SAYMA YÖNTEMLERİ

1) Eşleme Yolu İle Sayma

Sonlu bir kümenin elemanları ile sayma sayısı kümesinin elemanlarını bire bir eşleştirerek, verilen kümenin eleman sayısını bulmaya **eşleme yolu ile sayma** denir.

Örnek:

Bir sınıftaki öğrencilerin sayısı bulunurken eşleme yolu ile sayma yapılır.

Örnek

Alfabemizdeki harfler sayılarken eşleme yolu ile sayma yapılır.

2) Toplama Yolu ile Sayma

Sonlu ve ayrık iki kümenin birleşiminin eleman sayısını bulmak için kümelerin eleman sayıları toplanır.

$A \cap B = \varnothing$ ise $s(A \cup B) = s(A) + s(B)$ dir.

Toplama yolu ile sayma, bu kural dikkate alınarak yapılır.

A ve B birbirinden farklı iki olay olsun. A olayı a farklı şekilde, B olayı b farklı şekilde gerçekleşiyorsa A veya B olayı **a + b** farklı şekilde gerçekleşir.

Örnek:

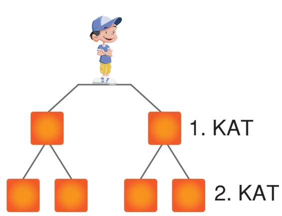
A şehrinden B şehrine 4 farklı karayolu 2 farklı demiryolu ve 1 tane havayolu vardır.

A şehrinden B şehrine kaç farklı yolla gidilebilir?

Çözüm:

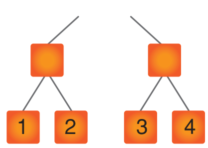
A şehrinden B şehrine toplam $4 + 2 + 1 = 7$ farklı yolla gidilebilir.

Örnek:



Şekilde 1. katta 2 oda, 2. katta 4 oda vardır. En yukardaki çocuk bu yollardan geçerek 2. kattaki odalardan birine kaç farklı yolda gidebilir?

Çözüm:



Odaları birbirine bağlayan her doğru parçası farklı bir yol göstermektedir.

1. kata inme olayı 2 farklı şekilde, ordan 2. kata inme olayı 4 farklı şekilde gerçekleştiğinden $2 + 4 = 6$ farklı yolla gider.

3) Çarpma Yolu İle Sayma

Herhangi bir işlem m farklı yolla ve bu işlemi takip eden ikinci bir işlem n farklı yolla yapılıyorsa bu iki işlem birlikte m . n farklı yolla yapılabilir.

Bu sayma yöntemine çarpma yolu ile sayma denir. Örneğin

1 öğrencinin 3 farklı gömleği ve 2 farklı pantolonu vardır. **Bu öğrenci kaç farklı şekilde giyinebilir?**
diye sorulursa 1. iş gömlek giyme, 2. iş pantolon giyme olup ikisi birlikte 3.2 = 6 farklı şekilde giyinebilir.

Örnek:

5 kişinin katıldığı bir sınav başarı yönünden kaç farklı biçimde sonuçlanabilir?

Çözüm:

Sınava katılan bir kişinin sınavı başarılı veya başarısız olmak üzere iki şekilde sonuçlanabilir.

1. kişi	2. kişi	...	5. kişi
2	2		2

bu sınav başarı yönünden

$2.2.2.2.2 = 2^5 = 32$

farklı biçimde sonuçlanabilir.

Örnek:

A = {1, 2, 3, 4, 5} kümesinin elemanları ile üç basamaklı

a) Rakamları tekrarlanabilen
b) Rakamları tekrarsız
c) Rakamları tekrarsız tek
d) Rakamları tekrarsız 400 den büyük
e) Rakamları tekrarsız 300 den büyük ve çift

en çok kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

Çözüm:

a) $\boxed{5}\boxed{5}\boxed{5} \Rightarrow 5 . 5 . 5 = 125$ sayı yazılabilir.

(Rakamlar tekrarlanabileceği için her basamağa gelebilecek beş rakam seçeneği vardır.)

b) $\boxed{5}\boxed{4}\boxed{3} \Rightarrow 5 . 4 . 3 = 60$ sayı yazılabilir.

(Bir basamakta kullanılan rakam, diğerinde kullanılamayacağı için seçenek sayısı birer azalarak gider.)

c) $\boxed{4}\boxed{3}\underbrace{\boxed{3}}_{\{1,3,5\}} \Rightarrow 4 . 3 . 3 = 36$ sayı yazılabilir.

