deki grafik, bakteri miktarının zamana bağlı değişimini göstermektedir.

x, deneyin başlangıcından itibaren geçen süre olmak üzere başlangıçta bir milyon adet olan bakteri sayısını zamana bağlı olarak veren fonksiyon $g(x) = (4)^x$ biçiminde modellenebilir.

1. Aşağıda koyu renkle verilen ifadelerden uygun olanı daire içine alınız.

g fonksiyonu sürekli **azalan/artan** bir fonksiyondur.

g fonksiyonu daima **pozitif/negatif** değerler alan bir fonksiyondur.

g fonksiyonu **bire bir/bire bir olmayan** fonksiyondur.

Yukarıda verilen f ve g fonksiyonları birer üstel fonksiyondur. Üstel fonksiyon azalan bir fonksiyon ise üslü ifadenin tabanı (0,1) aralığında değerler alır. Üstel fonksiyon artan bir fonksiyon ise üslü ifadenin tabanı $(1, \infty)$ aralığında değerler alır. Üstel fonksiyonlarda bulunan üslü ifadenin tabanı 1 olduğu zaman üstel fonksiyon sabit fonksiyon olur. Bu nedenle üslü ifadenin tabanı 1 olamaz. Ayrıca üstel fonksiyonlar sürekli olduğu için taban negatif değer alamaz. Üstel fonksiyonlar $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ tanımlı fonksiyonlardır.

Verilen bilgilerden hareketle "üstel fonksiyon" kavramının tanımını yapınız.

Üstel Fonksiyon: ....

....

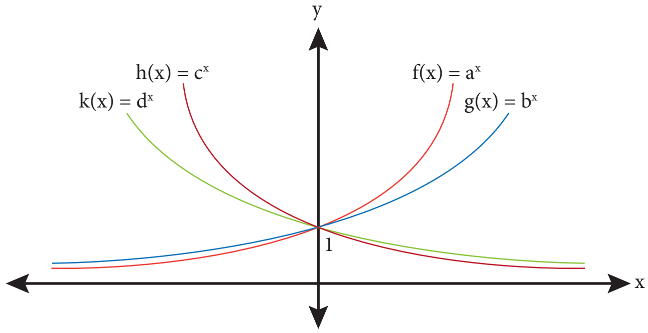
....

2. Şekil 3'teki grafikte verilen f, g, h ve k üstel fonksiyonları için a, b, c ve d değerlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

....

....

....



Şekil 3

Hazırlayan: *İsmail Hakkı ÜSTÜNEL*

1. ÜNİTE : ***SAYILAR ve CEBİR > Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar > Üstel Fonksiyon***
Kavram : *Üstel Fonksiyon*
Genel Beceriler : *Eleştirel Düşünme Becerisi*
Alan Becerileri : *Çıkarım Yapma Becerisi*

Çalışmanın Adı	**YATIRIMCI**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Üstel fonksiyon kavramını ifade edebilme ve üstel fonksiyon grafiğini tanıyabilme.*	

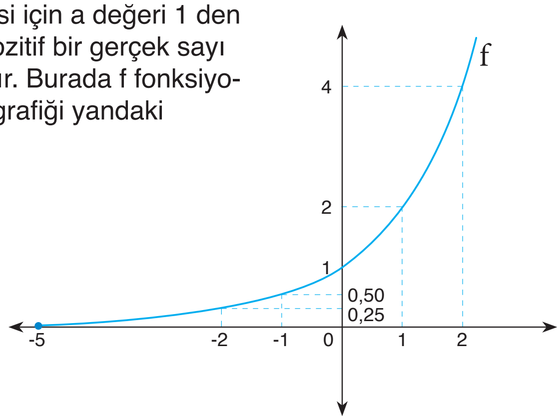
1.Yönerge: *Aşağıda verilen bilgi, tablo ve grafiği inceledikten sonra, f fonksiyonu ile ilgili verilen ifadelerden doğru olanların karşısına "D", yanlış olanların karşısına "Y" yazınız*

Beş yıl önce piyasaya sürülen bir ürünü takip eden bir yatırımcı, ürünün piyasa değerinin bu beş yıl içinde her yıl 2 kat artarak 1 milyon Türk lirasına ulaştığını tespit etmiştir. Yatırımcı, ürünün piyasa değerinin aynı oranda artması durumunda ileriki yıllarda ulaşacağı değerleri bir fonksiyon yardımı ile hesaplamak istemektedir. Bu nedenle elindeki verilerle Tablo 1'i oluşturmuştur. Tablo 1'de zamanı x değişkeni ile gösteren yatırımcı; ürünün 1 milyon Türk lirası değerine ulaştığı anı x=0 ile, geçmiş yılları x'in negatif değerleri ile ve gelecek yılları ise x'in pozitif değerleri ile göstermiştir. Ürünün her yıl ikiye katlanan piyasa değerlerini ise bu tablonun 2. sütununa yazmıştır.

Zaman (x yıl)	Ürünün Piyasa Değeri(Milyon TL)
x=-5	0,03125
x=-4	0,0625
x=-3	0,125
x=-2	0,25
x=-1	0,5
x=0	1
x=1	2
x=2	4
x=3	8
. .	. .

Tablo 1

Bu şekilde her yıl ikiye katlanarak artan fonksiyon kuralı $f(x)=2^x$ ile gösterilebilir. Bu fonksiyon kuralı bir üstel fonksiyon modelidir. Burada da görüldüğü üzere a^x şeklinde bir ifadenin bir üstel fonksiyon kuralı belirtebilmesi için a değeri 1 den farklı pozitif bir gerçek sayı olmalıdır. Burada f fonksiyonunun grafiği yandaki gibidir.



Şekil 1

Yukarıdaki modellemede kullanılan grafiğin tanım kümesi [-5, ∞) olmasına rağmen üstel fonksiyonlar tüm reel sayılarda tanımlıdır. Çünkü yukarıdaki örnek belli bir zaman başlangıç kabul edilerek oluşturulmuş bir modellemedir. Üstel fonksiyonların görüntü kümeleri ise pozitif reel sayılardır.

1. Aşağıda f fonksiyonu ile ilgili verilen ifadelerden doğru olanların karşısına "D", yanlış olanların karşısına "Y" yazınız.

İfadeler	D/Y
f fonksiyonu bire birdir.	
f fonksiyonu örtendir.	
f fonksiyonu sabit fonksiyondur.	
f fonksiyonu birim fonksiyondur.	

Verilen bilgilerden hareketle ‘’üstel fonksiyon‘’ kavramının tanımını yapınız.

Üstel Fonksiyon: ....

....

2.Yönerge: *Aşağıda verilen bilgilerden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

1. İçtiğimiz kahveden kullandığımız bilgisayara, üzerine yazdığımız kâğıttan ısınmak için tükettiğimiz enerjiye kadar her şey suda ayak izi bırakıyor. Örneğin içtiğimiz 1 fincan kahvenin masamıza gelmesi için kullanılan su ayak izi 140 litredir. Aldığımız 300 gramlık bir pamuklu tişörtün su ayak izi yaklaşık 2500 litredir. Bu miktar 131,5 adet 19 litrelik damacananın alacağı suya eşittir.

Bir su ayak izi hesaplama programıyla ayda yaklaşık 120 ton su tükettiğini hesaplayan Zeynep bu tüketimini her ayın sonuna kadar sürekli olarak %10 oranında azaltmaya karar veriyor. Bu karar sonrasındaki bir yıl içinde Zeynep’in su ayak izini “x” zaman olmak üzere aylara göre ton olarak hesaplayan bir fonksiyon modeli bulunuz.

....

2. Tablo 2’de sözel ifadeleri verilen fonksiyonların kurallarını yazarak üstel fonksiyon olup olmadıklarını belirleyiniz.

Tablo: 2

Fonksiyonların Sözel İfadeleri	Fonksiyonların Kuralları	Üsteldir./Üstel Değildir.
a) Başlangıçta 12000 olan bir şehrin nüfusu her yıl %2 oranında artıyor. Zamana göre (x yıl) şehrin nüfusunu hesaplayan fonksiyon		
b) Dikildiğinde 60 cm olan bir bitkinin boyu her ay 10 cm artmaktadır. Zamana(x aya) göre bitkinin boyunu hesaplayan fonksiyon		
c) Başlangıçta 10 kg olan radyoaktif bir madde her yıl %5 oranında bozunuyor. Zamana göre (x yıl) bu maddenin ne kadarının kaldığını hesaplayan fonksiyon		
ç) Başlangıçta 128 olan bakteri sayısı geçen her 3 saatte 2 katına çıkıyor. Zamana göre(x saat) oluşan bakteri sayısını hesaplayan fonksiyon		

Hazırlayan: *Zeynep ERDOĞAN*

3. Aşağıdaki tablolarda verilen boşluklara gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlardan üstel olanlarına "✓", olmayanlarına "X" işareti koyunuz.

Fonksiyon	✓/X
$f(x) = x^3$	
$g(x) = 7^x$	
$h(x) = 5^{x+1}$	
$k(x) = 3.2^x$	

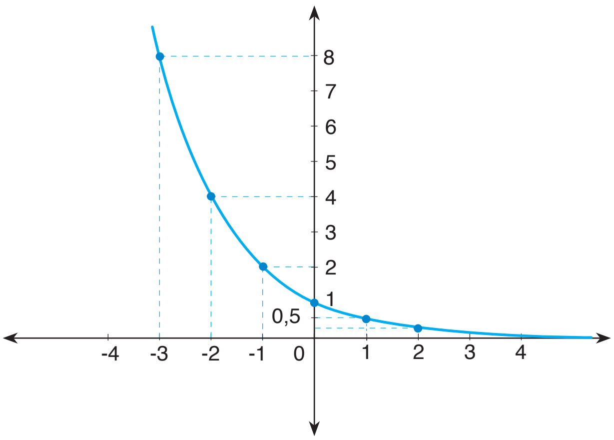
Fonksiyon	✓/X
$m(x) = 1^x$	
$n(x) = (-3)^x$	
$p(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$	
$r(x) = 3^{-2x}$	

Fonksiyon	✓/X
$a(x) = e^x$	
$b(x) = x^2+2^x$	
$c(x) = 2^5$	
$d(x) = \left(\frac{x}{x^2+x+1}\right)^x$	

4. Aşağıda numaralandırılmış olarak verilen üstel fonksiyonları harf ile verilen grafiklerle eşleştiriniz.

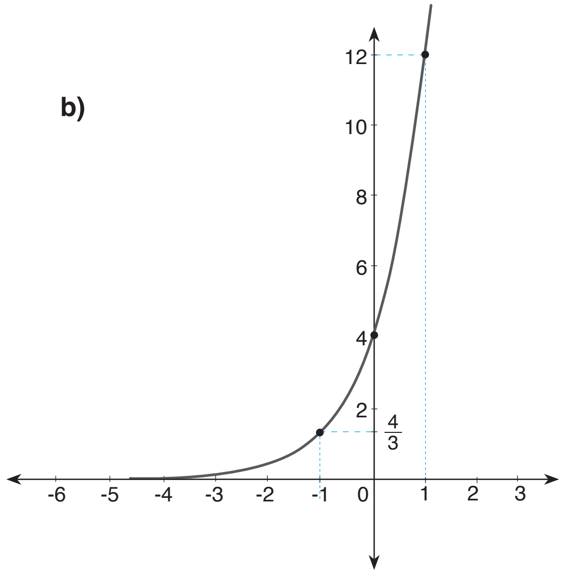
1. $f(x) = 7^x$ **2.** $g(x) = 5^{-2x}$ **3.** $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ **4.** $k(x) = 4.(3)^x$

a)



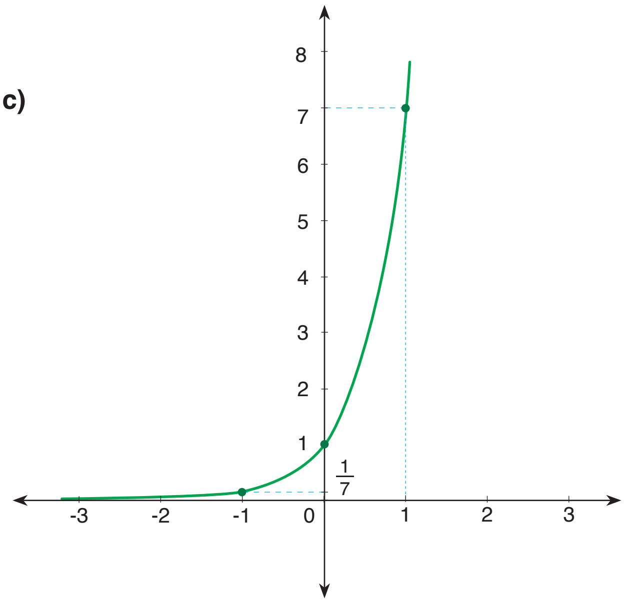
Şekil 2

b)



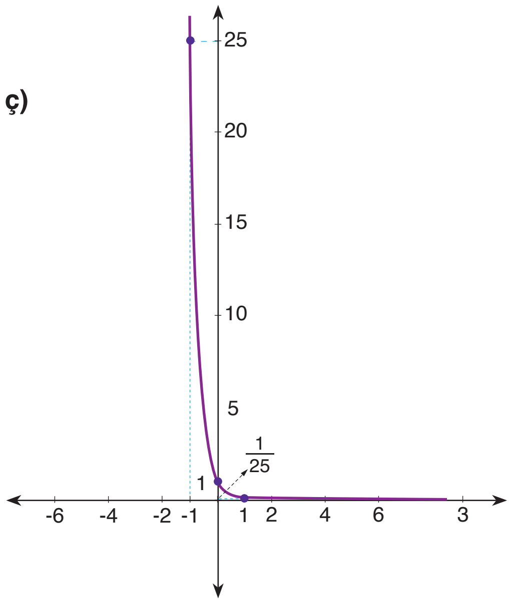
Şekil 3

c)



Şekil 4

ç)



Şekil 5

1. ÜNİTE : ***SAYILAR VE CEBİR > Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar> Logaritma Fonksiyonu***
Kavram : *Logaritma Fonksiyonu*
Genel Beceriler : *Eleştirel Düşünme Becerisi*
Alan Becerileri : *İlişkilendirme Becerisi*

Çalışmanın Adı	**İLAÇ MİKTARI**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Logaritma fonksiyonunu açıklayabilme.*	

1. Yönerge: *Aşağıda verilen bilgilerden hareketle 'logaritma fonksiyonu' kavramının tanımını ilgili boşluğa yazınız.*

Hastanın aldığı bir ilacın etken maddesi başlangıçta M_0 miligram iken bu etken maddenin miktarı zaman geçtikçe azalmaktadır. Bir ilaç firması ürettiği bir antibiyotik için yaptığı laboratuvar deneyleri sonucunda antibiyotiğin t dakika sonra insan vücudunda kalan miktarını $m = M_0 \cdot (0{,}6)^t$ üstel fonksiyonu ile modellemiştir.

Verilen bu üstel fonksiyondan yararlanarak başlangıçta 1 miligram olan bir ilacın kaç dakika sonra 0,2 miligram kaldığı bulunmak istenirse ters fonksiyon kavramından yararlanılması gerekir. Bu da

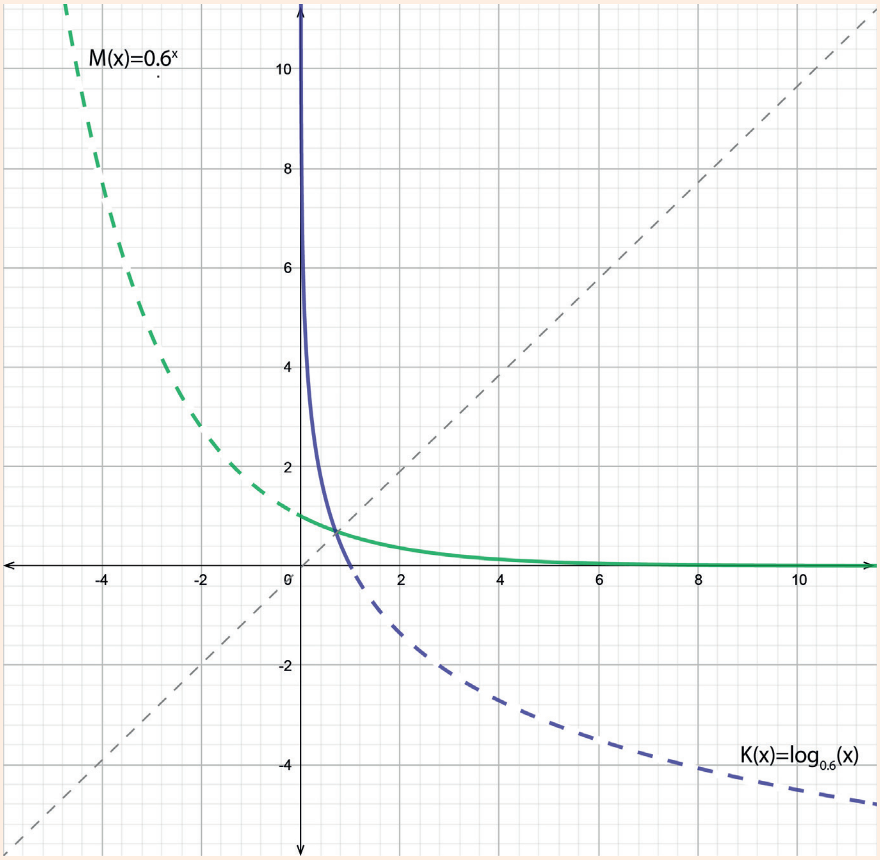
$0{,}2 = 1 \cdot (0{,}6)^t$

$\frac{0{,}2}{1} = (0{,}6)^t$

$t = \log_{0{,}6} 0{,}2$ biçiminde olur.

$y = a^x$ üstel fonksiyonun tersini alarak elde ettiğimiz logaritma fonksiyonunun genel formu $f(x) = \log_a x$ biçimindedir ve bu form "logaritma a tabanında x" olarak okunur.

Şekilde üstel fonksiyon M ile, ters fonksiyon K ile gösterilirse M ile K fonksiyonlarının grafikleri y = x doğrusuna göre simetrik olur.



Şekil 1

Hazırlayan: *Süleyman DOĞAN*

Logaritma fonksiyonu:

2. Yönerge: *Aşağıda verilen görseldeki logaritma fonksiyonu ile ilgili bilgilerden doğru olanları daire içine alınız.*

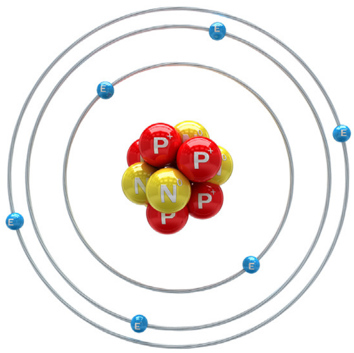
1. ÜNİTE : SAYILAR VE CEBİR > Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar > Logaritma Fonksiyonu
Kavram : Logaritma Fonksiyonu
Genel Beceriler : Bilgi Okuryazarlığı Becerisi, Eleştirel Düşünme Becerisi
Alan Becerileri : İlişkilendirme Becerisi

Çalışmanın Adı	**BİR MADDENİN YARILANMA ÖMRÜ**	20 dk.
Çalışmanın Amacı	*Logaritma fonksiyonunu tanımlayabilme ve logaritma fonksiyonunun üstel fonksiyon ile ilişkisini anlamlandırabilme.*	
Gerekli Materyaller: Bilgisayar veya akıllı tahta		

1. Yönerge: *Aşağıda verilen metin, görsel ve tablodan hareketle ilgili soruyu cevaplayınız.*

Radyoaktif maddeler, atomlarında bulunan çekirdek yapıları nedeniyle farklı türde ışımalar yayarak kendiliğinden parçalanır ve farklı miktarlarda enerji açığa çıkarır. Radyoaktif maddelerin farklı sürelerde enerji açığa çıkarması nedeniyle miktarlarında da zamanla azalma olmaktadır. Azalmakta olan radyoaktif bir maddenin baştaki miktarının yarısına düşmesi için geçen zamana "yarılanma ömrü" denir.

Radyoaktif maddelerin yarılanma ömürleri bilim insanlarının farklı türdeki araştırmalarına çok önemli katkılar sağlar. Örneğin arkeoloji de kazılar esnasında bulunan bir yapının inşa yılına ya da nesli tükenmiş bir canlının ne zaman yaşadığına ait bilgiler, fosillerin yapılarındaki karbon elementinin miktarının zamanla azalış süresinden yararlanılarak bulunur.



Görsel 1: Karbon Atom Modeli

Madde miktarının yarıya düşme süresi bazı maddeler için bir saniyeden daha kısa sürerken bazı maddeler için milyarca yıl sürebilir. Aşağıdaki Tablo 1'de bazı elementlerin yarılanma süreleri verilmiştir:

Tablo 1

Element	Yarılanma Süresi
Karbon (^{14}C)	5730 yıl
Uranyum (^{238}U)	4,46 milyar yıl
Toryum (^{223}Th)	0,9 saniye
Polonyum (^{84}Po)	$0{,}3 \cdot 10^{-6}$ saniye

N_0 maddenin başlangıçtaki miktarı (g), t_0 maddenin yarılanma süresi olmak üzere maddenin t ye (geçen zaman) bağlı kalan miktarını ifade eden N fonksiyonu $N: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, $N(t) = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_0}}$ şeklinde modellenir. N fonksiyonu bir üstel fonksiyon modelidir.

Örneğin doğada 16 g bulunan toryum(^{223}Th) elementinin 1 g kaldığı ana kadar geçen süreyi bulmak için N fonksiyonunda $N_0 = 16$ yazılır ve N fonksiyonunun görüntüsü 1 olduğundan

$\mathbf{1 = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{0,9}}}$ denklemi kurulur. Buradan $\mathbf{2^{\frac{t}{0,9}} = 16 \Rightarrow t = 3,6}$ sn. olur.

Örnekteki 16 g bulunan toryum, 45 g bulunsaydı çözmemiz gereken denklem $\mathbf{2^{\frac{t}{0,9}} = 45}$ olacaktı. Bu denklemi sağlayan $\frac{t}{0,9}$ değeri tam sayı olmadığından t nin yaklaşık değerini hesaplayabilmek için üstel fonksiyonun tersini bulma ihtiyacı doğmuştur.

Hazırlayan: *Gözde Aslı ÖZCAN*

$N_o = 1$ olmak üzere N: $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, N(t) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_0}}$ şeklinde tanımlanan N fonksiyonunun tersi N^{-1}: $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, $N'(t) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{t}{t_0}$ biçiminde ifade edilir. N^{-1} fonksiyonu bir "logaritma fonksiyonu"dur.
Üstel fonksiyonun tabanı olan $\frac{1}{2}$ değeri logaritma ifadesinin tabanıdır. t değeri ise logaritması alınan değişkeni ifade etmektedir.

1. $2^{\frac{t}{0,9}} = 45$ denklemini sağlayan t değerini logaritma kullanarak ifade ediniz.

....

2. a > 0 ve a ≠ 1 olmak üzere f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, f(x) = a^x şeklinde tanımlanan f üstel fonksiyonun tersi olan logaritma fonksiyonu için Tablo 2'de verilen ifadelerden doğru olanların yanındaki boşluklara "✓" işareti koyunuz.

Tablo 2

İfadeler	
$\log_a x$ ifadesinde x her zaman pozitif reel sayıdır.	
Logaritma fonksiyonlarında logaritmik ifadelerin tabanı 0 olabilir.	
$\log_a x$ ifadesinin değeri negatif olamaz.	
$\log_a x$ ifadesinde x=1 ise $\log_a x = 0$ olur.	
Logaritma ifadelerinin tabanı 1 olamaz.	

Bu bilgilerden elde ettiğiniz çıkarımlardan hareketle a > 0 ve a ≠ 1 olmak üzere f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, f(x) = a^x şeklinde tanımlanan f üstel fonksiyonun tersi olan "logaritma fonksiyonu"nu kavramının tanımını yapınız.

Logaritma fonksiyonu: ....

....

2. Yönerge: *Bilgisayarınızda GeoGebra programını açınız. Aşağıdaki tabloda verilen adımları uygulayarak ulaştığınız sonuçlara göre boşlukları doldurunuz.*

1. adım	**"Giriş"** kısmına **y = 10^x** yazıp **"Enter"** tuşuna basınız. Ekrana uygun aralıklarda tanımlı y = 10^x fonksiyonunun grafiği gelecektir.
2. adım	**"Giriş"** kısmına **y = logx** yazıp **"Enter"** tuşuna basınız. Ekrana uygun aralıklarda tanımlı y = $\log_{10} x$ fonksiyonunun grafiği gelecektir.
3. adım	**"Giriş"** kısmına **y = x** yazıp **"Enter"** tuşuna basınız. Ekrana y = x doğrusunun grafiği gelecektir.

1. y = 10^x fonksiyonu ile y = $\log_{10} x$ fonksiyonu y = x doğrusuna göre ....tir.

2. y = 10^x fonksiyonunun tanım kümesi ……….. ve y = $\log_{10} x$ fonksiyonunun tanım kümesi …….. kümesidir.

3. Logaritma fonksiyonu x = 1 için……. değerini alır. Üstel fonksiyonun x = 0 için görüntüsü ………olur.

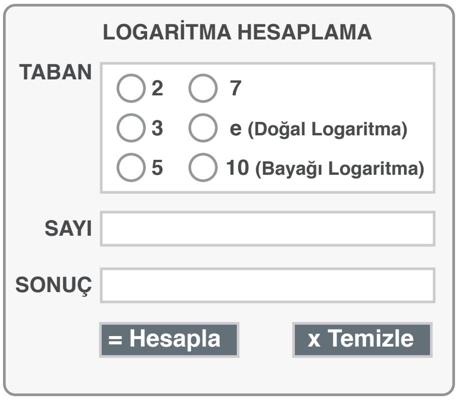
__1. ÜNİTE__ : __SAYILAR VE CEBİR > Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar > Logaritma Fonksiyonu__
Kavram : Doğal Logaritma Fonksiyonu ve Bayağı Logaritma Fonksiyonu
Genel Beceriler : Eleştirel Düşünme Becerisi
Alan Becerileri : İlişkilendirme Becerisi

Çalışmanın Adı	**LOGARİTMA HESAPLAMA PROGRAMI**	15 dk.
Çalışmanın Amacı	Doğal logaritma fonksiyonu ve bayağı logaritma fonksiyonu kavramlarını tanımlayabilme.	

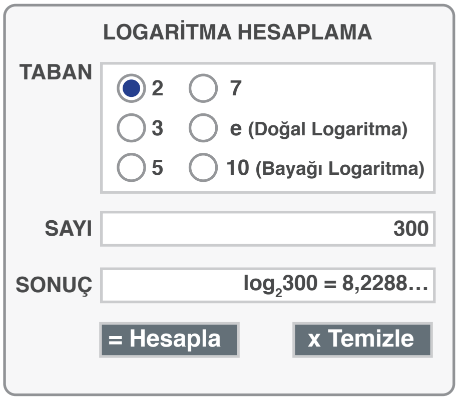
1. Yönerge: *Aşağıda verilen bilgiler ve görsellerden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

Çevrim içi hizmet veren bir genel ağ adresinde kullanılan logaritma hesaplama programı Görsel 1'de verilmiştir. Bu program, kullanıcılarına 2, 3, 5, 7, e ve 10 tabanlarındaki herhangi bir pozitif reel sayının logaritmik gösterimini ve değerini vermektedir. Kullanıcı, programın "TABAN" bölümünde yer alan 2, 3, 5, 7, e ve 10 değerlerinden birini seçtikten sonra "SAYI" bölümüne pozitif bir reel sayı girmelidir. Kullanıcı "HESAPLA" tuşuna bastığında ise logaritmik gösterim ve logaritmanın değeri "SONUÇ" bölümünde görülür. Yeni bir hesaplama için "TEMİZLE" tuşuna basılıp tekrar aynı işlemler yapılmalıdır. Görsel 2'de 2 tabanında 300 sayısının logaritmik gösteriminin $\log_2 300$ ve değerinin 8,2288… olduğu görülmektedir.

Pozitif bazı reel sayıların logaritmik gösterimini ve değerini merak eden Erman aşağıdaki çevrim içi logaritma hesaplama programını kullanmıştır.



Görsel 1



Görsel 2

Erman'ın seçtiği taban, programa girdiği sayı ve sonuç bölümünde görülenler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Erman'ın Seçtiği Taban	Programa Girdiği Sayı	Sonuç Bölümünde Görülenler
2	$\frac{2}{5}$	$\log_2\left(\frac{2}{5}\right) = -1{,}3219\ \ldots$
3	$\sqrt{41}$	$\log_3 \sqrt{41} = 1{,}6901\ \ldots$
5	6,5	$\log_5 6{,}5 = 1{,}5881\ \ldots$
7	10	$\log_7 10 = 1{,}1833\ \ldots$
e	$\sqrt[3]{30}$	$\log_e \sqrt[3]{30} = \ln \sqrt[3]{30} = 1{,}1337\ \ldots$
10	50	$\log 10\ 50 = \log 50 = 1{,}6989\ \ldots$

"Sonuç Bölümünde Görülenler" sütunu incelediğinde e ve 10 tabanlarına ait gösterimlerin iki farklı biçimde yapıldığı görülmektedir. 30 sayısının e tabanındaki logaritması $\log_e 30$ veya $\ln 30$ şeklinde gösterilir. $f(x) = \ln x$ şeklindeki f fonksiyonu doğal logaritma fonksiyonudur ve $g(x) = e^x$ olmak üzere g fonksiyonu f fonksiyonunun ters fonksiyonudur.

Hazırlayan: Dr. Şahin AKSOY

Buna göre hareketle “doğal logaritma fonksiyonu” ve “bayağı logaritma fonksiyonu” kavramlarının tanımını yapınız.

Doğal logaritma fonksiyonu: ....

....

Bayağı logaritma fonksiyonu: ....

....

1. Bir cismin üzerindeki atmosferik basınç, yükseklik arttıkça azalır. Milimetre cıva (mmHg) cinsinden ölçülen atmosfer basıncı “p”, deniz seviyesi üzerinden kilometre cinsinden yükseklik “h” olmak üzere $p(h)=760 \cdot e^{-0,145 \cdot h}$ şeklinde modellenir.

a) Atmosferik basıncı belli olan bir yükseltinin yüksekliğini veren fonksiyonu modelleyiniz.

....

....

....

....

....

b) Atmosferik basıncı 380 mmHg olan bir dağın zirvesinde yüksekliğin yaklaşık olarak kaç metre olduğunu bulunuz ($\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -0,693$ alınız.).

....

....

....

....

....

2. Funda Hanım, evinin içindeki merdivenlerinin halısını yenileyecektir. Yenileme işlemi, Görsel 3’teki [DE] dan [FG] na kadar yapılacaktır. Ölçü almaya gelen usta, görselde A ile B arasındaki basamağın yüksekliğini 15 cm, B ile C arasındaki basamağın derinliğini logp cm ve A ile C arasındaki mesafeyi (5 + logp) cm olarak ölçmüştür. “p” değerini ve görseldeki gibi döşenecek olan halının uzunluğunun kaç cm olacağını bulunuz.

Görsel 3

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

1. ÜNİTE** : **SAYILAR VE CEBİR > Diziler > Gerçek Sayı Dizileri
Kavram : Dizi
Genel Beceriler : Problem Çözme Becerisi
Alan Becerileri : Muhakeme Becerisi

Çalışmanın Adı	**KARINCA YUVASI**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Dizi kavramını tanımlayarak bir dizinin genel terimini belirleyebilme.*	

***1. Yönerge:** Aşağıda verilen bilgilerden yararlanarak sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

Görsel 1

Derya birikim yapmak amacıyla bankada bir hesap açarak bu hesaba ilk ay 300 Türk lirası yatırır. Bundan sonraki aylarda ise hesabındaki paranın %9 u kadar hesabına para yatırır. Aşağıdaki tabloda Derya'nın ilk aydan itibaren hesabında ne kadar para olduğu görülmektedir.

Aylar	Hesapta Bulunan Para
1.	300
2.	$300 \cdot 1{,}09$
3.	$300 \cdot (1{,}09)^2$
4.	$300 \cdot (1{,}09)^3$
...	
n.	$300 \cdot (1{,}09)^{n-1}$
...	

Derya'nın hesabında bulunan para aylara bağlı bir fonksiyon olarak modellenebilir. Buna göre $f:\mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $f(1) = 300$, $f(2) = 300 \cdot (1{,}09)$, $\ldots, f(n) = 300 \cdot (1{,}09)^{n-1}$, $\ldots$ olur.

Hesapta bulunan para miktarı $f(n) = a_n$ olmak üzere (a_n) bir sayı dizisi oluşturmaktadır. Tanım kümesini oluşturan ayları işaret eden numaralar pozitif tam sayılardan oluşurken görüntü kümesini oluşturan para miktarı gerçek sayılardan oluşur.

Hazırlayan: *Betül HELVACIKARA*

Buna göre "dizi" kavramının tanımını yapınız.

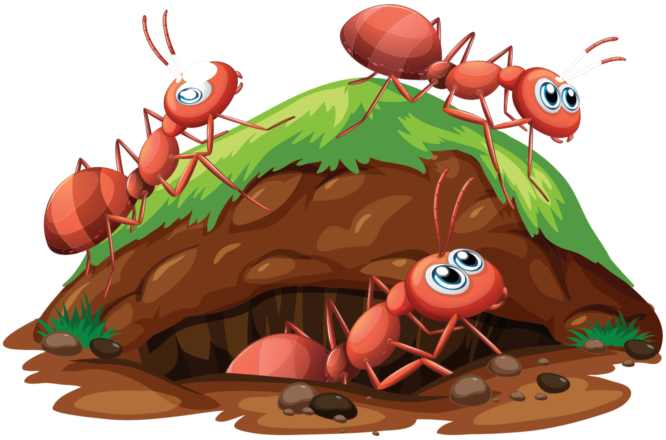
Dizi: ....

....

....

Dizinin ilk terimi a_1, ikinci terimi a_2, …, n. terimi a_n, şeklinde gösterilir. n. terim olan $a_n = 300 \cdot (1{,}09)^{n-1}$ ifadesi dizinin genel terimi olarak adlandırılır.

2. Yönerge: *Aşağıda verilen bilgilerden yararlanarak sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*



Görsel 2

Bir karınca yuvasında ilk hafta 2000 karınca vardır. Karınca nüfusu her hafta 500 artmaktadır. Aşağıdaki tabloda bu yuvadaki karınca nüfusunun belirtilen haftalardaki değerleri verilmiştir,

Hafta	**1.**	**2.**	**3.**	**...**	**n.**	**...**
Karınca Sayısı	2000	2500	3000	...	?	...

1. Yuvadaki karınca sayısının haftalara göre aldığı değerleri terim kabul eden dizinin genel terimini bulunuz.

....

....

2. Elde edilen bu dizi yardımıyla 8. haftada bu yuvada kaç karınca olacağını hesaplayınız.

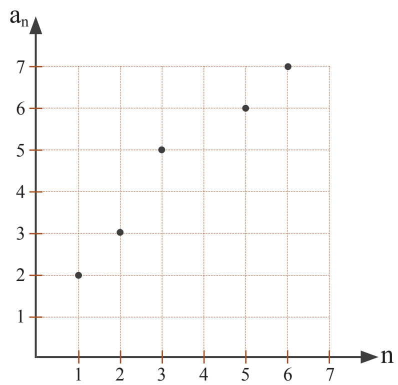
....

....

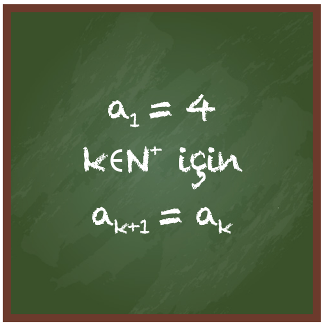
1. ÜNİTE	***: SAYILAR VE CEBİR> Diziler > Gerçek Sayı Dizileri***
Kavram	*: Sonlu Dizi, Sabit Dizi, Eşit Diziler*
Genel Beceriler	*: Bilgi Okuryazarlığı Becerisi*
Alan Becerileri	*: İlişkilendirme Becerisi*

Çalışmanın Adı	**GÖSTERİM**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Sonlu dizi, sabit dizi ve eşit diziler kavramlarını açıklayabilme.*	

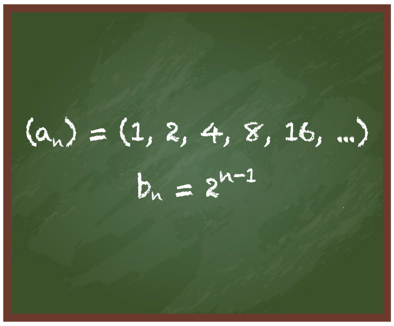
1. Yönerge: *Aşağıda verilen şekillerden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

Verilen şekillerde dizilerin farklı gösterim yöntemleri verilmiştir.

1. Şekil 1'de verilen dizinin terimlerini yazarak bu dizinin kaç terimi olduğunu bulunuz.

....

....

2. Şekil 2'de verilen dizinin ilk 10 terimini bulunuz.

....

....

3. Şekil 3'te verilen dizilerin terimlerini inceleyerek aynı indisli terimler arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.

....

....

Burada sadece Şekil 1'de verilen dizi, sonlu dizidir. Şekil 2'de verilen dizi, sabit dizi olup Şekil 3'te verilen diziler de eşit dizilerdir.

Buna göre sonlu dizi, sabit dizi ve eşit diziler kavramlarının tanımlarını yapınız.

Sonlu dizi : ....

....

Sabit dizi : ....

....

Eşit diziler : ....

....

Hazırlayan: *Özgür VARBİL*

__2. Yönerge:__ Aşağıda verilen ifadelerden doğru olanların karşısına "D" yanlış olanların karşısına "Y" yazınız.

İfadeler	**D/Y**
Bir dizinin bütün terimleri aynı ise o diziye sabit dizi denir.	
Sabit dizi, tanım kümesi sayma sayıları olan sabit fonksiyondur.	
$(a_n) = ((a-2)n^2 + (b-3)n + a+b)$ dizisi sabit dizi olsun. (a_n) dizisi için $a_9 = 5$ bulunur.	
$(a_n) = (1, 4, 7, 10, 14, 18, 22, 26, 31, 36, 41, 46)$ dizisi sonlu dizidir.	
$(a_n) = (1, 3, 5, 7, 9, ...)$ dizisi sonlu dizi değildir.	
$(a_n) = (4n+1)$ ve $(b_n) = (2n-1)$ dizileri için (a_{2n-1}) ve (b_n) dizileri eşit dizilerdir.	
$(a_n) = (2, 4, 6, 8, 10)$ ve $(b_n) = (2n)$ dizileri eşit dizilerdir.	

1. ÜNİTE : ***SAYILAR VE CEBİR >Diziler >Gerçek Sayı Dizileri***
Kavram : *İndirgemeli Dizi, İndirgeme Bağıntısı*
Genel Beceriler : *Yaratıcı Düşünme Becerisi*
Alan Becerileri : *İlişkilendirme Becerisi*

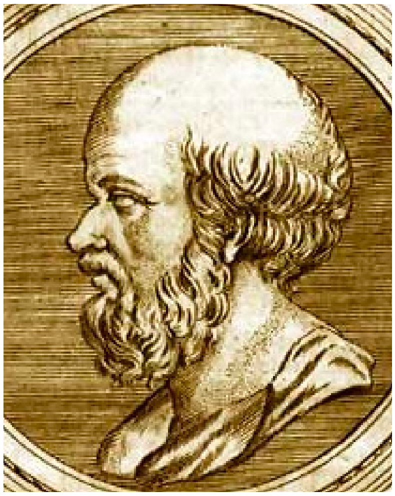
Çalışmanın Adı	**ERATOSTHENES'İN KALBURUNDAN FIBONACCI'NİN TAVŞANLARINA**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*İndirgemeli dizi ve indirgeme bağıntısı kavramlarını tanımlayabilme.*	

1. Yönerge: *Aşağıda verilen metin ve şekillerden hareketle istenen tanımları verilen boşluklara yazınız.*

Yunanlı matematikçi ve filozof olan Eratosthenes (Eratosten), asal sayıları bulmak için bugün "Eratosthenes Kalburu" adı verilen bir yöntem geliştirmiştir. Bu yönteme göre sayma sayılarının içinden 1 sayısı atıldıktan sonra 2 sayısından sonraki 2 nin katları, 3 sayısından sonraki 3 ün katları ve aynı mantıkla gidilerek p sayısından sonra p sayısının katları atılarak devam edilirse, geriye kalan sayılar asal sayıları oluşturacaktır. Bu atılma işlemi bir kalburdan aşağıya düşmek şeklinde betimlendiği için bu yöntem "Eratosthenes kalburu" olarak adlandırılmıştır.

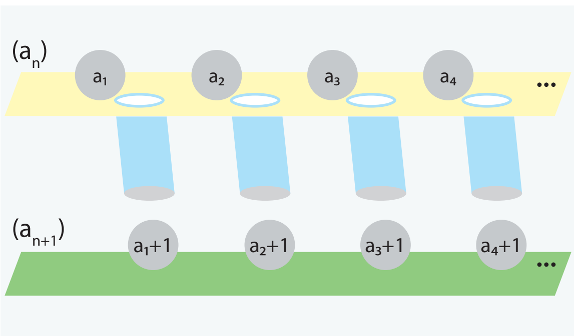
Benzer bir yöntemle bir sayı dizisinin elemanlarını belli bir kurala göre kalburdan geçirerek yeni bir sayı dizisi oluşturulacaktır.

Şekil 1'de ardışık elemanları farkı 1 olan bir (a_n) dizisinin elemanları, topların üzerine sırayla yazılarak kalbur üzerine yerleştirilmiştir. Terimlerin her birinin bir fazlası önlerindeki delikten aşağıya inerek (a_{n+1}) dizisini oluşturmaktadır. Böylece alta düşen her terim üstteki terim ile ifade edilebilen bir dizi oluşturmaktadır.

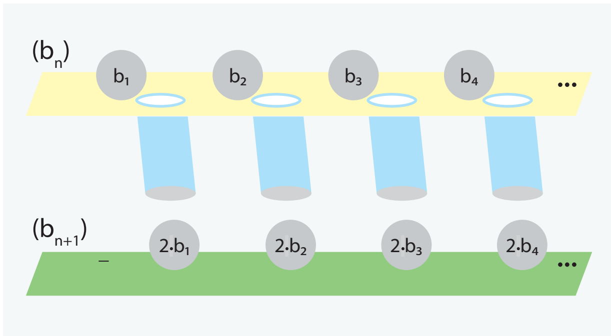


Görsel 1 Eratosthenes *(Eratosten)*

Bu dizinin tanımlaması $a_{n+1} = a_n + 1$ şeklinde ifade edilebilir. Elde edilen bu bağıntı bir indirgeme bağıntısıdır ve (a_n) dizisi de indirgemeli bir dizidir.