Örnek

A = {1, 2, 3} kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı

1. kaç farklı doğal sayı

2. rakamları farklı kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

Çözüm

1. Üç basamağada her rakam gelebilir.

$\underline{3} . \underline{3} . \underline{3} = 27$

2. Bir basamakta kullanılan diğer basamakta kullanılamaz.

$\underline{3} . \underline{2} . \underline{1} = 6$

Örnek

En az bir basamağında 9 bulunan üç basamaklı en çok kaç doğal sayı vardır?

Çözüm

Tüm üç basamaklı doğal sayılar

$\boxed{9}\boxed{10}\boxed{10}$ = 900 tanedir.

9 rakamını içermeyen

$\boxed{8}\boxed{9}\boxed{9}$ = 648 tanedir.

O halde;

900 – 648 = 252 bulunur.

Örnek

{0, 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin elemanları ile rakamları tekrarsız 3000 den büyük, dört basamaklı ve 5 ile tam bölünebilen kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

Çözüm

Birler basamağına 0 veya 5 gelebilir.

3	4	3	1	= 36
3, 4, 5			0	

2	4	3	1	= 24
3, 4			5	

36 + 24 = 60 bulunur.

d) | 2 | 4 | 3 | $\Rightarrow$ 2 . 4 . 3 = 24 sayı yazılabilir.

{4,5}

e) 300'den büyük olacağı için yüzler basamağına {3, 4, 5}, çift olacağı için birler basamağına {2, 4} gelebilir. İki koşulda ortak ve ortak olmayan elemanlar bulunduğu için soru bu elemanlara göre iki aşamada çözülür.

Ortak eleman : 4

| 2 | 3 | 1 | $\Rightarrow$ 2 . 3 . 1 = 6

{3,5} ... 4

Ortak olmayan eleman: 2

| 3 | 3 | 1 | $\Rightarrow$ 3 . 3 . 1 = 9

{3,4,5} ... 2

Toplam : 6 + 9 = 15 sayı yazılabilir.

Örnek:

{0, 1, 2, 3} kümesinin elemanları kullanılarak

a) **kaç farklı doğal sayı yazılabilir?**

b) **rakamları farklı kaç doğal sayı yazılabilir?**

Çözüm:

Basamak sayısı belirtilmediğinden tüm basamak sayılarını dikkate almak gerekir.

a) 4 basamaklı : | 3 | 4 | 4 | 4 | = 192

3 basamaklı : | 3 | 4 | 4 | = 48

2 basamaklı : | 3 | 4 | = 12

1 basamaklı : | 4 | = 4

olmak üzere 192 + 48 + 12 + 4 = 256 tane yazılır.

b) Rakamları farklı

4 basamaklı : | 3 | 3 | 2 | 1 | = 18

3 basamaklı : | 3 | 3 | 2 | = 18

2 basamaklı : | 3 | 3 | = 9

1 basamaklı : | 4 | = 4

olmak üzere 18 + 18 + 9 + 4 = 49 tane yazılır.

PERMÜTASYON (Diziliş, Sıralama)

Nesnelerin farklı dizilişlerinin sayısına **permütasyon** denir. Örneğin {a, b, c} kümesinin elemanlarının 6 farklı dizilişi vardır. (abc), (acb), (bac), (bca), (cab), (cba) şeklinde.

Bu dizilişlerin herbirine a, b, c harflerinin permütasyonları (farklı dizilişleri) denir.

Nesnelerin mantıkları farklı farklı cins permütasyonu vardır.

1. Doğrusal Permütasyon
2. Tekrarlı Permütasyon

1. Doğrusal Permütasyon

Nesnelerin bir doğru boyunca yan yana farklı dizilişleridir.

n farklı nesne bir sıraya yan yana n! farklı şekilde sıralanabilir (dizilebilir).

n farklı nesnenin k tanesi yan yana (n-nin k-lı permütasyonu)

$P(n,k)=\dfrac{n!}{(n-k)!}$ farklı şekilde sıralanabilir.