Şekil 1



Şekil 2

Benzer biçimde Şekil 2' de ardışık elemanları oranı 2 olan bir (b_n) dizisinin elemanları, topların üzerine sırayla yazılarak kalburun üzerine yerleştirilmiştir. Terimlerin her birinin iki katı önlerindeki delikten aşağıya inerek (b_{n+1}) dizisini oluşturmaktadır. Burada da alta düşen her terim üstteki terim ile ifade edilebilen bir dizi oluşmaktadır.

Bu dizinin tanımlamasını $b_{n+1}=2.b_n$ şeklinde ifade edebiliriz. Bunun için (b_n) dizisi de indirgemeli bir dizidir ve indirgeme bağıntısı $b_{n+1}=2.b_n$ şeklindedir.

Buna göre "indirgemeli dizi" ve "indirgeme bağıntısı " kavramların tanımını yapınız.

İndirgemeli dizi: . . . .

. . . .

İndirgeme bağıntısı: . . . .

. . . .

Hazırlayan: *Erol TOSUNER*

***2. Yönerge:** Aşağıda verilen ifadelerde boş bırakılan yerleri uygun şekilde doldurunuz.*

1. Bir (a_n) dizisinin terimleri $a_1=2$, $a_2=5$, $a_3=8$, $a_4=11$, $a_5=14$, $a_6=17$, … şeklinde devam etmektedir.

Buna göre verilen (a_n) dizisi için oluşturulan indirgeme bağıntısı a_{n+1} = ….. + ……. biçimindedir.

2. Terimleri sırayla 2, 3, 5, 8, 12, 17, … şeklinde devam eden indirgemeli bir (b_n) dizisinin indirgeme bağıntısı b_{n+1} = ……. + ….. şeklindedir.

3. 1170 yılında İtalya'nın Pisa (Pisa) şehrinde doğan ünlü matematikçi Leonardo Fibonacci (Leonardo Fibonaçi), 1228 yılında "Liber Abaci" adında bir kitap yazar. Bu kitapta şöyle bir problem yer alır: "Adamın biri dört bir yanı duvarla çevrili bir yere bir çift tavşan yavrusu koymuş. Her çift tavşanın bir ay içinde yeni bir çift tavşan yavrusuna sahip olduğu, her yeni çiftin de bir ay içinde bir çift tavşan yavrusuna sahip olabildiği ve tavşanların ölmediği varsayıldığında bir yılın sonunda dört duvarın arasında kaç çift tavşan olur?"

Bu sorunun cevabını aşağıdaki gibi bulabiliriz. İlk başta 1 çift tavşan var, bir ay sonra yine bir çift olur çünkü daha üreme yaşına yeni girmişlerdir. Bir ay sonra 2 çift tavşan olur. Bir ay sonunda bir öncekiler de çoğalacağından 3 çift tavşan olur. Bir sonra 5 çift olurlar. Bu şekilde devam ettiğinde tavşan çiftlerinin sayısı

Görsel 2

şeklinde bir (c_n) dizisi oluşturur.

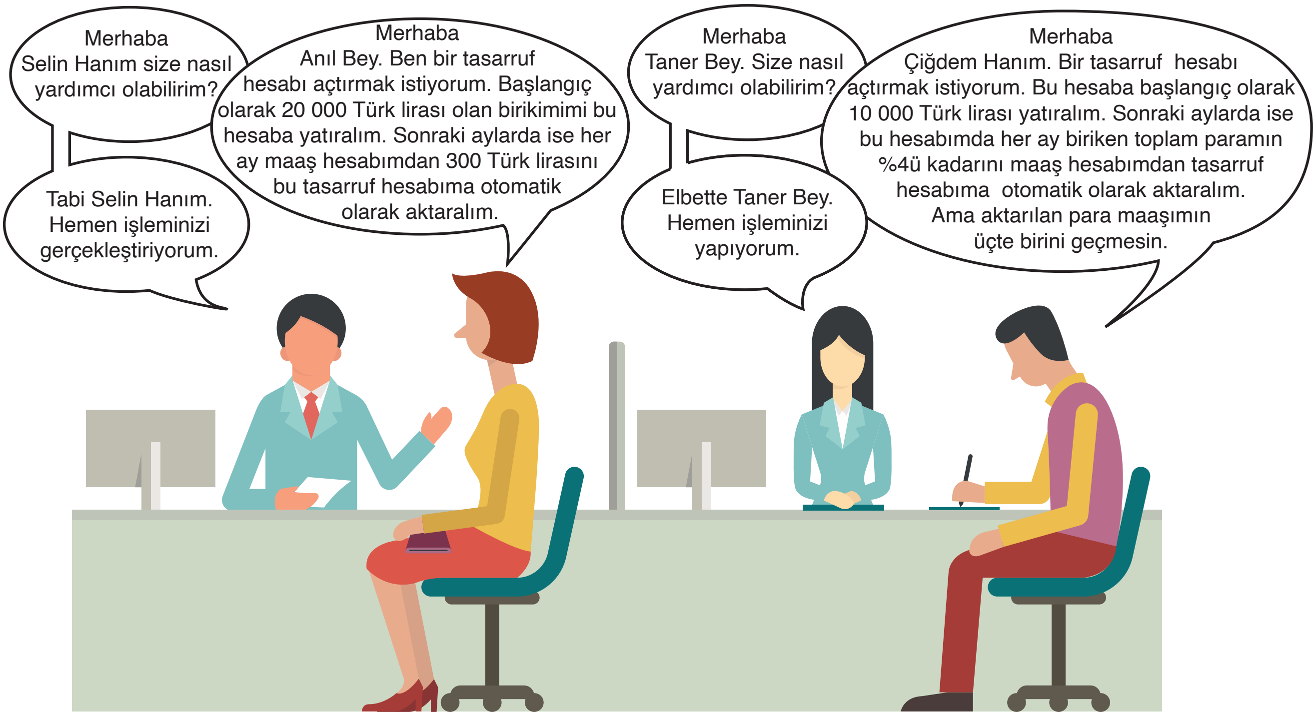
Buna göre oluşan bu indirgemeli dizinin indirgeme bağıntısı c_{n+2} = ….. + ……. biçimindedir.

1. ÜNİTE : ***SAYILAR VE CEBİR > Diziler > Gerçek Sayı Dizileri***
Kavram : *Aritmetik Dizi ve Geometrik Dizi*
Genel Beceriler : *Eleştirel Düşünme Becerisi*
Alan Becerileri : *Çıkarım Yapma Becerisi*

Çalışmanın Adı	**BANKA**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Aritmetik dizi ve geometrik dizi kavramlarını ifade edebilme.*	

1.Yönerge: *Aşağıda verilen bilgilerden yararlanarak sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

Birikimlerini bir bankada tasarruf hesabı açtırarak değerlendirmek isteyen Selin Hanım ve Taner Bey'in banka memuru olan Anıl Bey ve Çiğdem Hanım'la yaptıkları görüşmeler aşağıdaki gibidir.



Görsel 1

Selin Hanım ve Taner Bey'in açtırdıkları tasarruf hesaplarında biriken toplam para miktarları şu şekildedir:

Selin Hanım'ın her ay sonunda birikecek olan toplam para miktarı	
1. ay	20.000
2. ay	20.000 + 300 = 20.300
3. ay	20.000 + 300 + 300 = 20.000 + 2.300 = 20.600
4. ay	20.000 + 300 + 300 + 300 = 20.000 + 3.300 = 20.900
5. ay	20.000 + 4.300 = 21.200
6. ay	20.000 + 5.300 = 21.500

Taner Bey'in her ay sonunda birikecek olan toplam para miktarı:	
1. ay	10.000
2. ay	10.000 + 10.000 x 0,04 =10 000(1+ 0,04) = 10.400
3. ay	10.000 x (1,04) + 10.000 x (1,04) x 0,4 = 10.000 x (1,04) x (1,04) = 10.000 x (1,04)2 = 10.816
4. ay	10.000 x (1,04)3 ≅ 11.249
5. ay	10.000 x (1,04)4 ≅ 11.699
6. ay	10.000 x (1,04)5 ≅ 12.167

Hazırlayan: *Zeynep ERDOĞAN*

Selin Hanım'ın n. ayda tasarruf hesabında biriken toplam tutarlar bir (a_n) dizisinin terimleri şeklinde gösterilirse

$a_1 = 20.000$, $a_2 = 20.300$, $a_3 = 20.600$, $a_4 = 20.900$, $a_5 = 21.200$, $a_6 = 21.500$.......(a_n)

+300 +300 +300 +300 +300

$(a_n) = (20.000 + (n-1) \times 300)$ olur.

Taner Bey'in n. ayda tasarruf hesabında biriken toplam tutarlar bir (b_n) dizisinin terimleri şeklinde gösterilirse

$b_1 = 10.000$, $b_2 =$, 10.400, $b_3 = 10\ 816$, $b_4 = 11.249$, $b_5 = 11.699$, $b_6 = 12.167$ … … (b_n)

x1,04 x1,04 x1,04 x1,04 x1,04

$(b_n) = (10.000.\ (1{,}04)^{n-1})$ olur.

Bu örneklerde (a_n) dizisinin terimleri sürekli aynı miktar (300 TL) eklenerek artmakta ve (b_n) dizisinin terimleri ise sürekli aynı oranda (1,04) çarpılarak artmaktadır. Bu durumda (a_n) dizisinde ardışık iki terim arasındaki fark hep sabit (300) ve (b_n) dizisinde ardışık iki terim arasındaki oran hep sabit (1,04) sayılardır. O hâlde (a_n) dizisi ortak farkı 300 olan bir aritmetik dizi ve (b_n)dizisi de ortak çarpanı 1,04 olan bir geometrik dizidir. Genel olarak, aritmetik dizilerde ortak fark ''d '' ile, geometrik dizilerde ortak çarpan ''r'' ile gösterilir.

Verilen bilgiler doğrultusunda ''aritmetik dizi'' ve ''geometrik dizi'' kavramlarının tanımını yapınız.

Aritmetik dizi: ....

....

Geometrik dizi: ....

....

1. Yukarıda verilen (a_n) dizisinde yatırılan ilk tutarın $a_1 = 20\ 000$ TL ve her ay yatırılacak sabit tutarın d=300 TL olduğu bilindiğinde bu dizinin başka herhangi bir terimi kolayca bulunabilir. Örneğin bu verilerle (a_n) dizisinin 4. terimi bulunmak isteniyorsa

$a_1 = 20.000$, $a_2 = 20.300$, $a_3 = 20\ 600$, $a_4 = 20.900$ şeklinde olur.

+300 +300 +300

Bu hesaplamada 1. aydan 4. aya kadar ilk tutar olan 20 000 TL' ye 3 tane 300 TL'nin daha eklendiği görülmektedir. O hâlde bu aritmetik dizinin 4. terimi $a_4 = 20\ 000 + 3.300$ şeklinde bir hesaplama ile bulunabilir. Buna göre siz de bu dizinin 20. terimini ve bu örneklerden hareketle herhangi bir (a_n) aritmetik dizisinin ilk terimi (a_1) ve ortak farkı (d) bilindiğinde istenen herhangi bir terimini hesaplayan formülü bulunuz.

....

....

2. Yönergede verilen (b_n) dizisindeki yatırılan ilk tutarın b_1 =10.000 TL ve dizinin ortak çarpanın r=1,04 olduğu bilindiğinde bu dizinin başka herhangi bir terimi kolayca bulunabilir. Örneğin bu verilerle dizinin 3. terimi bulunmak isteniyorsa

$$b_1 = 10.000 \xrightarrow{x1,04} b_2 = 10.400 \xrightarrow{x1,04} b_3 = 10.816$$ şeklinde olur.

Bu hesaplamada ilk tutar olan 10.000 TL'nin, 1. aydan 3. aya kadar 2 kez daha 1,04 oranında katlandığı görülmektedir. O hâlde bu dizinin 3. terimi b_3=10 000.$(1,04)^2$ şeklinde bir hesaplama ile bulunabilir. Buna göre siz de bu dizinin 15. terimini ve bu örneklerden hareketle herhangi bir (b_n) geometrik dizisinin ilk terimi (b_1) ve ortak oranı (r) bilindiğinde istenen herhangi bir terimini hesaplayan formülü bulunuz.

3. Yukarıda tabloda verilen ifadelerin aritmetik dizi ya da geometrik dizi olma durumlarını belirleyerek yanlarındaki boşluklara yazınız. Bu dizilere ait ortak fark ya da ortak oranları tespit ederek istenen terimi bulunuz.

İfadeler	Aritmetik/Geometrik Dizi	Ortak Oran/Ortak Fark	İstenen Terim
1200 km^2 lik bir gölün yüz ölçümü kuraklık nedeniyle her yıl %10 oranında azalmaktadır.		Ortak ....=	20. terim =
Dikildiğinde 60 cm olan bir sarmaşığın boyu her ay 30 cm artmaktadır.		Ortak ....=	15. terim =
Saatte 90 km hızla giden bir aracın hızı her saat 15 km azalmaktadır.		Ortak ....=	5. terim =
İlk yıl 20 ton domates ihraç ederek işe başlayan bir firma ihracatını her yıl %20 oranında artırmıştır.		Ortak ....=	10. terim =

1. ÜNİTE : ***SAYILAR VE CEBİR > Diziler > Gerçek Sayı Dizileri***
Kavram : *Aritmetik Dizi ve Geometrik Dizi*
Genel Beceriler : *Bilgi Okuryazarlığı Becerisi*
Alan Becerileri : *İlişkilendirme Becerisi*

Çalışmanın Adı	**MERDİVENİN YÜKSEKLİĞİ**	*30 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Aritmetik ve geometrik dizileri açıklayabilme.*	

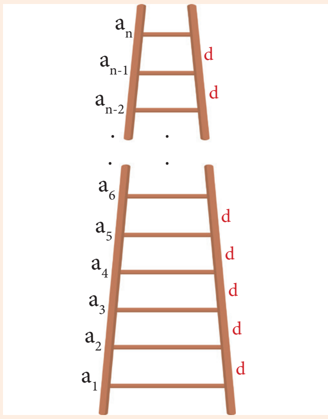
1. Yönerge: *Aşağıda verilen görsel ve bilgilerden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

Bir marangoz, sipariş üzerine merdiven yapmaktadır. Sipariş alırken müşterisine aşağıdaki bilgileri veriyor ve Tablo 1'deki boşluklara sipariş verilen merdivenin ölçülerinin yazılmasını istiyor.

Tablo 1

İlk Basamağın Yerden Yüksekliği	Basamaklar Arasındaki Mesafe	Basamak Sayısı	Son Basamağının Yerden Yüksekliği
a_1	d	n	a_n

- Merdivenin herhangi iki basamağı arasındaki mesafe eşit uzunluktadır ve bu mesafe müşterinin isteğine bağlı olarak değişebilir.
- Basamak kalınlıkları ölçümlerde ihmal edilecektir.
- Görselden faydalanarak Tablo 1'de istenen bilgilerden herhangi üçünün doldurulması hâlinde istenen ölçülerde merdiven yapılabilecektir.



Görsel 1

Tablo 2

İlk Basamağın Yerden Yüksekliği	Basamaklar Arasındaki Mesafe	Basamak Sayısı	Son Basamağının Yerden Yüksekliği
a_1	d	n	a_n
30 cm	20 cm		310 cm

Örneğin müşteri Tablo 2'de ölçüleri verilen merdiveni istediğinde marangoz $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$ denklemini kullanıp tabloda verilmeyen değeri hesaplayarak merdiveni inşa etmeye başlayacaktır.

$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$ denkleminde Tablo 2'deki değerler yerine yazılırsa $310 = 30 + (n - 1) \cdot 20$ olur.

Buradan $280 = (n - 1) \cdot 20$, $14 = n - 1$ ve $n = 15$ bulunur. Sipariş verilen merdiven 15 basamaklı bir merdiven olacaktır.

Merdivenin her bir basamağının yerden yüksekliği sırasıyla bir dizi hâlinde yazılırsa (30, 50, 70, 90, 110, 130, 150, 170, 190, 210, 230, 250, 270, 290, 310) dizisi 15 terimli sonlu bir aritmetik dizi olur ve bu dizinin ortak farkı 20 dir.

Tablo 1'deki verilerden a_1 dizinin ilk terimi ve d ortak farkı olmak üzere sonsuz uzunlukta bir merdivenin k. basamağının yerden yüksekliğini veren $a_k = a_1 + (k - 1) \cdot d$ denklemi aritmetik dizinin genel terimidir.

Buna göre "aritmetik dizi" kavramının tanımını yapınız.

Aritmetik dizi: ....

....

1. İlk terimi 5 ve ortak farkı (-2) olan aritmetik dizinin genel terimini bulunuz.

....

2. Genel terimi $a_n = 5n - 2$ olan bir aritmetik dizinin ilk terimini ve ortak farkını bulunuz.

....

***2. Yönerge:** Aşağıda verilen görsel ve bilgilerden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

İnternet üzerinden oynanan çevrim içi oyunun tanıtımı için 4 096 kişinin katıldığı bir turnuva düzenlenecektir. Turnuvaya katılan kişiler kura ile dörder kişilik gruplara ayrılacak ve oyun oynayacaktır. Her oyunun bir galibi olacak ve galip gelen bir üst tura çıkacaktır. Turnuva bir üst turda da dörder kişilik oyunların tek galibinin üst tura çıkması ile devam edecek ve en son tek kişi kalana kadar devam edecektir. Bir üst tura alt turdaki toplam oyuncu sayısının $\frac{1}{4}$ i çıktığı için her bir turdaki oyuncu sayısı aşağıdaki gibi hesaplanır:

1. Tur: $4096 = 4096 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^0$

2. Tur: $4096 \cdot \frac{1}{4} = 4096 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^1$

3. Tur: $4096 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = 4096 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2$

4. Tur: $4096 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = 4096 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3$

(...)

a_n: n. turdaki oyuncu sayısı

a_1: Turnuvaya katılan oyuncu sayısı

n : Tur sayısı

r : Üst turdaki oyuncu sayısının alt turdaki oyuncu sayısına oranı

Turnuvaya katılan oyuncu sayısının değişmesi hâlinde yandaki hesaplamalar $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ formülü ile yapılabilir.

Tablo 1

Tur Sayısı	1. Tur	2. Tur	3. Tur	4. Tur	5. Tur	6. Tur	7. Tur
Kişi Sayısı	4096	1024	256	64	16	4	1

Tablo 1'e göre oyuna katılan bir kişinin turnuvayı birinci olarak bitirmesi için 6 oyunda galip gelmesi gerekir. Turnuvanın tüm turlarındaki kişi sayıları sırasıyla dizi hâlinde yazılırsa (4096, 1024, 256, 64, 16, 4, 1) dizisi 7 terimli sonlu bir geometrik dizi olur. Bu dizide ardışık herhangi iki terimden bir sonraki terimin bir önceki terime oranı her zaman sabit olup bu değer $\frac{1}{4}$ dir. Bu orana geometrik dizinin ortak çarpanı denir. Sonsuz sayıda terimi olan bir geometrik dizinin k. terimini veren $a_k = a_1 \cdot r^{k-1}$ denklemi geometrik dizinin genel terimidir.

Buna göre hareketle "geometrik dizi" kavramının tanımını yapınız.

Geometrik Dizi: ....

....

1. İlk terimi 6 ve ortak çarpanı 3 olan geometrik dizinin genel terimini bulunuz.

....

2. Genel terimi $a_n = 5 \cdot 4^{n-1}$ olan bir geometrik dizinin ilk terimini ve ortak çarpanını bulunuz.

....

3. Tablo 2'de verilen dizilerden geometrik dizi veya aritmetik dizi olanlarını bularak bu dizilerin karşısına "√" işareti koyunuz.

Tablo 2

Diziler	Geometrik Dizi	Aritmetik Dizi	Geometrik veya Aritmetik Dizi Değil
(7, 10, 13, 16, 19, 21, … , 3n+4, ...)			
(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, … ,1, …)			
(4, 12, 36, 108, … , $4 \cdot 3^{n-1}$, …)			
(1, 8, 27, 64, … , n^3, …)			

Hazırlayan: *İsmail Hakkı ÜSTÜNEL*

1. ÜNİTE : SAYILAR VE CEBİR > Diziler > Gerçek Sayı Dizileri
Kavram : Toplam Sembolü
Genel Beceriler : Eleştirel Düşünme Becerisi
Alan Becerileri : İlişkilendirme Becerisi

Çalışmanın Adı	**BANKA KREDİSİ**	20 dk.
Çalışmanın Amacı	Toplam sembolünü ifade edebilme.	

Yönerge: *Aşağıda verilen bilgilerden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

Rasim Bey bir bankadan ödemesi ilk ay 3000 Türk lirası ve daha sonraki her ay bir önceki ödeme miktarından 50 Türk lirası fazla olacak şekilde 60 ay geri ödemeli konut kredisi çekmiştir.

Rasim Bey'in her ay yaptığı kredi ödemelerini taksit sayısına bağlı bir f fonksiyonu olarak modelleyebiliriz. Rasim Bey'in k. taksit için ödediği miktar a_k olarak alınırsa taksit sayısına bağlı yaptığı ödeme miktarını veren fonksiyon $f(k)= a_k$ olur. Burada yapılan

$k = 1$ için 1. taksit $f(1) = a_1 = 3000$ Türk lirası
$k = 2$ için 2. taksit $f(2) = a_2 = 3050$ Türk lirası
$k = 3$ için 3. taksit $f(3) = a_3 = 3100$ Türk lirası
$\vdots$

Görsel 1

k. taksit $f(k) = a_k = 3000 + (k-1)\cdot 50$ Türk lirası olarak ifade edilir.

Burada f fonksiyonu, genel terimi a_k olan sonlu bir dizi belirtir.

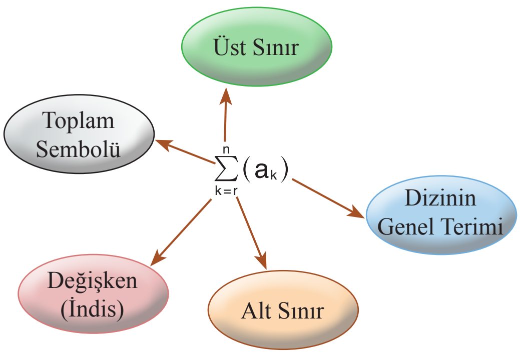
Aşağıda Rasim Bey'in ardışık olarak yapmış olduğu ödemeler toplamının matematiksel gösterimlerine örnekler verilmiştir.

İlk 3 ay bankaya ödenen toplam taksit tutarı $a_1 + a_2 + a_3 = \sum_{k=1}^{3}(a_k)$ ile gösterilir.

Tüm kredi borcu için ödenen toplam taksit tutarı $a_1 + a_2 + a_3 \dots + a_{59} + a_{60} = \sum_{k=1}^{60}(a_k)$ ile gösterilir.

5, 6, 7, 8, 9 ve 10. taksit ödemeleri toplamı $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = \sum_{k=5}^{10}(a_k)$ ile gösterilir.

$\sum_{k=5}^{10}(a_k)$ İfadesindeki "$\sum$" sembolü Yunancada "toplama" sözcüğünün ilk harfidir ve bu harf "sigma" şeklinde okunur. Bu işaret matematikte ise toplam sembolü olarak kullanılır. k ye değişken ya da indis, "a_k" ye dizinin genel terimi denir. Sembolün altında bulunan $k = 5$ sayısı alt sınır, sembolün üstünde bulunan 10 sayısı ise üst sınır olarak adlandırılır. "$\sum_{k=5}^{10}(a_k)$" ifadesi ise dizinin beşinci ve onuncu terimleri dâhil beşinci terimden onuncu terime kadar olan tüm terimlerinin toplamını ifade eder.



Buna göre “toplam sembolü” kavramının tanımını yapınız.

Toplam sembolü: ....

....

1. Aşağıda toplam sembolüyle verilen eşitlikler ile ilgili boşlukları doldurunuz.

- $\sum_{k=1}^{6}(b_k)$ = ...
- $\sum_{k=3}^{8}(2.k)$ = ...
- $\sum_{k=\cdots}^{\cdots}(\cdots)$ $= 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 12^2$
- $\sum_{n=4}^{9}(3^n)$ = ...
- $\sum_{k=\cdots}^{\cdots}(\cdots\cdots)$ $= 13 + 16 + 19 + 22 + \ldots + 37$

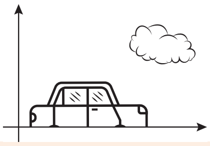
Hazırlayan: *Turgay KIZGIN*

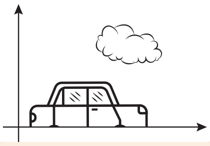
2. ÜNİTE : ***GEOMETRİ > Dönüşümler > Analitik Düzlemde Temel Dönüşümler***
Kavram : *Öteleme Dönüşümü ve Simetri Dönüşümü*
Genel Beceriler : *Bilgi Okuryazarlığı Becerisi*
Alan Becerileri : *İlişkilendirme Becerisi*

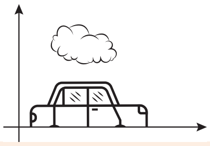
Çalışmanın Adı	KİRİGAMİ	20 dk.
Çalışmanın Amacı	Öteleme dönüşümünü ve simetri dönüşümünü açıklayabilme.	

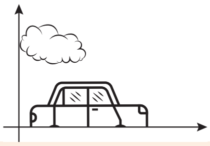
1. Yönerge: *Aşağıda verilen görseller ve bilgilerden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

Aşağıdaki görsellerde koordinat ekseninde basit bir animasyon filminin hazırlanışı gösterilmektedir. Sahne, koordinat düzleminin birinci bölgesinde modellenmiştir. Bu animasyonda araba sürekli hareket hâlinde gösterilmek istenmiştir. Bunun için arabanın hareket ettirilmesi yerine, üzerinde bulunan bulutun her görselde biraz daha sola taşınması tercih edilmiştir.


Görsel 1


Görsel 2


Görsel 3


Görsel 4

Bulutun görsellerdeki gibi hareket ettirilmesi sırasında şekli bozulmamış, boyutları aynı kalmış; bulut büyüyüp küçülmemiş, yön değiştirmemiştir. Bulutun hiçbir özelliğinin değiştirilmeden buluta yaptırılan eksenlere paralel yer değiştirme hareketine öteleme dönüşümü denmektedir.

Buna göre “öteleme dönüşümü” kavramının tanımını yapınız.

Öteleme Dönüşümü: ....

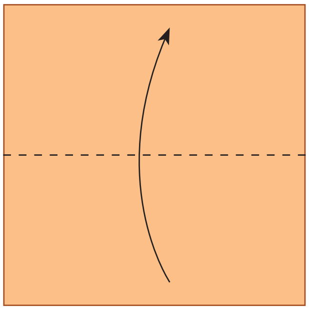
....

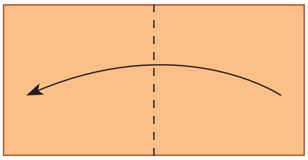
....

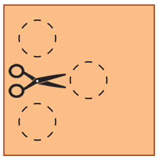
2. Yönerge: *Aşağıda verilen görseller ve bilgilerden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

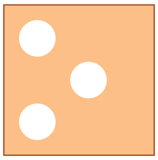
Kirigami, Japoncada “kesmek” anlamındaki kiru ve “kâğıt” anlamındaki gami sözcüklerinin birleşiminden meydana gelmiş olup kesme işleminin de kullanıldığı kâğıt katlama sanatına verilen addır. Genelde Kirigami katlanmış bir temel ile başlar, ardından kâğıt kesilir ve düzleştirilerek açılır böylece kirigami tamamlanır.

Aşağıdaki beş görselde basit tarzda bir kirigami çalışması adım adım anlatılmıştır.


Görsel 5
1. adım
Kâğıdı ok yönünde iz yaparak katlayınız.


Görsel 6
2. adım
Kâğıdı ok yönünde iz yaparak tekrar katlayınız.

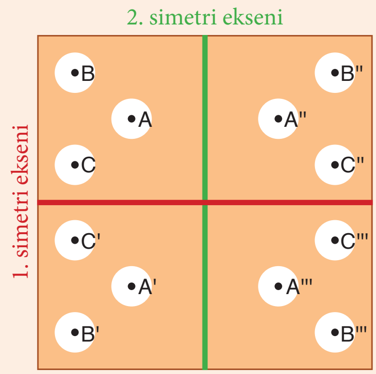

Görsel 7
3. adım
Makas ile görseldeki gibi üç tane daire kesip çıkarınız.


Görsel 8
4. adım
Kâğıdı tamamen açınız.

Görsel 5'te verilen çalışmanın son biçiminde kâğıdın katlama yerleri koordinat ekseni olarak kabul edilmiştir. Koordinat eksenleri simetri ekseni olur ve böylelikle kesip çıkarılan dairelerin merkez noktaları isimlendirildiğinde A noktasının 1. simetri eksenine olan uzalığı ile A' noktasının 1. simetri eksenine olan uzaklığı birbirine eşit olur. Bu yüzden A noktası ile A' noktası 1. simetri eksenine göre simetrik noktalardır.

B' noktası ile B''' noktasının 2. simetri eksenine olan uzaklıkları da birbirine eşit olduğu için B' noktası ile B''' noktası 2. simetri eksenine göre simetrik noktalardır.

Aynı şekilde C' noktası ile C'' noktasının orijine olan uzaklıkları da birbirine eşit olduğu için C' noktası ile C'' noktası orijine göre simetrik noktalardır.



Görsel 8

Buna göre "simetri dönüşümü" kavramının tanımını yapınız.

Simetri dönüşümü: ....

....

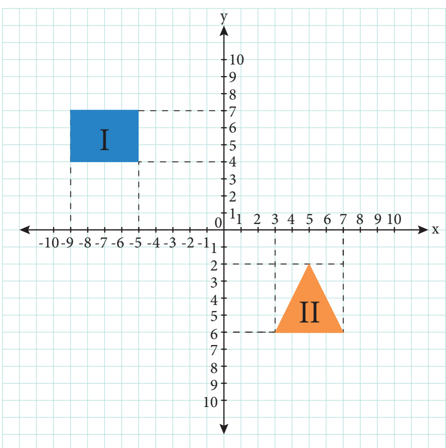
....

....

....

3. Yönerge: *Aşağıda verilen görsel ve bilgilerden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

1. Şekilde koordinat düzleminde iki geometrik şekil verilmiştir. I. şekli x ekseni boyunca 6 birim sağa, y ekseni boyunca 3 birim aşağıya; II. şekli ise x ekseni boyunca 5 birim sola, y ekseni boyunca 6 birim yukarıya öteleyip şekillerin kesişim bölgesini gösteriniz.



Şekil 1

2. Görsel 21'de verilen 17:15 i gösteren saatin aynadaki görüntüsünü yansıma simetri dönüşümünden yararlanarak Görsel 22'de boş bırakılan dijital saat ekranı üzerinde elde ediniz.

Görsel 9 Görsel 10

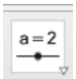
2. ÜNİTE	: ***GEOMETRİ >Dönüşümler >Analitik Düzlemde Temel Dönüşümler***
Kavram	: *Dönme, Dönme Merkezi, Dönme Açısı*
Genel Beceriler	: *Yaratıcı Düşünme Becerisi*
Alan Becerileri	: *İlişkilendirme Becerisi*

Çalışmanın Adı	**DÖNEN KUŞ**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Dönme, dönme merkezi ve dönme açısı kavramlarını tanımlayabilme.*	

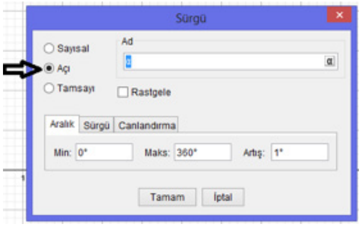
1. Yönerge: *Aşağıda verilen metinden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

Bazı kuşlar havada avının ya da yuvasının etrafında dönerek hareket eder. Avını ya da yuvasını merkez alarak yaptığı bu hareket bir dönme hareketidir. Bu çalışmada GeoGebra programıyla bir kuşun avının etrafında dönmesinin simülasyonu yapılacaktır. Aşağıda verilen adımları sırayla takip ediniz.

1. Adım: GeoGebra programını açınız.

2. Adım: 

simgesinden a sürgüleri oluşturunuz.

Açılan pencereden“Açı”yı 

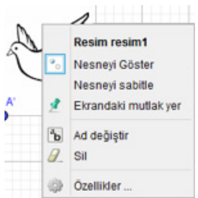
seçiniz.

3. Adım: Daha önceden seçtiğiniz bir kuş resmini ekleyeceksiniz. Bunun için 

penceresinden resim seçeneğini seçiniz. Açılan pencereden daha önceden belirlediğiniz kuş resmini seçip “Aç” düğmesine bastığınızda seçilen resim sayfanıza gelecektir. Gelen resmin sağ ve sol alt köşelerinde A ve B noktaları olacaktır.

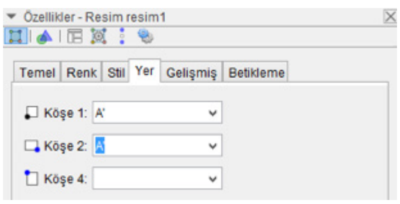
4. Adım: Ekranın sol alt köşesinde bulunan kısmına 

“Döndür (A,α)" yazarak enter tuşuna basınız. Bu işlemi “Döndür(B,α)" şeklinde tekrarlayınız.

5. Adım: Resminizin üzerine gelip farenizin sağ tuşuna tıklayarak 

özellikler seçeneğini işaretleyiniz.

Açılan pencerede köşeleri aşağıdaki görselde olduğu gibi A’ ve B’ olarak seçiniz.



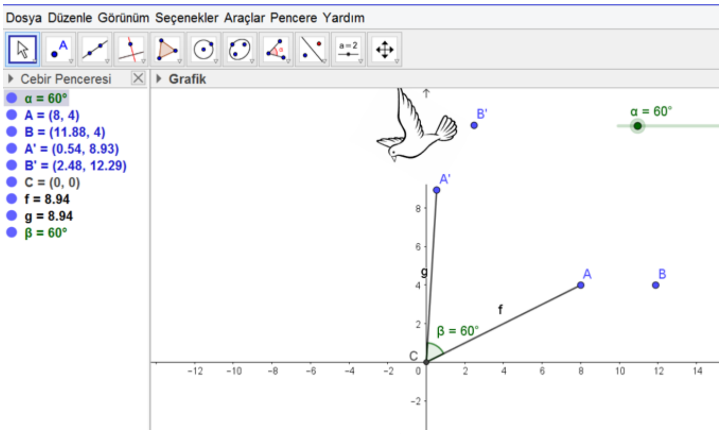
6. Adım: Ekranın sol alt köşesinde bulunan bu 

giriş kısmına “C=(0,0)” yazıp Enter tuşuna basarak başlangıç noktasında bir C noktası oluşturunuz.

Daha sonra  sembolüne basarak önce A noktasına sonra başlangıç noktasındaki C noktasına basarak AC doğru parçasını, önce A' noktasına sonra başlangıç noktasındaki C noktasına basarak A'C doğru parçasını oluşturunuz.

7. Adım: Ortadaki  açı sembolünü seçiniz. Sırayla A, C ve A' noktalarına basınız.

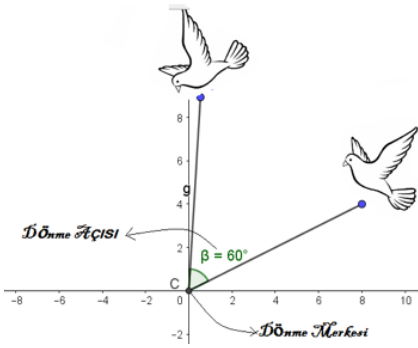
Bütün bu işlemlerden sonra aşağıdaki görüntü elde edilecektir. Görselde dönme açısı 60 derecedir.



Görsel 1

8. Adım: Sürgünüzü hareket ettirin. Sürgünüzü hareket ettirdiğinizde kuşunuzun başlangıç noktasının etrafında sürgüde yazan açı kadar döndüğünü göreceksiniz.

Yaptığınız bu çalışmada yandaki görselde olduğu gibi bir nesneyi, bir noktayı merkez alarak noktanın etrafında belli bir dönme açısı ile döndürmeyi öğrendiniz. Eğer nesne saatin dönüş yönünün tersine dönerse pozitif yönlü dönme, eğer nesne saatin dönüş yönüyle aynı yönde dönerse negatif yönlü dönme olarak tanımlanır.



Görsel 2

Buna göre “dönme”, “dönme merkezi” ve “dönme açısı” kavramlarının tanımını yapınız.

Dönme: . . . .

Dönme merkezi: . . . .

Dönme açısı: . . . .

Yukarıda yaptığınız çalışmada sürgüyü hareket ettirerek nesnenin dönmesini gözlemleyiniz ve tablodaki ifadelerden doğru olanların karşısına "D", yanlış olanların karşısına "Y" yazınız.

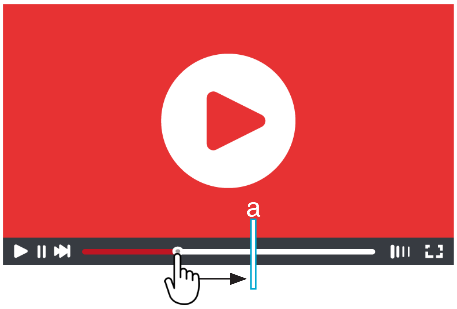
	İfadeler	D/Y
1	Nesne dönme sırasında merkezden uzaklığı değişmez.	
2	Nesnenin bütün noktaları aynı açı ile döner.	
3	Nesnenin dönüş yönü nesnenin yönünü etkilemez.	
4	Dönme merkezinin değiştirilmesi nesnenin yönünü etkilemez.	

3. ÜNİTE : ***SAYILAR VE CEBİR > Türev > Limit ve Süreklilik***
Kavram : *Bir Noktada Limit*
Genel Beceriler : *Eleştirel Düşünme Becerisi*
Alan Becerileri : *İlişkilendirme Becerisi*

Çalışmanın Adı	**İKİ YÖNDEN YAKLAŞMA**	20 dk.
Çalışmanın Amacı	*Bir fonksiyonun verilen bir noktada limitinin olup olmadığını ifade edebilme.*	

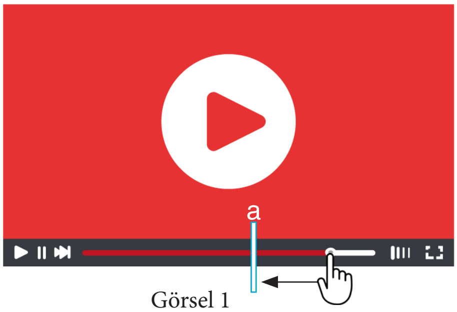
1. Yönerge: *Aşağıda verilen görselleri inceleyerek metinleri okuyunuz ve soruyu yanıtlayınız.*

Bir film izlerken oynatıcıdaki imleci ileri veya geri sürükleyerek filmin o andaki sahnesini ileri veya geri alabiliriz.



a dakikasından gerideki herhangi bir süreden (x. dakika) imleci sürükleyerek filmi a. dakikasına doğru ileriye sardığımızı düşünelim.

x değişkeni a gerçek sayısına a dan küçük değerlerle yaklaşıyorsa bu tür yaklaşmaya “soldan yaklaşma” denir ve $x \to a^-$ biçiminde gösterilir.

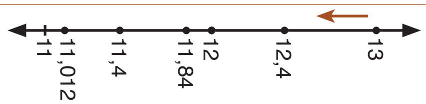


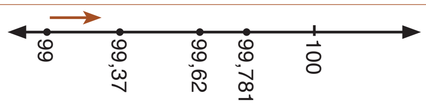
Görsel 1

a dakikasından ilerideki herhangi bir süreden (x. dakika) imleci sürükleyerek filmi a. dakikasına doğru geriye sardığımızı düşünelim.

x değişkeni a gerçek sayısına a dan büyük değerlerle yaklaşıyorsa bu tür yaklaşmaya “sağdan yaklaşma” denir ve $x \to a^+$ biçiminde gösterilir.

1. Aşağıda verilen sayıların yaklaşımını ifade ve gösterimlerden doğru olanları ile eşleştiriniz.

I. 

II. 

III.

4,9	4,09	4,009	4,0009	...

IV. 17,9 , 17,99 , 17,999; ...

1. Azalarak 5 e yaklaşmaktadır.
2. Artarak 100 e yaklaşmaktadır.
3. Artarak 13 e yaklaşmaktadır.
4. Azalarak 11 e yaklaşmaktadır.
5. Artarak 5 e yaklaşmaktadır.
6. Azalarak 18 e yaklaşmaktadır.
7. Artarak 18 e yaklaşmaktadır.
8. Azalarak 4 e yaklaşmaktadır.

a) $x \to 11^+$
b) $x \to 4^+$
c) $x \to 13^+$
d) $x \to 100^+$
e) $x \to 18^-$
f) $x \to 18^+$
g) $x \to 5^-$
h) $x \to 100^-$

2. Yönerge: *Aşağıda verilen soruların yanıtlarını ilgili boşluklara yazınız.*

1. Bir kenar uzunluğu x birim olan kare şeklindeki bir örtünün çevresinin uzunluğunu x e bağlı olarak veren fonksiyonu f: $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, f(x) -4x şeklinde oluşturalım. Aşağıda verilen tabloyu doldurarak örtünün bir kenar uzunluğunun 10 birime soldan ve sağdan yaklaştığında örtünün çevresinin hangi sayıya yaklaştığını tahmin ediniz.

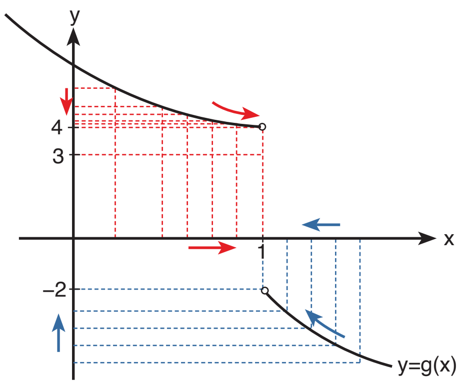
	$x \to 10^-$						$x \to 10^+$				
x	9	9,5	9,9	9,99	...	10	...	10,00001	10,12	10,6	11
f(x) = 4x											

- f fonksiyonunda x, 10 a soldan yaklaştığında fonksiyonun değerinin yaklaştığı 40 sayısına f fonksiyonunun $x=10$ noktasındaki "soldan limiti" denir ve $\lim\limits_{x\to 10^-} f(x)=40$ biçiminde gösterilir.

- f fonksiyonunda x, 10 a sağdan yaklaştığında fonksiyonun değerinin yaklaştığı 40 sayısına f fonksiyonunun $x=10$ noktasındaki "sağdan limiti" denir ve $\lim\limits_{x\to 10^+} f(x)=40$ biçiminde gösterilir.