Örnek:

P(n, 2) + P(5, 2) = 26 ise **n kaçtır?**

Çözüm:

$$P(n,2)=\frac{n!}{(n-2)!}=\frac{(n-2)!(n-1).n}{(n-2)!}=(n-1).n \text{ dir.}$$

$$P(5,2)=\frac{5!}{(5-2)!}=\frac{5!}{3!}=\frac{3!.4.5}{3!}=20 \text{ dir.}$$

O halde (n – 1).n + 20 = 26 ⇒ n^2 – n – 6 = 0 ⇒ (n – 3)(n + 2) = 0

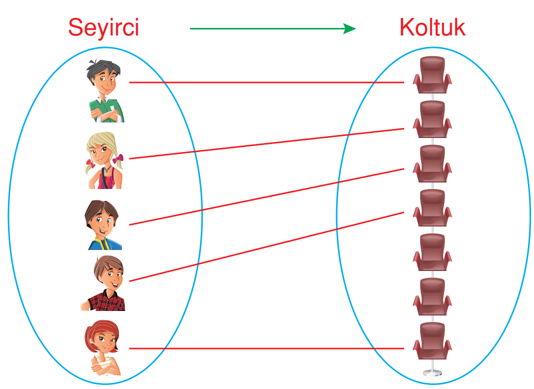
n – 3 = 0 $\boxed{n = 3}$ bulunur. (n = –2 olamaz.)

Örnek:

Bir sinemada yan yana 7 tane boş koltuk vardır.

Bu koltuklara 5 seyirci kaç farklı şekilde oturabilir?

Çözüm:



Örnek

5 öğrenci 5 kişilik bir sıraya kaç farklı şekilde oturabilir?

Çözüm

n farklı nesnenin tümünün farklı dizilişlerinin sayısı n! olduğundan, 5 öğrenci yan yana 5! = 120 farklı şekilde oturabilir.

Tanım kümesi seyirciler kümesi değer kümesi koltuklar kümesi olan kaç tane (1 – 1) fonksiyon vardır.

Bu fonksiyonlardan bir tanesi şemada gösterilmiştir.

Yani 7 farklı nesnenin (koltuklar) 5 tanesinin (öğrenciler) farklı dizilişlerinin sayısıdır.

$P(7,5)=\frac{7!}{2!}=3.4.5.6.7$ farklı şekilde.

Uyarı

n farklı nesnenin dizilişinde bazı nesnelerin yan yana olmaları istenirse bu nesneler bir nesne kabul edilerek sıralama yapılır. Ancak bu nesnelerin kendi aralarındaki diziliş sayısı ile çarpılır.

Örnek:

Farklı sınıflara ait 4 matematik, 3 fizik, 2 kimya kitabı bir kitaplığın rafına yan yana dizilecektir.

Rafın iki başında kimya kitapları durmak ve 4 matematik kitabı da yan yana durmak koşulu ile kaç farklı şekilde dizilebilirler?

Çözüm:

Önce 2 kimya kitabını rafın iki başına koyalım. Daha sonra 4 matematik kitabını da birbirine bağlayalım. (Bir nesne kabul ettik.) 3 fizik 1 de matematik kitaplarını 2 kimya kitabının arasına dizelim.

(Toplam 4 nesne) Bu dizilişlerden biri

$K_1, \underbrace{F_1, F_2, \boxed{M_1, M_2, M_3, M_4,} F_3}_{\text{4 nesne}}, K_2$ dir.

4! . 4! . 2! ⟶ Kimya kitaplarının yer değiştirme sayısı

matematik kitaplarının diziliş sayısı

nesnelerin diziliş sayısı

Örnek:

3 kız, 4 erkek öğrenci bir sıraya yan yana oturacaktır.

Herhangi 2 erkek öğrenci yan yana gelmemek koşulu ile kaç farklı şekilde oturabilirler?

Çözüm:

Herhangi iki erkek yan yana gelmeyeceğine göre erkeklerin arasına 1 er kız oturmak zorundadır.

E K E K E K E şeklinde

4! . 3!

kızların diziliş sayısı

erkeklerin diziliş sayısı

ETKİNLİK - 1

Aşağıdaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

1) $\dfrac{(n-1)!+(n+1)!}{n^3-1}$ işleminin sonucu .... dır.

2) {0, 1, 2, 3} kümesinin elemanları ile üç basamaklı .... tane çift sayı yazılır.

3) İçlerinde Rüya ve Bilge'nin de bulunduğu 5 kişi Rüya ve Bilge yanyana oturmak koşulu ile bir sıraya .... farklı şekilde oturabilir.

4) 7 kişi bir parkta bulunan 5 kişilik bir banka .... farklı şekilde oturabilir.

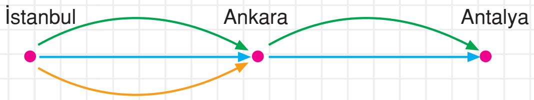
ETKİNLİK - 2

Aşağıdaki soruları doğru yanıtları ile eşleştiriniz.