- f fonksiyonunda x=10 noktasındaki soldan ve sağdan limitler eşit ve bir gerçek sayı olduğundan f fonksiyonunun $x=10$ noktasındaki "limiti vardır" denir ve $\lim\limits_{x\to 10} f(x)=40$ biçiminde gösterilir.

2. Aşağıda verilen g fonksiyonunun grafiği üzerinden x değişkeninin 1 sayısına soldan ve sağdan yaklaşırken g fonksiyonunun aldığı değerlerin nasıl değiştiğini inceleyiniz ve boşlukları doldurunuz.



Şekil 1

- $g(1) =$ ....
- $\lim\limits_{x\to 1^-} g(x) =$ ....
- $\lim\limits_{x\to 1^+} g(x) =$ ....
- $\lim\limits_{x\to 1} g(x) =$ ....

g fonksiyonunda x=1 noktasındaki soldan ve sağdan limitler birbirine eşit olmadığı için g fonksiyonunun x=1 noktasında "limiti yoktur" denir. Limit, x bağımsız değişkeni bir a sayısına yaklaşırken (a sayısı civarındayken) fonksiyonun a da tanımlı olup olmadığına bakılmaksızın yaklaştığı değerle ilgilenilir.

Buna göre "soldan limit", "sağdan limit" ve "bir noktada limit" kavramlarını tanımlayınız.

Soldan limit: ....

Sağdan limit: ....

Bir noktada limit:...

3. Yönerge: *Aşağıdaki tabloda verilen ifadelerden doğru olanların karşısına "D", yanlış olanların karşısına "Y" yazınız.*

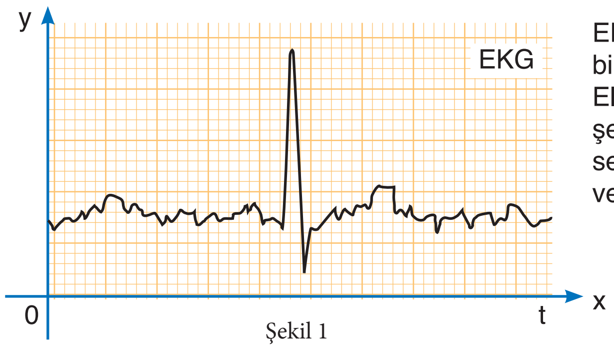
İfadeler	**D/Y**
Bir fonksiyonun bir noktada birden çok limit değeri olabilir.	
$A \subset \mathbb{R}$ ve $f: A \to \mathbb{R}$ olmak üzere f fonksiyonunun $x=a$ da limit değeri (varsa) daima bir gerçek sayıdır.	
$x \to a$ ifadesi hem soldan hem sağdan yaklaşmayı ifade eder.	
$\lim\limits_{x\to a} f(x) = L$ ise f fonksiyonunun $x=a$ da soldan limiti vardır.	
Bir f fonksiyonun $x=a$ da limitinin olabilmesi için f(a) tanımlı olmalıdır.	

Hazırlayan: *Volkan YILMAZ*

3. ÜNİTE : ***SAYILAR ve CEBİR > Türev > Limit ve Süreklilik***
Kavram : *Süreklilik*
Genel Beceriler : *Problem Çözme Becerisi*
Alan Becerileri : *Muhakeme Becerisi*

Çalışmanın Adı	**SÜREKLİ Mİ?**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Süreklilik kavramını ifade edebilme.*	

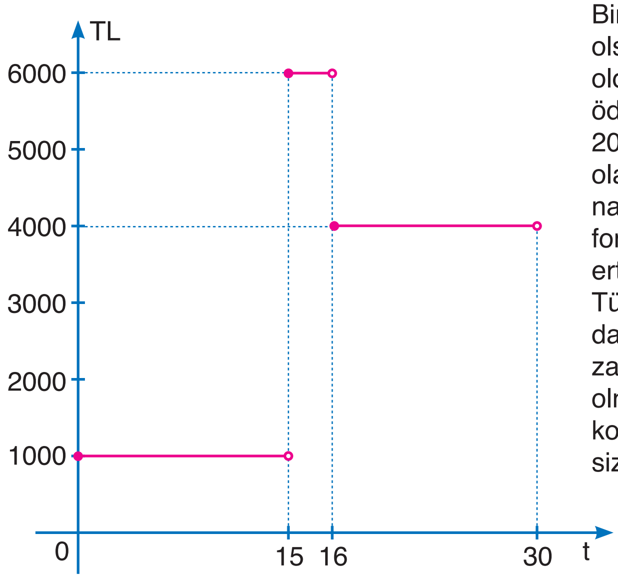
Yönerge: *Aşağıda verilen görsel ve bilgilerden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*



Şekil 1

EKG cihazı, cilt üzerine yapıştırılan elektrotlar ile kalbin yarattığı elektriksel aktivitenin ölçülmesini sağlar. Elektrotların bağlı olduğu cihaz bu aktiviteyi grafiksel şekillere dönüştürerek özel bir kâğıda basar. Görsel1'de bir EKG cihazının 0-t sn. aralığındaki grafiği verilmiştir. Bu zaman aralığında fonksiyon süreklidir.

Elinize bir kalemi alıp [0, t]'nda tanımlı bu fonksiyon grafiğinin üzerinden geçtiğinizde kalemi kâğıttan kaldırmadan çizebildiğinizi fark edersiniz. Tek değişkenli gerçel fonksiyonlar için grafiğini el kaldırmadan çizebilme şartının sağlandığı fonksiyonlar o aralıkta süreklidir, denir.



Şekil 2

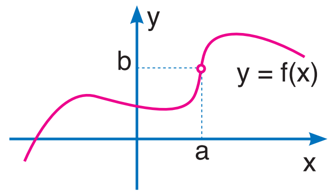
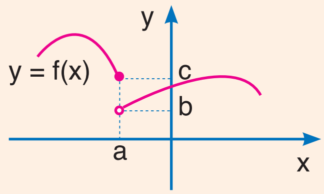
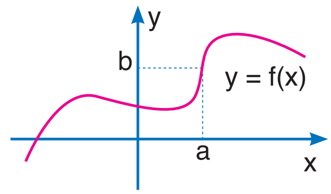
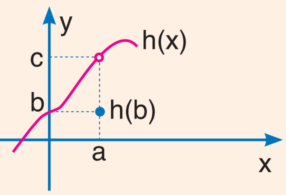
Bir banka hesabında t zamandaki para miktarı g(t) olsun. İlk durumda banka hesabında 1000 Türk lirası olduğu, her ayın 15 inde 5000 Türk liralık bir maaş ödemesinin hesaba aktarıldığı ve her ayın 16 sında 2000 Türk liralık kira ödemesinin hesaptan otomatik olarak çekildiği düşünülsün. Şekil 2'de g fonksiyonuna ait bir grafik gösterilmiştir. Buna göre 15. gün için fonksiyonun değeri bir anda 6000 Türk lirası olmuş, ertesi gün t=16 için ise fonksiyonun değeri 4000 Türk lirasına düşmüştür. Hesaba para yatırıldığında ya da hesaptan para çekildiğinde çok küçük bir zaman aralığında para miktarında büyük değişiklikler olmuştur. g fonksiyonunun grafiğinde oluşan ani kopma veya sıçramadan dolayı bu fonksiyon süreksizdir.

Buna göre **süreklilik** kavramının tanımını yapınız.

Süreklilik: ....

....

1. Sol sütunda yer alan ifadeleri sağ sütundaki uygun fonksiyon grafikleriyle eşleştiriniz.

	İfadeler		**Fonksiyon**
1.	x=a apsisli noktada tanımlı ve limite sahip olmasına rağmen bu noktadaki limiti görüntüsüne eşit değildir.	a.	 Şekil 3
2.	Fonksiyon x=a apsisli noktada tanımlı olmadığından bu noktada fonksiyon sürekli değildir.	b.	 Şekil 4
3.	Fonksiyon x=a apsisli noktada süreklidir.	c.	 Şekil 5
4.	Fonksiyonun x=a apsisli noktada tanımlı olmasına rağmen bu noktada limiti olmadığından fonksiyon x=a apsisli noktada sürekli değildir.	d.	 Şekil 6

2. Aşağıda verilen tablodaki ifadelerden doğru olanların karşısındaki boşluğa "D", yanlış olanların karşısındaki boşluğa "Y" yazınız.

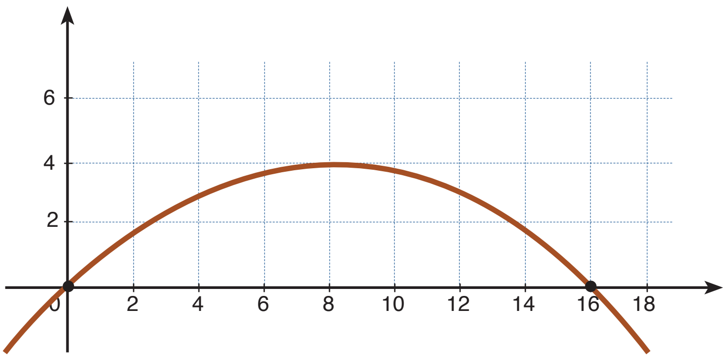
İfadeler	**D/Y**
Polinom şeklindeki fonksiyonlar süreklidir.	
f ve g fonksiyonları a noktasında sürekli ise $f+g$, $f-g$, $f.g$ ve $\frac{f}{g}$ $(g\neq 0)$ fonksiyonları da a noktasında süreklidir.	
Tanım kümesinin her noktasında sürekli olan fonksiyonlara sürekli fonksiyon denir.	
f fonksiyonunun bir x= a apsisli noktasındaki limitinin değeri fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne eşit oluyorsa f(x) fonksiyonu x= a noktasında süreklidir.	
f fonksiyonun bir x= a noktasında limiti var ise fonksiyon o noktada süreklidir.	

3. ÜNİTE : ***SAYILAR VE CEBİR > Türev > Anlık Değişim Oranı ve Türev***
Kavram : *Türev*
Genel Beceriler : *Eleştirel Düşünme Becerisi*
Alan Becerileri : *İlişkilendirme Becerisi*

Çalışmanın Adı	**DALGA SÖRFÜ**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Türev kavramını tanımlayabilme.*	

Yönerge : *Aşağıda verilen metni okuyunuz, grafik ve tabloları inceleyip soruları cevaplayınız.*

Dalga sörfü yapmayı seven Sabri bir dalga üzerinde sörf yaparken Sibel, t (sn) zamanı göstermek üzere, Sabri'nin deniz seviyesinden yüksekliğini (m) $f(t) = -\frac{t^2}{16} + t$ şeklinde modelliyor. Sabri'nin sörf yaparken deniz seviyesinden yüksekliğinin zamana göre değişimi grafik ve tablo ile aşağıdaki gibi gösterilmiştir.



Şekil 1

t (saniye)	y=f(t) (metre)
0	0
2	1,75
4	3
6	3,75
8	4
10	3,75
12	3
14	1,75
16	0

Tablo 1

Tablo 1'deki verilere göre Sabri ilk 4 saniyede 0 m den 3 m yüksekliğe çıkmıştır. Sabri'nin deniz seviyesine olan dikey uzaklığındaki bu artışa yükseklikteki "değişim" denir.

İlk 4 saniyedeki değişim = Son durum – İlk durum = 3 – 0 = 3 m

Sabri'nin konumundaki değişimin zamandaki değişime oranına "ortalama değişim oranı" denir. t_0 ve t_1 saniyeleri arasındaki ortalama değişim oranı $\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$ şeklinde ifade edilir. Sabri'nin ilk 4 saniyedeki ortalama değişim oranı $= \frac{\text{yükseklikteki değişim}}{\text{süredeki değişim}} = \frac{3 - 0}{4 - 0}$ =0,75 m/sn. dir. Bu oran aynı zamanda 0-4 saniye aralığında Sabri'nin dikey doğrultudaki hızını gösterir.

1. Sabri'nin 2 ve 4. saniyeler arasındaki yüksekliğinin değişimini bulunuz.

....

2. Sabri'nin 0 ve 2. saniyeler ile 2 ve 4. saniyeler arasındaki ortalama değişim oranlarını bulunuz.

....

2. soruda görüldüğü gibi 0-4 saniye aralığının 0-2 saniye arasındaki ortalama değişim oranı ile 2-4 saniye arasındaki ortalama değişim oranı aynı değildir. Bundan dolayı 0-4 saniye aralığında Sabri'nin hızının hep 0,75 m/sn olduğu söylenemez. Bu değerler Sabri'nin belli bir saniyedeki hızının tam olarak kaç olduğunu göstermez. Şimdi Sabri'nin 4. saniyedeki hızının tam olarak kaç olduğunu bulmak için 4. saniyeye daha yakın aralıklarda ortalama değişim oranlarını Tablo 2'den inceleyelim.

	Zaman Aralığı	Yükseklikteki Değişim (Δy)	Ortalama Değişim Oranı $\left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)$	
↓	[3,6 , 4]	0,21	0,525	↓
	[3,8 , 4]	0,1025	0,5125	
	[3,9 , 4]	0,050625	0,50625	
	…	…	…	
↑	[4 , 4,1]	0,049375	0,49375	↑
	[4 , 4,2]	0,0975	0,4875	
	[4 , 4,4]	0,19	0,475	

Tablo 2

Tablo 2'de zaman aralığının gittikçe 4. saniyeye doğru soldan ve sağdan yaklaştığına dikkat edin. Zaman aralığındaki değişimin sıfıra yaklaşmasıyla ortalama değişim oranının yaklaştığı değer (limiti) Sabri'nin tam 4. saniyedeki hızını verir. Sabri'nin tam o andaki hızına "anlık değişim oranı" denir. Sabri'nin bir t_0 anındaki anlık değişim oranı (anlık hızı) $\lim\limits_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right) = \lim\limits_{t \to t_0}\frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0}$ şeklinde ifade edilir.
Bir f fonksiyonunun a anındaki anlık değişim oranına fonksiyonun "a noktasındaki türevi" denir ve $f'(a)$ veya $\frac{df(a)}{dx}$ ile gösterilir. Türevi (anlık değişim oranını) veren limitin var olabilmesi için limitin tanımından soldan ve sağdan limitlerin mevcut ve birbirine eşit olması gerektiğini hatırlayalım. Soldan limite f fonksiyonunun a apsisli noktasındaki "soldan türevi" denir ve $f'(a^-)$ ile gösterilir. Sağdan limite f fonksiyonunun a apsisli noktasındaki "sağdan türevi" denir ve $f'(a^+)$ ile gösterilir. Ayrıca ortalama değişim oranını hesaplayabilmek için f(a) tanımlı olmalıdır.

Buna göre "soldan türev", "sağdan türev" ve "türev" kavramlarının tanımını yazınız.

Soldan türev: ……………………………………………………………………………………………………

Sağdan türev: ……………………………………………………………………………………………………

Türev: ……………………………………………………………………………………………………

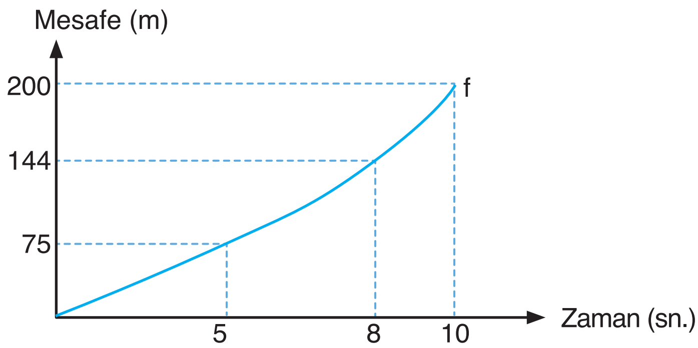
Hazırlayan: *Volkan YILMAZ*

3. ÜNİTE ***: SAYILAR VE CEBİR > Türev > Anlık Değişim Oranı ve Türev***
Kavram : Türev, Sağdan ve Soldan Türev
Genel Beceriler : Problem Çözme Becerisi
Alan Becerileri : İlişkilendirme Becerisi

Çalışmanın Adı	**DENEME SÜRÜŞÜ**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Türev, sağdan ve soldan türev kavramlarını açıklayabilme.*	

1. Yönerge: *Aşağıda verilen metin ve grafikten hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

Bir otomobil fabrikasında mühendis olan Sinan Bey, henüz test aşamasında olan bir otomobil ile deneme sürüşü yapıyor. Aracın ilk 10 saniyede zamana (sn.) bağlı aldığı mesafeyi (m) veren f fonksiyonunun kuralı ve grafiği aşağıdaki şekilde oluşturuluyor.



Şekil 21

Sinan Bey elde ettiği f fonksiyonundan yararlanarak aracın 5 ve 8. saniyeler arasındaki ortalama hızını aşağıdaki şekilde buluyor.

$$V_{ort} = \frac{f(8)-f(5)}{8-5} = \frac{144-75}{3} = \frac{69}{3} = 33 \text{ m/sn.}$$

- x_0. saniyedeki anlık hızı bulmak için x değişkeni belirlenir.
- x ve x_0 zamanları arasındaki ortalama hızı veren fonksiyon yazılır.
- Ortalama hız fonksiyonunda x değerlerinin x_0 a yaklaştıkça f(x) değerlerinin değişimini görmek için limit alınır.

1. Sinan Bey'in elde ettiği ifadeyi yazınız.

....

....

Sinan Bey'in anlık hızı bulabilmek için elde ettiği bu limit ifadesi, f fonksiyonunun x_0 noktasındaki türevini vermektedir.

Buna göre "f fonksiyonunun x_0 noktasındaki türevi" kavramının tanımını yapınız.

f fonksiyonunun x_0 noktasındaki türevi: ....

....

→ f fonksiyonunun x_0 noktasındaki türevi $f'(x_0)$ şeklinde gösterilir.

2. Sinan Bey elde ettiği limit ifadesinde x değerlerini x_0 değerine soldan yaklaştırıyor. Sinan Bey'in bu işlem sonunda elde ettiği ifadeyi yazınız.

....
....

Elde ettiğiniz bu limit ifadesine f fonksiyonunun x_0 noktasındaki soldan türevi denmektedir. Buna göre "f fonksiyonunun x_0 noktasındaki soldan türevi" kavramının tanımını yapınız.

f fonksiyonunun x_0 noktasındaki soldan türevi: ....

..

→ f fonksiyonunun x_0 noktasındaki soldan türevi $f'(x_0^-)$ şeklinde gösterilir.

3. Sinan Bey elde ettiği limit ifadesinde x değerlerini x_0 değerine sağdan yaklaştırıyor. Sinan Bey'in bu işlem sonunda elde ettiği ifadeyi yazınız.

....
....

Elde ettiğiniz bu limit ifadesine f fonksiyonunun x_0 noktasındaki sağdan türevi denmektedir. Buna göre "f fonksiyonunun x_0 noktasındaki sağdan türevi" kavramının tanımını yazınız.

f fonksiyonunun x_0 noktasındaki sağdan türevi: ....

..

→ f fonksiyonunun x_0 noktasındaki sağdan türevi $f'(x_0^+)$ şeklinde gösterilir.

2. Yönerge: *Aşağıdaki tabloda uygun aralıklarda türevli f fonksiyonu için verilen ifadelerdeki boşluklara seçeneklerden uygun olanı yazınız.*

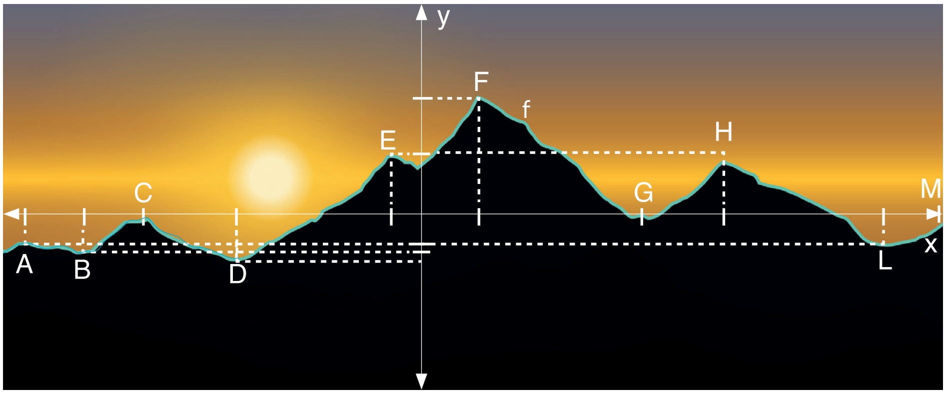
İfadeler	Seçenekler
$\lim\limits_{x\to 4}\frac{f(x)-f(4)}{x-4}$ limit değeri f fonksiyonunun 4 noktasındaki ....dir.	sağdan türevi/soldan türevi/türevi
$\lim\limits_{x\to -2^+}\frac{f(x)-f(-2)}{x+2}$ limiti .... şeklinde gösterilir.	$f'(-2^-)$ / $f'(-2^+)$ / $f'(-2)$
$\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ ifadesinde $x - x_0 = h$ dönüşümü yapıldığında .... elde edilir.	$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ / $\lim\limits_{h\to x_0}\frac{f(x+h)-f(x_0)}{h}$
$f'(a^+)$ ifadesi f fonksiyonunun a noktasındaki .... türevidir.	sağdan/soldan

Hazırlayan: *Dilek TEKER*

3. ÜNİTE : ***SAYILAR VE CEBİR> Türev > Türevin Uygulamaları***
Kavram : *Ekstremum Nokta (Yerel Maksimum, Yerel Minimum, Mutlak Maksimum, Mutlak Minimum)*
Genel Beceriler : *Eleştirel Düşünme Becerisi*
Alan Becerileri : *İlişkilendirme Becerisi*

Çalışmanın Adı	**EKSTREMUM DEĞERLER**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Ekstremum nokta kavramını tanımlayabilme.*	

1. Yönerge: *Aşağıda verilen görsel, metin ve tablodan hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*



Görsel 1

Beren çizmeyi planladığı doğa resmini tuvaline aktarmadan önce bilgisayarda analitik düzlem üzerinde modelliyor. Koyu renkle boyayacağı dağların sınırını çizebilmek için tümsek ve çukur noktalarını Görsel'deki gibi belirliyor. Daha sonra aşağıdaki tabloyu oluşturuyor.

Dağın çukur ve tümsek noktaları (Ekstremum noktaları)	A, B, C, D, E, K, F, G, H, L, M
Dağın tümsek noktaları	A, C, E, F, H, M
Dağın çukur noktaları	B, D, K, G, L
Tümsek noktaların en yüksekte olanı	F
Çukur noktaların en alçakta olanı	D

Beren'in oluşturduğu tabloya göre çukur ve tümsek noktalar şu şekilde belirleniyor: Dağın sınırını belirleyen eğri f fonksiyonunun grafiği olmak üzere f fonksiyonunun tanım kümesi X olsun. $c \in X$ için f(c) değeri c nin hemen yanında olan tüm elemanların görüntüsünden büyükse (c, f(c)) noktaları tümsek noktalar (yerel maksimum noktası), küçükse çukur noktalar (yerel minimum noktası) olarak etiketleniyor. Eğer $\forall x \in X$ için f(c) değerinden daha büyük bir f(x) değeri yoksa (c, f(c)) tümsek noktaların en yüksekte olanı (mutlak maksimum noktası), f(c) değerinden daha küçük bir f(x) değeri yoksa çukur noktaların en alçakta olanı (mutlak minimum noktası) olarak belirlenmiştir. Dağın tümsek ve çukur noktaları diğer noktalardan farklı olduğu için de tüm bu noktalar sıradışı/uç noktalar anlamına gelen ekstremum noktaları olarak etiketlenmiştir.

Buna göre "yerel minimum noktası", "yerel maksimum noktası", "mutlak minimum noktası", "mutlak maksimum noktası" ve "ekstremum noktaları" kavramlarının tanımını yapınız.

Yerel minimum noktası: ....

....

Yerel maksimum noktası: ....

....

Mutlak minimum noktası: ....

....

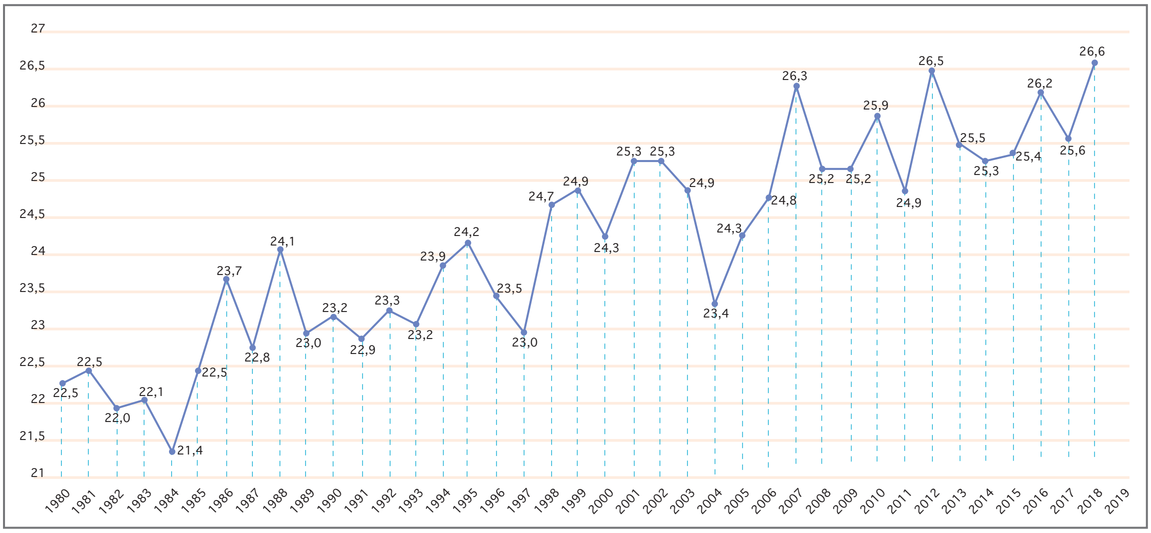
Mutlak maksimum noktası: ....

....

Ekstremum noktaları: ....

....

2. Yönerge: *Aşağıda verilen metni ve grafiği inceleyerek soruyu cevaplayınız.*
1. Küresel ısınma ile ilgili çalışmalar yapan bir araştırmacı 1980-2017 yılları arasında Haziran, Temmuz ve Ağustos aylarındaki ortalama sıcaklık değerleri verilerinden yararlanarak aşağıdaki grafiği oluşturmuştur. Grafik tanım kümesi (1980, 2017) ve değer kümesi R olan f fonksiyonu ile ifade edildiğine göre aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri uygun ifadelerle doldurunuz.



Şekil 1

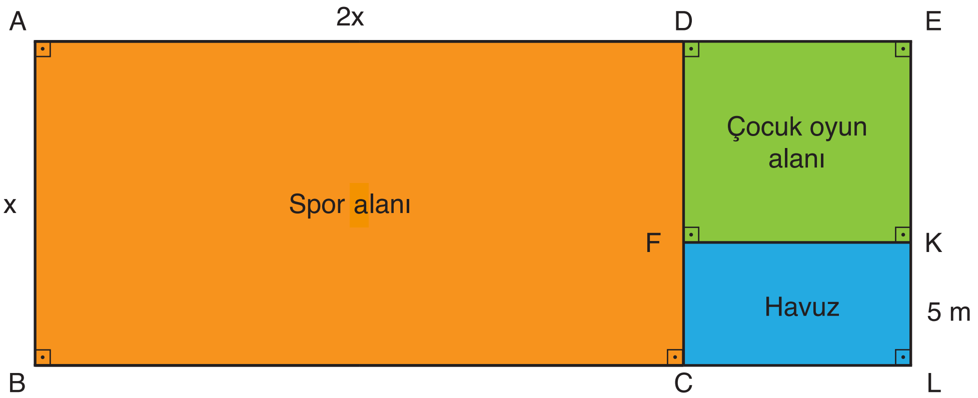
Üç ayın en düşük ortalama sıcaklık değeri 1984 yılında kaydedilmiştir. Bu değer f fonksiyonunun .... ………………………….. değeridir.
f fonksiyonunun yerel minimum noktaları ……………………………………………………...…………… ………………………………………………………………………………………………..……… noktalarıdır.
f fonksiyonunun yerel maksimum noktaları …………………………………………………...……………… ……………………………………………………………………………………………………..… noktalarıdır.
f fonksiyonunun mutlak maksimum noktası ……………………. noktasıdır.
f fonksiyonunun mutlak minimum noktası ……………………....noktasıdır.

3. ÜNİTE	***: SAYILAR VE CEBİR> İntegral > Belirsiz İntegral***
Kavram	*: Belirsiz integral*
Genel Beceriler	*: Yaratıcı Becerisi ve İnovasyon Becerisi*
Alan Becerileri	*: İlişkilendirme Becerisi*

Çalışmanın Adı	**OYUN ALANI**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Belirsiz integral kavramını açıklayabilme.*	

Yönerge: *Aşağıda verilen metin ve görselden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

Belediyede peyzaj mimarı olarak çalışan Kürşat Bey, görev alanındaki Atatürk Parkı'nda bulunan ve çevresi 200 m olan dikdörtgen şeklindeki bölgeyi yeniden projelendirmek istiyor. Aşağıda krokisi verilen projede yeşil renkli bölgeye en büyük alanlı çocuk oyun alanı yapmayı planlıyor. Kürşat Bey çocuk oyun alanının değerini veren f fonksiyonunun kuralını x e bağlı oluşturuyor. Sonra f fonksiyonunun x e bağlı türevini alarak $f'(x) = -6x + 115$ ifadesini elde ediyor.



Şekil 1

Kürşat Bey'in elde ettiği f' fonksiyonundan yola çıkarak f fonksiyonunun kuralını görselde verilen bilgileri kullanmadan bulmaya çalışınız. Bulduğunuz fonksiyon kuralını arkadaşlarınızın bulduğu kurallarla karşılaştırınız. Karşılaştırma sonucunda her birinizin elde ettiği f fonksiyonlarına ait kurallarda bulunan sabit terimlerin farklı olduğunu gözlemlediniz mi? Türevi alınmış bir f fonksiyonunun önceki hâlinin (ilkel) bulunması için yeni bir yöntemin gerekliliğine ihtiyaç olduğunu fark ettiniz mi? Bu yeni yönteme belirsiz integral ve belirsiz integral yardımıyla elde edilecek fonksiyonda ortaya çıkacak sabit terime c sabiti denildiği kazanımına ulaştınız mı? Belirsiz integralin diğer adı ters türevdir ve $\int$ sembolü ile gösterilir.

Elde ettiğiniz kazanımlar doğrultusunda "belirsiz integral" kavramının tanımını yapınız.

Belirsiz integral:..

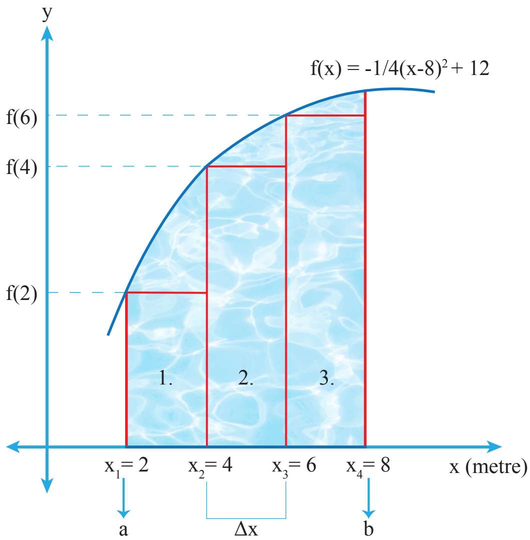
1. Aşağıdaki tabloda verilen ifadelerden doğru olanların karşısındaki boşluğa "D" yanlış olanların karşısındaki boşluğa "Y" yazınız.

İfade	D/Y
$f'(x) = F(x)$ olmak üzere $\int F(x)d(x) = f(x) + c$ olur.	
Bir fonksiyonun belirsiz integrali ile türevi birbirine eşittir.	
$f'(x) = F(x)$ olmak üzere $\int F(x)d(x) = F(x) + c$ olur.	
Belirsiz integralin diğer adı "ters türev"dir.	

3. ÜNİTE	*: SAYILAR VE CEBİR > İntegral > Belirli İntegral ve Uygulamaları*
Kavram	*: Riemann Alt Toplam ve Reimann Üst Toplam*
Genel Beceriler	*: Eleştirel Düşünme Becerisi*
Alan Becerileri	*: İlişkilendirme Becerisi*

Çalışmanın Adı	**PARK HAVUZU**	*20 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Riemann alt toplam ve Riemann üst toplam kavramlarını ifade edebilme.*	

Yönerge: *Aşağıda verilen şekiller ve bilgilerden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*



Şekil 1

Bir belediyenin peyzaj mimarı olan Tarık Bey bir parkın içinde yapılacak olan havuzun tabanını metrekare fiyatı 300 Türk lirası olan mermer ile döşemek istiyor.

Tarık Bey mermer döşeme işleminin belediyeye yaklaşık ne kadara mal olabileceğini hesaplamak için havuzun tabanının şeklini koordinat düzlemi üzerine modelliyor. Sol köşesi havuzun sınırları üzerinde olacak şekilde [2, 8] nı eşit 3 aralığa bölüp 3 dikdörtgen oluşturuyor ve bu dikdörtgenlerin toplam alanını aşağıdaki gibi buluyor.

Eşit aralık sayısı n, ortak aralık uzunluğu Δx ile gösterilirse [a, b] eşit aralığa bölündüğünden bulunan ortak aralık $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ ile bulunur.

Buradan $\Delta x = \frac{8-2}{3} = 2$ metre olur.

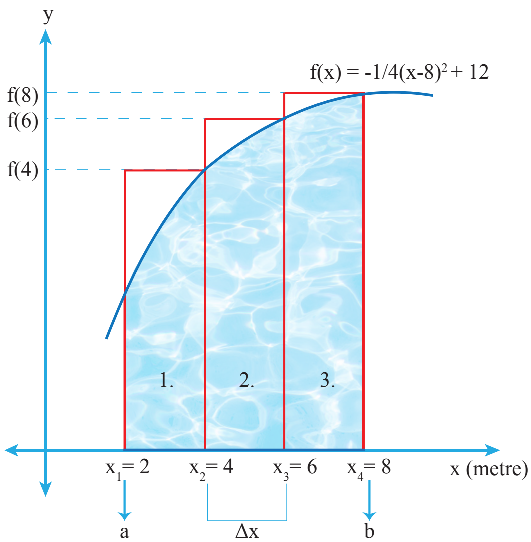
Dikdörtgenlerin alanları toplamı = $\Delta x \cdot f(x_1) + \Delta x \cdot f(x_2) + \Delta x \cdot f(x_3)$

1.dikdörtgenin alanı $2 \cdot f(2) = 2[-1/4(2-8)^2+12] = 6\ m^2$

2.dikdörtgenin alanı $2 \cdot f(4) = 2[-1/4(4-8)^2+12] = 16\ m^2$

3.dikdörtgenin alanı $2 \cdot f(6) = 2[-1/4(6-8)^2+12] = 22\ m^2$

Dikdörtgenlerin toplam alanı $2 \cdot f(2) + 2 \cdot f(4) + 2 \cdot f(6) = 44\ m^2$ bulunur. Burada bulunan bu değer f fonksiyonunun [2,8] na ait Riemann alt toplamlarından biridir.



Şekil 2

Tarık Bey bu sefer dikdörtgenlerin sağ köşesi havuzun sınırları üzerinde olacak şekilde [2,8] nı 3 eşit aralığa bölüp 3 dikdörtgen oluşturuyor. Oluşturduğu dikdörtgenlerin alanları toplamını buluyor.

Dikdörtgenlerin alanları toplamı = $\Delta x \cdot f(x_2) + \Delta x \cdot f(x_3) + \Delta x \cdot f(x_4)$

Bu işlemin sonucunda bulunan değer f fonksiyonunun [2,8] na ait Riemann üst toplamlarından biridir.

Hazırlayan: *Turgay KIZGIN*

1. Riemann üst toplamını bulunuz.

....

....

....

Burada dikkat edilirse havuzun gerçek taban alanı Riemann alt toplamından büyük, Riemann üst toplamından ise küçük olmalıdır.

2. Havuzun tabanına döşenecek mermerin belediyeye maliyetinin hangi değerler arasında olacağını yazınız.

....

....

....

Buna göre "Riemann alt toplam" ve "Riemann üst toplam" kavramlarının tanımlarını yapınız.

Riemann alt toplam: ....

....

Riemann üst toplam: ....

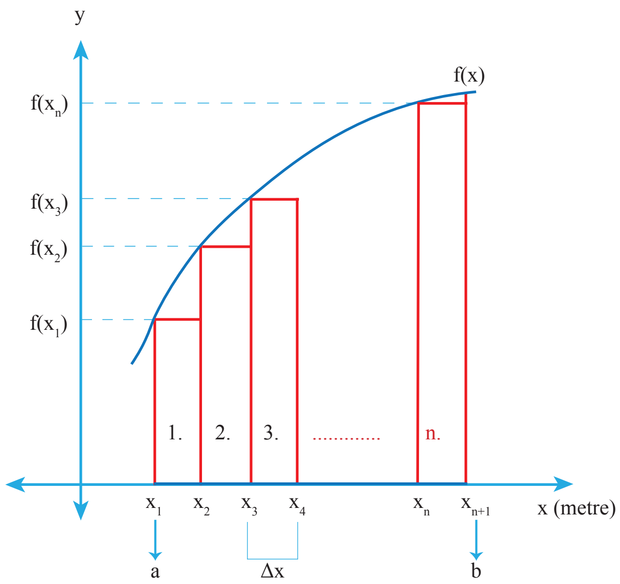
....

[2,8] 6 eşit aralığa bölünürse $\Delta x = \dfrac{8-2}{6} = 1$ metre olur.

Riemann alt toplam: 1.f(2) + 1.f(3) + 1.f(4) + 1.f(5) + 1.f(6) + 1.f(7) = 49.25 m^2

Riemann üst toplam: 1.f(3) + 1.f(4) + 1.f(5) + 1.f(6) + 1.f(7) + 1.f(8) = 58.25 m^2 bulunur.

Dikkat edilirse aralık sayısı (n) arttığında yani Δx uzunluğu azaldığında alt ve üst Riemann toplamları arasındaki fark azalmakta ve gerçek alan değerine biraz daha yaklaşılmaktadır.



Şekil 3

Şekil 3'teki Riemann alt toplamında eşit aralık sayısı n sonsuza yaklaştığında Δx çok çok küçük olacağından Riemann alt ve üst toplamları aralarındaki fark sıfıra yaklaşacak ve bu toplamlar verilen aralıkta eğri ile x ekseni arasında kalan alanın gerçek değerine yaklaşacaktır.

Eşit aralık sayısı n sonsuza yaklaştığından [a,b] ndaki f(x) ile x ekseni arasındaki bu alan $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \Delta x . f(x_k)$ limiti ile hesaplanır.

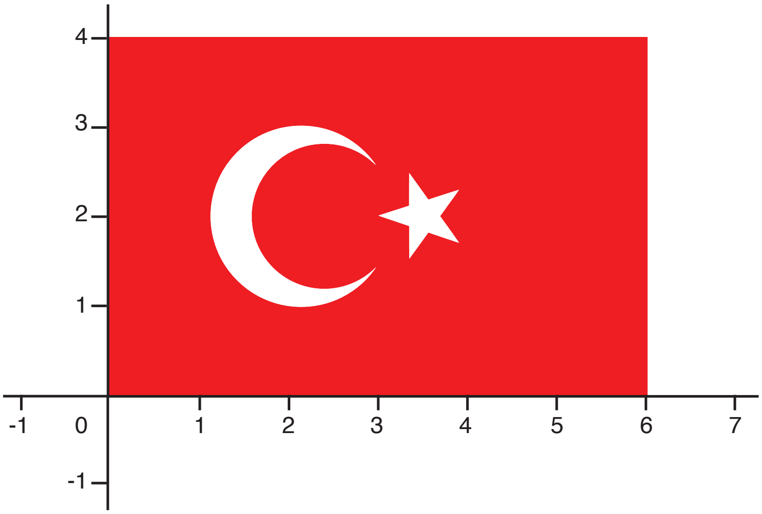
Bu limit değeri aynı zamanda f fonksiyonunun [a,b] aralığındaki belirli integralidir ve $\int_a^b f(x)dx$ ile ifade edilir.

4. ÜNİTE : ***GEOMETRİ > Analitik Geometri > Çemberin Analitik İncelenmesi***
Kavram : *Çemberin Standart ve Genel Denklemi*
Genel Beceriler : *Eleştirel Düşünme Becerisi*
Alan Becerileri : *İlişkilendirme Becerisi*

Çalışmanın Adı	**TÜRK BAYRAĞI**	*15 dk.*
Çalışmanın Amacı	*Çemberin standart ve genel denklemi kavramlarını tanımlayabilme.*	

1. Yönerge: *Aşağıda verilen görseller ve bilgilerden hareketle sorulara verdiğiniz yanıtları ilgili boşluklara yazınız.*

Analitik düzlem üzerinde modellenmiş Türk bayrağı Görsel 1'de verilmiştir. Türk bayrağının standartları Türk Bayrağı Tüzüğü'nde belirlenmiştir. Bu standartlara göre bayrağın boyu, eninin bir buçuk katıdır. Ayın dış çemberinin çapı, bayrağın eninin yarısına eşittir. Merkezi, uçkurluğun (bayrağın, ipin geçeceği beyaz kumaştan bayrak enince yapılmış bölümü) iç kenarından bayrağın eninin yarısına eşit uzaklıktadır.



Görsel 1

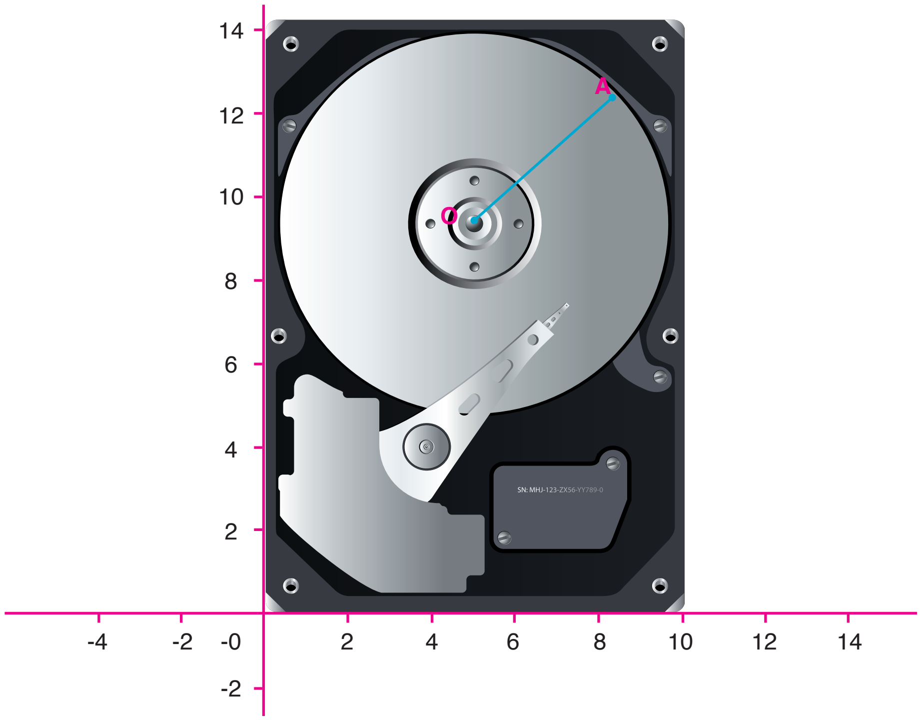
Görsel 1'deki Türk bayrağında yer alan ayın dış çemberinin denklemini oluşturmak isteyen Kübra önce çemberin merkezinin koordinatlarını bulmuştur. Bunun için Türk Bayrağı Tüzüğü'nde verilen bilgilerden faydalanmıştır. Bu bilgilere göre çemberin çapı 2 birim ve yarıçapı 1 birimdir. Çemberin merkezi, bayrağın uçkurluğuna 2 birim uzaklıktadır. Dolayısıyla çemberin merkezinin koordinatları (2,2) dir. Çemberin üzerindeki herhangi bir noktanın koordinatı (x, y) olmak üzere bu noktanın çemberin merkezine olan uzaklığı $\sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2=1^2}$ olduğundan $(x-2)^2+(y-2)^2=1$ denklemi bulunur. Kübra'nın bulduğu bu denklem, çemberin standart denklemidir. Çemberin standart denkleminde parantezler açıldığında $x^2-4x+4+y^2-4y+4=1$ olur. Bu denklem düzenlendiğinde $x^2+y^2-4x-4y+7=0$ elde edilir. Kübra'nın bulduğu bu denklem de çemberin genel denklemidir.

Buna göre "çemberin standart denklemi" ve "çemberin genel denklemi" kavramlarının tanımını yapınız.

Çemberin standart denklemi: ....
....
....

Çemberin genel denklemi: ....
....
....

1. Sabit disk, bilgisayar üzerinde tüm bilgileri kalıcı olarak kaydeden bilgisayar bileşenidir. Görsel 2'de bir sabit diskin iç kısmının analitik düzlem üzerinde modellenmiş görüntüsü verilmiştir. Bilgilerin kaydedildiği, sabit diskin içinde yer alan büyük disk, kayıt plakası olarak adlandırılır.



Görsel 2

Dikdörtgen şeklindeki sabit diskin eni 10,1 cm ve boyu 14,5 cm uzunluğa sahiptir. Kayıt plakasının merkezi olan O noktası, x eksenine 9,5 cm ve y eksenine 5,2 cm uzaklıktadır. Kayıt plakasının üzerindeki A noktası ile merkezi arasındaki uzaklık 4,8 cm olup bu uzunluk kayıt plakasının yarıçap uzunluğudur. Kayıt plakasının üzerindeki A noktasının bir tur dönüşü sırasında izlediği yolun standart ve genel denklemlerini oluşturunuz.

Çalışma No.: 1

1. Yönerge

1. f fonksiyonu sürekli **azalan** bir fonksiyondur.
   f fonksiyonu daima **pozitif** değerler alan bir fonksiyondur.
   f fonksiyonu **bire bir** fonksiyondur.

2. Yönerge

1. g fonksiyonu sürekli **artan** bir fonksiyondur.
   g fonksiyonu daima **pozitif** değerler alan bir fonksiyondur.
   g fonksiyonu **bire bir** fonksiyondur.

Üstel fonksiyon: $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$ fonksiyonuna, tabanı "a" olan üstel fonksiyon denir.

2. $a > b > c > d$

Çalışma No.: 2

1.Yönerge

1.

İfadeler	D/Y
f fonksiyonu birebirdir.	D
f fonksiyonu örtendir.	D
f fonksiyonu sabit fonksiyondur.	Y
f fonksiyonu birim fonksiyondur.	Y

2.Yönerge

1. $f(x)= 120\cdot(0,9)^x$

2.

Fonksiyonların Sözel İfadeleri	Fonksiyonlar	Üsteldir./Üstel Değildir.
a. Başlangıçta 12 bin olan bir şehrin nüfusu her yıl %2 oranında artıyor. Zamana göre (x yıl) şehrin nüfusunu hesaplayan fonksiyon	$12.000\cdot(1,02)^x$	Üsteldir.
b. Dikildiğinde 60 cm olan bir bitkinin boyu her ay 10 cm artmaktadır. Zamana (x ay) göre bitkinin boyunu hesaplayan fonksiyon	$60+10x$	Üstel Değildir.
c. Başlangıçta 10 kg olan radyoaktif bir madde her yıl %5 oranında bozuluyor. Zamana göre (x yıl) bu maddenin ne kadarının kaldığını hesaplayan fonksiyon	$10\cdot(0,95)^x$	Üsteldir.
ç. Başlangıçta 128 olan bakteri sayısı geçen her 3 saatte 2 katına çıkıyor. Zamana göre (x saat) oluşan bakteri sayısını hesaplayan fonksiyon	$128.2^{\frac{x}{3}} = 2^{\frac{x+21}{3}}$	Üsteldir.

3.

Fonksiyon	✓/X
$f(x) = X^3$	X
$g(x) = 7^x$	✓
$h(x) = 5^{x+1}$	✓
$k(x) = 3\cdot2^x$	✓

Fonksiyon	✓/X
$m(x) = 1^x$	X
$n(x) = (-3)^x$	X
$p(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$	✓
$r(x) = 3^{-2x}$	✓

Fonksiyon	✓/X
$a(x) = e^x$	X
$b(x) = x^2+2^x$	X
$c(x) = 2^5$	X
$d(x) = \left(\frac{x}{x^2+x+1}\right)^x$	X

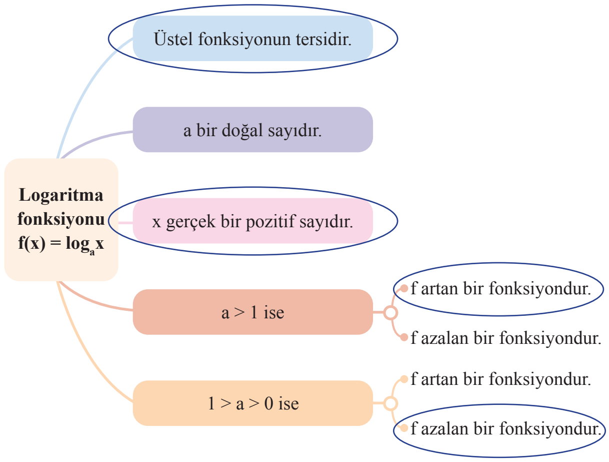
4. 1-c, 2-d, 3-a, 4-b

Çalışma No.: 3

1. Yönerge

Logaritma fonsiyonu: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, $a > 0$ ve $a \neq 1$ olacak şekilde $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonunun tersi olan fonksiyona, **a tabanına göre logaritma fonksiyonu** denir. Logaritma fonksiyonu, $f^{-1}: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $f^{-1}(x) = \log_a x$ şeklinde gösterilir.

2. Yönerge



Çalışma No.: 4

1. Yönerge:

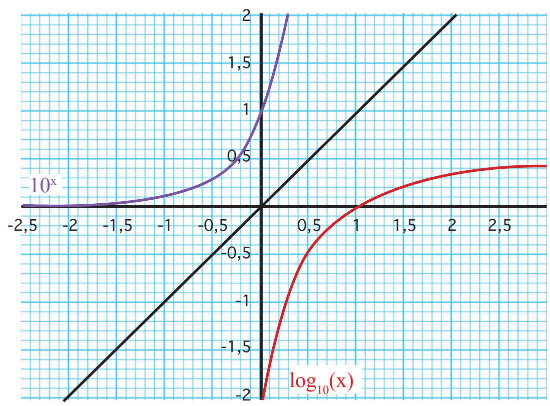
1. $\frac{t}{0,9} = \log_2 45 \Rightarrow t = 0,9 \cdot \log_2 45$ saniye olur.

2.

İfadeler	
$\log_a x$ ifadesinde x her zaman pozitif reel sayıdır.	✓
Logaritma fonksiyonlarında logaritmik ifadelerin tabanı 0 olabilir.	
$\log_a x$ ifadesinin değeri negatif olamaz.	
$\log_a x$ ifadesinde x=1 ise $\log_a x$=0 olur.	✓
Logaritma ifadelerinin tabanı 1 olamaz.	✓

Logaritma fonksiyonu: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, $a > 0$ ve $a \neq 1$ olacak şekilde $f(x)=a^x$ üstel fonksiyonunun tersi olan $f^{-1}: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $f^{-1}(x) = \log_a x$ fonksiyonuna logaritma fonksiyonu denir.

2. Yönerge



1. $y=10^x$ fonksiyonu ile $y=\log_{10} x$ fonksiyonu $y=x$ doğrusuna göre simetriktir.

2. $y=10^x$ fonksiyonunun tanım kümesi $\mathbb{R}$ ve $y=\log_{10} x$ fonksiyonunun tanım kümesi $\mathbb{R}^+$ kümesidir.

3. Logaritma fonksiyonu x=1 için 0 değerini alır. Üstel fonksiyonun x=0 için görüntüsü 1 olur.

Çalışma No.: 5

Yönerge

Doğal logaritma Fonksiyonu: Tabanı e irrasyonel sayısı olan logaritma fonksiyonuna doğal logaritma fonksiyonu denir. $f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $f(x) = \log_e x$ veya $f(x) = \ln x$ biçiminde gösterilir ve $y = \ln x \Leftrightarrow x = e^y$ olur.

Bayağı logaritma Fonksiyonu: Tabanı 10 olan logaritma fonksiyonuna bayağı logaritma fonksiyonu denir.

$f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $f(x) = \log_{10} x$ veya $f(x) = \log x$ biçiminde gösterilir.

1. a) $p(h) = 760 \cdot e^{-0,145.h}$

$\frac{p(h)}{760} = e^{-0145.h}$

$-0,145 \cdot h = \ln\left(\frac{p(h)}{760}\right)$

$h = -\frac{1}{0,145} \cdot \ln\left(\frac{p(h)}{760}\right)$

b) $h = -\frac{1}{0,145} \cdot \ln\left(\frac{380}{760}\right)$

$h = -\frac{1}{0,145} \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

$h = -\frac{1}{0,145} \cdot -0,693$

$h = 4,78$ km $= 4780$ m

2. ABC üçgeninde Pisagor bağıntısı uygulanırsa

$15^2 + (\log p)^2 = (5 + \log p)^2$

$225 + (\log p)^2 = 25 + 10 \cdot \log p + (\log p)^2$

$200 = 10 \cdot \log p$

$\log p = 20$ ise $p = 10^{20}$ olur.

$|AB| = 15$ ve $|BC| = \log p = 20$ cm dir. Görsel 3'teki merdivende halının döşeneceği kısımda merdivenin 9 adet yüksekliği ve 8 adet derinliği vardır. Bu uzunluklar topladığında
$9 \cdot 15 + 8 \cdot 20 = 295$ cm olur.

Çalışma No.: 6

1. Yönerge

Pozitif tam sayılar kümesinden gerçek sayılar kümesine tanımlanan her fonksiyona gerçek sayı dizisi veya kısaca dizi denir.

$f: \mathbb{Z}^+ \to \mathbb{R}$ ve $f(n) = a_n$ olmak üzere
$\forall n \in Z^+$ için $f(n) \in \mathbb{R}$ olur

2. Yönerge

1. Dizinin genel terimi $a_n = 2000 + 500(n - 1)$ olur.

2. Dizinin 8. terimi $a_8 = 2000 + 500(8 - 1) = 500$ bulunur.

Çalışma No.: 7

1. Yönerge

1. $(a_n) = (2, 3, 5, 1, 6, 7)$ dizisinin 6 terimi vardır.

2. $(a_n) = (4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, \ldots)$

3. $a_1 = 1$ ve $b_1 = 2^0 = 1$ olduğundan $a_1 = b_1$
$a_2 = 2$ ve $b_2 = 2^1 = 2$ olduğundan $a_2 = b_2$
$a_3 = 4$ ve $b_3 = 2^2 = 4$ olduğundan $a_3 = b_3$
$a_4 = 8$ ve $b_4 = 2^3 = 8$ olduğundan $a_4 = b_4$

a_n ve b_n dizilerinin aynı indisli diğer terimleri incelenirse bu indisli terimlere karşılık gelen dizi değerlerinin eşit olduğu görülür.

Sonlu dizi: $k \in \mathbb{Z}^+$ ve A_k kümeleri $\mathbb{Z}^+$ nın alt kümeleri olmak üzere $A_k = \{1, 2, 3, ..., k\}$, kümesinden $\mathbb{R}$ ye tanımlanan her fonksiyona sonlu dizi denir.
Sabit dizi: $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere her $n \in \mathbb{Z}^+$ için genel terimi $a_n = c$ olan a_n dizisine sabit dizi denir.
Eşit diziler: Aynı indisli terimleri birbirine eşit olan dizilere eşit diziler denir.

2. Yönerge

İfadeler	D / Y
Bir dizinin bütün terimleri aynı ise o diziye sabit dizi denir.	D
Sabit dizi, tanım kümesi sayma sayıları olan sabit fonksiyondur.	D
$(a_n) = ((a-2)n^2 + (b-3)n + a+b)$ dizisi sabit dizi olsun. (a_n) dizisi için $a_5 = 5$ bulunur.	D
$(a_n) = (1, 4, 7, 10, 14, 18, 22, 26, 31, 36, 41, 46)$ dizisi sonlu dizidir.	D
$(a_n) = (1, 3, 5, 7, 9, \ldots)$ dizisi sonlu dizi değildir.	D
$(a_n) = (4n+1)$ ve $(b_n) = (2n - 1)$ dizileri için (a_{2n-1}) ve (b_n) dizileri eşit dizilerdir.	D
$(a_n) = (2, 4, 6, 8, 10)$ ve $(b_n) = (2n)$ dizileri eşit dizilerdir.	Y

Çalışma No.: 8

1. **İndirgemeli dizi:** Her terimi kendinden önceki bir veya birkaç terim cinsinden tanımlanabilen dizilere indirgemeli diziler denir.

İndirgeme bağıntısı: İndirgemeli dizilerin tanımlama bağıntısına indirgeme bağıntısı denir.

2. **1.** İndirgeme bağıntısı $a_{n+1} = a_n + 3$ şeklindedir.
2. İndirgeme bağıntısı $b_{n+1} = b_n + n$ şeklindedir.
3. İndirgeme bağıntısı $c_{n+2} = c_n + c_{n+1}$ şeklindedir.

Çalışma No.: 9

Yönerge

Aritmetik dizi: Ardışık terimleri arasındaki farkın sabit olduğu dizilere aritmetik dizi denir.

(a_n) aritmetik dizisinde $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \ldots = a_n - a_{n-1} = d$ olacak şekilde bir d gerçek sayısı vardır. Bu d sayısına aritmetik dizinin ortak farkı denir.

Geometrik dizi: Ardışık terimleri arasındaki oranı sabit olan dizilere geometrik dizi denir.

(a_n) geometrik dizisinde $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ için $a_{n+1}/a_n = r$ $(a_n \neq 0)$ ise r gerçek sayısına (a_n) geometrik dizisinin ortak çarpanı denir.

1. $a_{20} = 20.000 + (20-1) \times 300 = 25.700$

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

2. $a_{15} = 10.000 \times (1{,}04)^{14} \cong 17.317$

$b_n = b_1 \times r^{(n-1)}$

3.

İfadeler	Aritmetik/ Geometrik Dizi	Ortak Oran/Ortak Fark	İstenen Terim
1200 km² lik bir gölün yüz ölçümü kuraklık nedeniyle her yıl %10 oranında azalmaktadır.	Geometrik Dizi	Ortak oranı = 0,9	20. terim = 1200 x $(0{,}9)^{19}$
Dikildiğinde 60 cm olan bir sarmaşığın boyu her ay 30 cm artmaktadır.	Aritmetik Dizi	Ortak farkı = 30	15. terim = 60 +14·30 = 4 80
Saatte 90 km hızla giden bir aracın hızı her saat 15 km azalmaktadır.	Aritmetik Dizi	Ortak farkı = 15	5. terim = 90 - 4·15 = 30
İlk yıl 20 ton domates ihraç ederek işe başlayan bir firma ihracatını her yıl %20 oranında artırmıştır.	Geometrik Dizi	Ortak oranı = 1,2	10. terim = 20 x $(1{,}2)^9$

Çalışma No.: 10

1. Yönerge

Aritmetik dizi: Ardışık terimleri arasındaki farkın sabit olduğu dizilere aritmetik dizi denir.

(a_n) aritmetik dizisinde $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \ldots \ldots \ldots = a_n - a_{n-1} = d$ olacak şekilde bir d gerçek sayısı vardır. Bu d sayısına aritmetik dizinin ortak farkı denir.

İlk terimi a_1 ve ortak farkı d olan bir (a_n) aritmetik dizisinin genel terimi $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ olur.

1. $a_n = 5 + (n-1) \cdot (-2) = -2n + 8$ olur.

2. İlk terim $a_1 = 5 \cdot 1 - 2 = 3$ olur. Ortak fark n nin katsayısı d = 5 olur.

2. Yönerge

Geometrik dizi: Ardışık terimleri arasındaki oranı sabit olan dizilere geometrik dizi denir.

(a_n) geometrik dizisinde $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ için $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r\,(a_n \neq 0)$ ise r gerçek sayısına (a_n) geometrik dizisinin ortak çarpanı denir. İlk terimi a_1 ve ortak çarpanı r olan (a_n) geometrik dizisinin genel terimi $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ olur.

1. $a_n = 6 \cdot 3^{n-1}$

2. İlk terim $a_1 = 5$ olur. Ortak çarpan, üslü ifadenin tabanı r = 4 olur.

3.

Diziler	Geometrik Dizi	Aritmetik Dizi	Geometrik veya Aritmetik Dizi Değil.
(7, 10, 13, 16, 19, 21, …., 3n+4, ...)		√	
(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, …,1, …)	√	√	
(4, 12, 36, 108, …, $4 \cdot 3^{n-1}$, ……)	√		
(1, 8, 27, 64, ……, n^3, ……)			√

Çalışma No.: 11

Toplam Sembolü:

f: $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(k) = a_k$, $r \leq n$ ve r, $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere

$\sum_{k=r}^{n} (a_k) = a_r + a_{r+1} + a_{r+2} + \ldots + a_n$ olur.

Bu ifadede k ye **indis** ya da **değişken**, r ye **alt sınır**, n ye ise **üst sınır** denir.

1.

- $\sum_{k=1}^{6} (b_k) = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6$
- $\sum_{k=3}^{8} (2.k) = 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16$
- $\sum_{k=1}^{12} (k^2) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 12^2$
- $\sum_{n=4}^{9} (3^n) = 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7 + 3^8 + 3^9$
- $\sum_{k=4}^{12} (3.k + 1) = 13 + 16 + 19 + 22 + \ldots + 37$

Çalışma No.: 12

1. Yönerge

Öteleme Dönüşümü: Analitik düzlemde verilen bir noktanın belli bir doğrultuda ve belli bir yönde yer değiştirmesine öteleme denir.

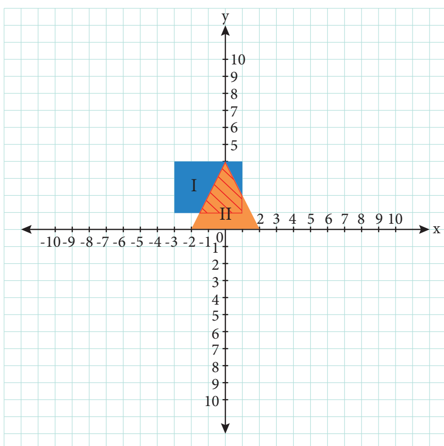
Bir şeklin boyutları bozulmadan yerinin değiştirilmesine öteleme dönüşüm hareketi denir.

2. Yönerge

Simetri Dönüşümü: Bir şeklin bir noktaya veya bir doğruya göre simetriğinin alınmasına simetri (yansıma) dönüşümü denir.

3. Yönerge

1.



2.

Çalışma No.: 13

1. **Dönme:** Geometrik bir şeklin ya da nesnenin düzlemde belli bir nokta etrafında istenilen yönde belli bir açı kadar hareket ettirilmesidir.

Dönme merkezi: Geometrik şeklin ya da nesnesin döndürüldüğü noktaya dönme merkezi denir.

Dönme açısı: Geometrik şeklin ya da nesnesin istenilen yönde döndürüldüğü açıya dönme açısı denir.

	İfadeler	D/Y
1	Nesne dönme sırasında merkezden uzaklığı değişmez.	D
2	Nesnenin bütün noktaları aynı açı ile döner.	D
3	Nesnenin dönüş yönü nesnenin yönünü etkilemez.	D
4	Dönme merkezinin değiştirilmesi nesnenin yönünü etkilemez.	D

Çalışma No.: 14

1. Yönerge

1. I. → 4) → a)
II. → 2) → h)
III. → 8) → b)
IV. → 7) → e)

2. Yönerge

1.

$x \to 10^-$

x	9	9,5	9,9	9,99	...	10
$f(x) = 4x$	36	38	39,6	39,96	...	40

$x \to 10^+$

x	10	...	10,0001	10,12	10,6	11
$f(x) = 4x$	40	...	40,0004	40,48	42,4	44

2.
- $g(1) = 3$
- $\lim\limits_{x \to 1^-} g(x) = 4$
- $\lim\limits_{x \to 1^+} g(x) = -2$
- $\lim\limits_{x \to 1} g(x) =$ yoktur.

Soldan limit: $f: R \to R$ ya da $f: R - \{a\} \to R, y = f(x)$ şeklinde tanımlı bir f fonksiyonunda x değişkeni a ya soldan yaklaştığında f(x) fonksiyonu L_1 gerçek sayısına yaklaşıyorsa f(x) in x = a daki soldan limiti L_1 dir, denir ve $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = L_1$ biçiminde gösterilir.

Sağdan limit: x değişkeni a ya sağdan yaklaştığında f(x) fonksiyonu L_2 gerçek sayısına yaklaşıyorsa f(x) in x = a daki sağdan limiti L_2 dir, denir ve $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = L_2$ biçiminde gösterilir.

Limit: Bir fonksiyonun sağdan limiti soldan limitine eşit olsun ve L gerçek sayı değerini alsın. Bu durumda fonksiyonun limiti vardır ve x, a ya yaklaşırken f(x) fonksiyonunun limiti L dir, denir.

$\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = \lim\limits_{x \to a^-} f(x) = L$ ise $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$ olur.

Sağdan ve soldan limitleri eşit değil ise fonksiyonun bu noktada limiti yoktur.

$\lim\limits_{x \to a^+} f(x) \neq \lim\limits_{x \to a^-} f(x)$ ise $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ yoktur.

3. Yönerge

İfadeler	D/Y
Bir fonksiyonun bir noktada birden çok limit değeri olabilir.	Y
$A \subset \mathbb{R}$ ve $f: A \to \mathbb{R}$ olmak üzere f fonksiyonunun x = a da limit değeri (varsa) daima bir gerçek sayıdır.	D
x → a ifadesi hem soldan hem sağdan yaklaşmayı ifade eder.	D
$\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$ ise f fonksiyonunun x = a da soldan limiti vardır.	D
Bir f fonksiyonun x = a da limitinin olabilmesi için f(a) tanımlı olmalıdır.	Y

Çalışma No.: 15

Yönerge

Süreklilik: $A \subseteq \mathbb{R}$ ve $f: A \to \mathbb{R}$ bir fonksiyon olsun. $a \epsilon A$ olmak üzere

x $\xrightarrow{(lim)}$ af(x) = f(a)

eşitliği sağlanıyorsa f fonksiyonu x = a noktasında süreklidir denir.

Bir başka ifadeyle f fonksiyonunun bir x =a apsisli noktasındaki limitinin değeri fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne eşit oluyorsa f fonksiyonu x =a noktasında süreklidir.

Eğer f fonksiyonu A kümesinin her noktasında sürekli ise f fonksiyonu A kümesinde süreklidir, denir.

1. 1-d, 2-a, 3-c, 4-b.

2.

İfadeler	D/Y
Polinom şeklindeki fonksiyonlar süreklidir.	D
f ve g fonksiyonları a noktasında sürekli ise $f+g, f-g, f \cdot g$ ve $\frac{f}{g}$ $(g \neq 0)$ fonksiyonları da a noktasında süreklidir.	D
Tanım kümesinin her noktasında sürekli olan fonksiyonlara sürekli fonksiyon denir.	D
f fonksiyonunun bir x= a apsisli noktasındaki limitinin değeri fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne eşit oluyorsa f fonksiyonu x= a noktasında süreklidir.	D
f fonksiyonun bir x= a noktasında limiti var ise fonksiyon o noktada süreklidir.	Y

Çalışma No.: 16

1. $3 - 1,75 = 1,25\text{m}$

2. 0-2 saniye arasındaki ortalama değişim oranı

$\dfrac{1,75 - 0}{2 - 0} = 0,875 \text{ m/sn}$

2-4 saniye arasındaki ortalama değişim oranı

$\dfrac{3 - 1,75}{4 - 2} = 0,625 \text{ m/sn}$

Türev: $A \subseteq \mathbb{R}$ ve $f: A \to \mathbb{R}$ ve $\in A$ olsun.
Eğer $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$ limiti varsa bu limite f fonksiyonunun **a noktasındaki türevi** denir ve $f'(a)$ veya $\dfrac{df(a)}{dx}$ ile gösterilir.

$A \subseteq \mathbb{R}$ ve $f: A \to \mathbb{R}$ ve $\in A$ için

- $\lim\limits_{x \to a^-} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$ limiti varsa bu limite f fonksiyonunun x=a noktasındaki **soldan türevi** denir ve $f'(a^-)$ ile gösterilir.
- $\lim\limits_{x \to a^+} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$ limiti varsa bu limite f fonksiyonunun x=a noktasındaki **sağdan türevi** denir ve $f'(a^+)$ ile gösterilir.

Çalışma No.: 17

1. Yönerge:

1. $$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

f fonksiyonunun x_0 noktasındaki türevi:

f: $[a, b] \to \mathbb{R}$ bir fonksiyon ve $x \in (a, b)$ olsun. Eğer $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ limiti varsa bu limit f fonksiyonunun x_0 noktasındaki türevi denir.

2. $$\lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

f fonksiyonunun x_0 noktasındaki türevi:

f: $[a, b] \to \mathbb{R}$ bir fonksiyon ve $x \in (a, b)$ olsun. Eğer $\lim\limits_{x \to x_0^-} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ limiti varsa bu limite f fonksiyonunun x_0 noktasındaki soldan türevi denir.

3. $$\lim_{x \to x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

f fonksiyonunun xo noktasındaki sağdan türevi:

f: $[a, b] \to \mathbb{R}$ bir fonksiyon ve $x \in (a, b)$ olsun. Eğer $\lim\limits_{x \to x_0^+} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ limiti varsa bu limite f fonksiyonunun x_0 noktasındaki sağdan türevi denir.

2. Yönerge

İfadeler	Seçenekler
$\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ limit değeri f fonksiyonunun 4 noktasındaki türevi...dir.	sağdan türevi/soldan türevi/türevi
$\lim\limits_{x \to -2^+} \dfrac{f(x) - f(-2)}{x + 2}$ limiti $f'(-2^+)$ şeklinde gösterilir.	$f'(-2^-)$ / $f'(-2^+)$ / $f'(-2)$
$\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ ifadesinde $x - x_0 = h$ dönüşümü yapıldığında $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ elde edilir.	$\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ / $\lim\limits_{h \to x_0} \dfrac{f(x + h) - f(x_0)}{h}$
$f'(a^+)$ ifadesi f fonksiyonunun a noktasındaki sağdan türevidir.	sağdan/soldan

Çalışma No.: 18

1. Yönerge:

Yerel minimum noktası: f: $A \to \mathbb{R}$ ve $(a,b) \subseteq A$ olmak üzere bir $x_0 \in (a,b)$ için fonksiyonun bu aralıktaki en küçük değeri $f(x_0)$ oluyorsa $(x_0, f(x_0))$ noktasına f fonksiyonunun bir yerel minimum noktası denir.

Yerel maksimum noktası: f: $A \to \mathbb{R}$ ve $(a,b) \subseteq A$ olmak üzere bir $x_0 \in (a,b)$ için fonksiyonun bu aralıktaki en büyük değeri $f(x_0)$ oluyorsa $(x_0, f(x_0))$ noktasına f fonksiyonunun bir yerel maksimum noktası denir.

Mutlak minimum noktası: Bir fonksiyonun tanımlı olduğu aralıktaki en küçük değerini aldığı noktaya mutlak minimum noktası, en küçük değerine ise mutlak minimum değeri denir.

Mutlak maksimum noktası: Bir fonksiyonun tanımlı olduğu aralıktaki en büyük değerini aldığı noktaya mutlak maksimum noktası, en büyük değerine ise mutlak maksimum değeri denir.

Ekstremum noktaları: Bir fonksiyonun yerel maksimum noktalarına genel olarak ekstremum noktaları denir.

2. Yönerge

Üç ayın en düşük ortalama sıcaklık değeri 1984 yılında kaydedilmiştir. Bu değer f fonksiyonunun mutlak maksimum değeridir.
1980-2017 yılları arasında ortalama sıcaklık değerlerini gösteren f fonksiyonunun yerel minimum noktaları (1980, 22.3),(1982,22), (1984,21.4), (1987,22.8), (1989,23), (1991,22.9), (1993,23.1), (1997,23),(2000,24.3), (2004,23.4), (2011,24.9), (2014,25.3), (2017,25.9) noktalarıdır.
1980-2017 yılları arasında ortalama sıcaklık değerlerini gösteren f fonksiyonunun yerel maksimum noktaları (1981,22.5), (1983,22.1), (1986,23.7), (1988,24.1), (1990,23.2),(1992,23.3), (1995,24.2), (1999,24.9), (2007,26.3), (2010,25.9), (2012,26.5), (2016,26.2) noktalarıdır.
1980-2017 yılları arasında ortalama sıcaklık değerlerini gösteren f fonksiyonunun mutlak maksimum noktası (2012,26.5) noktasıdır.
1980-2017 yılları arasında ortalama sıcaklık değerlerini gösteren f fonksiyonunun mutlak minimum noktası (1984,21.4) noktasıdır.

Çalışma No.: 19

Yönerge:

Bir fonksiyonun türevi f ve f nin tüm ters türevlerinin ailesi $F(x)$ olsun. $F'(x)=\dfrac{dF(x)}{dx}=f(x)$ olacak şekilde bir $F(x)$ fonksiyonu varsa $F(x)+c$ fonksiyonuna $f(x)$ in ters türevi veya belirsiz integrali denir ve $\int f(x)d(x)=F(x)+c$ şeklinde gösterilir.

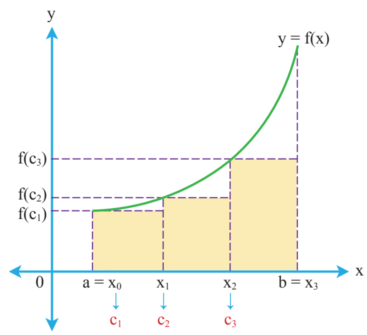
İfade	D / Y
$f'(x)=F(x)$ olmak üzere $\int F(x)d(x)=f(x)+c$ olur.	D
Bir fonksiyonun belirsiz integrali ile türevi birbirine eşittir.	Y
$f'(x)=F(x)$ olmak üzere $\int F(x)d(x)=F(x)+c$ olur.	Y
Belirsiz integralin diğer adı “ters türev”dir.	D

Çalışma No.: 20

1. Riemann üst toplam = $\Delta x.f(x_2) + \Delta x.f(x_3) + \Delta x.f(x_4)$
$2.f(4) = 2\ [-1/4(4-8)^2+12] = 16\ m^2$
$2.f(6) = 2\ [-1/4(6-8)^2+12] = 22\ m^2$
$2.f(8) = 2\ [-1/4(8-8)^2+12] = 24\ m^2$
$2.f(4) + 2.f(6) + 2.f(8) = 62\ m^2$ bulunur.

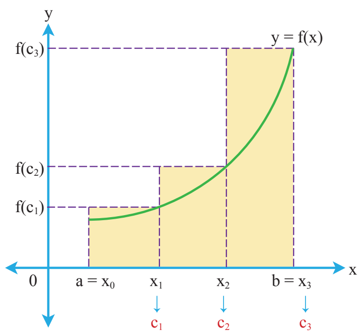
2. 62.300 = 18 600 Türk lirası
44.300 = 13 200 Türk lirası
13 200 < MALİYET < 18 600

Riemann Alt Toplam



$c_1 \in [x_0, x_1]$ için $f(c_1)$, $[x_0, x_1]$ nın görüntü kümesinin <u>en küçük</u> elemanı,
$c_2 \in [x_1, x_2]$ için $f(c_2)$, $[x_1, x_2]$ nın görüntü kümesinin <u>en küçük</u> elemanı,
$c_3 \in [x_2, x_3]$ için $f(c_3)$, $[x_2, x_3]$ nın görüntü kümesinin <u>en küçük</u> elemanı olmak üzere
grafikteki eğrinin altında oluşan boyalı dikdörtgenlerin toplam alanını veren
$\Delta x_1.f(c_1) + \Delta x_2.f(c_2) + \Delta x_3.f(c_3)$
toplamına f(x) fonksiyonunun [a, b] na ait bir Riemann alt toplamı denir. Burada [a, b] 3 alt aralığa ayrılmıştır. Eğer [a, b] daha fazla alt aralığa ayrılırsa bulunan Riemann alt toplamının değeri, eğrinin altında kalan alanın değerine daha yakın olur.

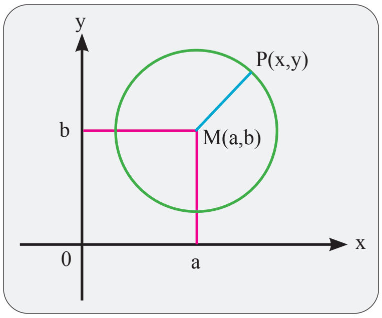
Riemann Üst Toplam



✓ $c_1 \in [x_0, x_1]$ için $f(c_1)$, $[x_0, x_1]$ nın görüntü kümesinin <u>en büyük</u> elemanı,
✓ $c_2 \in [x_1, x_2]$ için $f(c_2)$, $[x_1, x_2]$ nın görüntü kümesinin <u>en büyük</u> elemanı,
✓ $c_3 \in [x_2, x_3]$ için $f(c_3)$, $[x_2, x_3]$ nın görüntü kümesinin <u>en büyük</u> elemanı olmak üzere
grafikteki eğrinin altında oluşan boyalı dikdörtgenlerin toplam alanını veren
$\delta x_1.f(c_1) + \delta x_2.f(c_2) + \delta x_3.f(c_3)$
toplamına f(x) fonksiyonunun [a, b] na ait bir riemann üst toplamı denir. burada [a, b] 3 alt aralığa ayrılmıştır. eğer [a, b] daha fazla alt aralığa ayrılırsa bulunan riemann üst toplamının değeri, eğrinin altında kalan alanın değerine daha yakın olur.

Çalışma No.: 21

Yönerge



Analitik düzlemde M(a,b) merkezli ve r yarıçaplı çember üzerinde bir P(x,y) noktası alınırsa M(a,b) ile P(x,y) noktaları arasındaki uzaklık

$|MP| = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$ olur. $|MP| = r$ olduğundan

$r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$ bulunur.

Bu eşitliğin her iki tarafının karesi alınarak

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ denklemi elde edilir.

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ denklemine merkezi M(a,b) ve yarıçap uzunluğu r birim olan **çemberin standart denklemi** denir. Çember üzerindeki bir P(x,y) noktası çemberin denklemini sağlar.

Merkezi M(a,b) ve yarıçap uzunluğu r birim olan çamberin standart denklemi

$(x- a)^2 + (y- b)^2 = r^2$

şeklindedir. Bu denklem düzenlenerek

$x^2 + y^2 -2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$ olur.

$-2a = D$, $-2b = E$ ve $a^2 + b^2 - r^2 = F$ alınırsa

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

denklemi elde edilir. Bu denkleme **çemberin genel denklemi** denir.

1. O noktasının koordinatları (5,2 , 9,5) ve yarıçapı r = 4,8 cm olmak üzere A noktasının izlediği yol, bir çember oluşturur. A noktasının izlediği yolun oluşturduğu çemberin standart denklemi,

$(x - 5,2)^2 + (y - 9,5)^2 = (4,8)^2$ olur. Bu denklemde parantezler açıldığında

$x^2 + y^2 - 10,4x - 19y + 94,25 = 0$ genel denklemi elde edilir.

Çalışma No.: 1

MEB Ortaöğretim 12. Sınıf Ders Kitabı 2019, Devlet Kitapları, s. 16

Çalışma No.: 2

Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı, MEB, Devlet Kitapları, 1.Baskı, Ankara, 2019, syf.16

Çalışma No.: 3

MEB Ortaöğretim 12. Sınıf Ders Kitabı 2019, Devlet Kitapları, s. 16

Çalışma No.: 4

https://tr.wikipedia.org/wiki/Yar%C4%B1_%C3%B6m%C3%BCr

Ortaöğretim Matematik 12. Sınıf Ders Kitabı, MEB, sy: 21.

Çalışma No.: 5

MEB. (2021). Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları (7052). (Sayfa 32,34)

Sullivan, M. (2020). College Algebra, Eleveth Edition. New Jersey: Pearson Education, s. 463.

Çalışma No.: 6

MEB Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabı, Devlet Kitapları 2021, s: 85

Çalışma No.: 7

(Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabı, MEB, sy:88)
(Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabı, MEB, sy:89)
(Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabı, MEB, sy:91)

Çalışma No.: 8

Dönmez, A.(2002). Matematiğin Öyküsü ve Serüveni 3. Cilt. İstanbul: Toplumsal Dönüşüm Yayınları, s. 301-316.

Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı, MEB Devlet Kitapları 2021 syf: 76

Çalışma No.: 9

Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı, MEB, Devlet Kitapları, 1.Baskı, Ankara, 2019, syf.79 ve syf.86

Çalışma No.: 10

MEB Ortaöğretim 12. Sınıf Ders Kitabı 2019, Devlet Kitapları, s. 79

MEB Ortaöğretim 12. Sınıf Ders Kitabı 2019, Devlet Kitapları, s. 86

Çalışma No.: 11

MEB Ortaöğretim 2019 Matematik Ders Kitabı. Sf:79

Çalışma No.: 12

MEB Ortaöğretim 12. Sınıf Ders Kitabı 2019, Devlet Kitapları, s. 79

MEB Ortaöğretim 12. Sınıf Ders Kitabı 2019, Devlet Kitapları, s. 86

Çalışma No.: 13

Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı, MEB Devlet Kitapları 2021 s (154)

Yılmaz, R. (2020). "Dönüşüm Geometrisi". Matematiğin Temelleri. (Editör: A. Kaçar) s(335-363).Ankara:Pegem Akademi

Yavuz,İ.- Kepçeoğlu,İ. –Kaya,Z.B. (2020). "Dönüşüm Geometrisi ve Öğretimi". Geometri ve Ölçme Öğretimi (Editör: E. Ertekin, M. Ünlü) s(326-344). Ankara: Pegem Akademi

Argün, Z. – Arıkan,A.- Bulut,S.- Halıcıoğlu, S. (2020).Temel Matematik Kavramların Künyesi, s (159-162). Ankara: Palme Yayınevi.

Çalışma No.: 14

Ortaöğretim Fen Lisesi 12. Sınıf Matematik Ders Kitabı, MEB, s. 233

Çalışma No.: 15

Ortaöğretim Matematik 12.sınıf Meb Matematik Ders Kitabı

Çalışma No.: 16

Ortaöğretim Fen Lisesi 12. Sınıf Matematik Ders Kitabı, MEB, s.268

Ortaöğretim 12. Sınıf Matematik Ders Kitabı, MEB, s. 217

Çalışma No.: 17

Ortaöğretim Fen Lisesi 12. Sınıf Ders Kitabı, MEB, sy: 268-269.

Çalışma No.: 18

Ortaöğretim 12 Ders Kitabı, MEB 2021, s:257,258.

Çalışma No.: 19

https://ogmmateryal.eba.gov.tr/panel/panel/EKitapUniteOnizle.aspx?Id=385&sayfa=296

Çalışma No.: 20

MEB Ortaöğretim 2019 12. Sınıf Matematik Ders Kitabı. Sf:313

Çalışma No.: 21

MEB. (2021). Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları (7052). (Sayfa 368, 375)

Çalışma No.: 4

Görsel 1: https://www123rf.com: ID: 50574086

Çalışma No.: 5

Görsel 1 ve 2, komisyon tarafından hazırlanmıştır.
Görsel 3: https://www123rf.com: ID: 144756560 (10-01-2022, 11:30)

Çalışma No.: 6

Göresel 1: https://www123rf.com: ID:140622296
Göresel 2: https://www123rf.com: ID:103087681

Çalışma No.: 8

Göresel 1; Eratoshenes: https://tr.wikipedia.org/wiki/Eratosthenes
Göresel 2; Eratoshenes: https://www.sciencephoto.com/media/438300/view/eratosthenes

Çalışma No.: 9

Göresel 1; https://www123rf.com: ID:_43545747_flat-design-illustration-of-banking-concept-set-bank-interior-counter-desk-cashier-consulting-presen.html?vti=nmngy9lq0qlr2s6tzo-1-1

Çalışma No.: 10

Görsel 1: https://www123rf.com: ID: 72988608

Çalışma No.: 11

Görsel 1: https://www123rf.com: ID : (58449222- E.T: 09.01.2022, Saat: 15.00)

Çalışma No.: 12

Görsel 1: https://www123rf.com: ID: 72988608

Çalışma No.: 13

Görsel 1/2:Kuş resmi: https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.pinterest.com%2Fpin%2F405042560236805474%2F&psig=AOvVaw03vPMKs9RUBbXMeDkK7wpv&ust=1641825986290000&source=images&cd=vfe&ved=0CAsQjRxqFwoTCIC2n8r0pPUCFQAAAAAdAAAAABAL

Çalışma No.: 14

Görsel 1: https://www123rf.com: ID: 64975484 (Düzenlenmiştir.)
Görsel 2: https://www123rf.com: ID: 47913421

Çalışma No.: 18

Görsel 1: https://www123rf.com: ID: 79424197

Çalışma No.: 20

Görsel 1: https://www123rf.com: ID : (123977304- E.T: 18.01.2022, Saat: 15.00)

Çalışma No.: 21

Görsel 1: https://www123rf.com, ID: 58957119 (12-01-2022, 14:25)
Görsel 2: https://www123rf.com, ID: 10311020 (12-01-2022, 14:30)

T.C. MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