1) 6 atletin katıldığı bir yarışta ilk üçe altın, gümüş ve bronz madalya kaç farklı şekilde verilebilir? 6

2) {0, 1, 2, 3} kümesinin elemanları kullanılarak 200 den büyük ve rakamları farklı üç basamaklı kaç çift sayı yazılabilir? 288

3) Birbirinden farklı 3 Matematik, 3 Fizik, 2 Kimya kitabı bir kitaplığın rafına dizilecektir. Kimya kitapları rafın iki başında ve Matematik kitapları yanyana durmak koşulu ile kaç farklı şekilde dizilebilirler? 120

1. 

İstanbul'dan Ankara'ya 3 değişik yol, Ankara'dan Antalya'ya 2 değişik yol vardır.

Buna göre İstanbul'dan Antalya'ya, Ankara'ya uğramak şartıyla kaç değişik yoldan gidilebilir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Bir kişinin dört çift ayakkabısı vardır. Aynı ayakkabıyı üstüste iki gün giymemektedir.

4 iş gününde bu kişi ayakkabılarını kaç farklı şekilde giyebilir?

A) 256 B) 144 C) 108 D) 96 E) 84

3. **{1, 2, 3, 4} kümesinin elemanları kullanılarak yazılan 3 basamaklı ve rakamları farklı doğal sayılardan kaç tanesinin birler basamağında 4 vardır?**

A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4, 5, 6. sorular A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin elemanları kullanılarak çözülecektir.

4. **Üç basamaklı kaç doğal sayı yazılır?**

A) 180 B) 136 C) 124 D) 108 E) 90

5. **Rakamları farklı üç basamaklı kaç doğal sayı yazılır?**

A) 96 B) 100 C) 116 D) 124 E) 136

6. **İki basamaklı rakamları farklı kaç çift sayı yazılır?**

A) 15 B) 13 C) 12 D) 10 E) 9

7. **Rakamları birbirinden farklı 3 basamaklı en çok kaç doğal sayı vardır?**

A) 504 B) 648 C) 729 D) 810 E) 900

8. **300 den küçük üç basamaklı ve rakamları farklı kaç doğal sayı yazılır?**

A) 72 B) 81 C) 124 D) 162 E) 144

9. **4 jokey ve 4 atın bulunduğu bir hipodromda kaç farklı yarış düzenlenebilir?**

A) 4 B) 16 C) 20 D) 24 E) 25

10. 3 çocukları bulunan bir aile bir sıraya yanyana oturacaklardır.

Anne ile baba arasına herhangi bir çocuk oturmak koşulu ile kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 36 B) 24 C) 18 D) 12 E) 6

ÇÖZÜMLER

1. İstanbul'dan Ankara'ya 3 ve Ankara'dan Antalya 2 farklı yol olduğundan 3.2 = 6 farklı şekilde gidilebilir.

YANIT E

2. Birinci gün 4 ayakkabıdan birini giyiyor. İkinci gün bu ayakkabıyı giyemeyeceği için 3 ayakkabı giyebilir. Her gün aynı şekilde devam ederek

I., II., III., IV. → günler

4 . 3 . 3 . 3 = 108 farklı şekilde giyebilir.

YANIT C

3. $\overline{3}\ .\ \overline{2}\ \overset{4}{\overline{\ }} = 6$ şeklinde veya {1, 2, 3} kümesinin ikili permütasyonu $P(3, 2) = \dfrac{3!}{(3-2)!} = 6$ şeklindedir.

YANIT B

4. Rakamları tekrar edilebilir. Yani birler ve onlar basamağına tüm rakamlar gelebilir.

$\overline{5}\ .\ \overline{6}\ .\ \overline{6} = 180$ tane

YANIT A

5. Rakamları farklı olursa, her rakam sadece bir defa kullanılabilir.

$\overline{5}\ .\ \overline{5}\ .\ \overline{4} = 100$ tane

YANIT B

6. $\overline{5}\ \overset{0}{\overline{\ }}$ Birler basamağı sıfır ise 5 tane

$\overline{4}\ .\ \overset{\substack{2\\4}}{\overline{2}} = 8$ tane $5 + 8 = 13$ tane yazılır.

YANIT B

7. $\overline{9}\ .\ \overline{9}\ .\ \overline{8} = 648$ tane

YANIT B

8. 300 den küçük olacağı için yüzler basamağına 1 veya 2 gelebilir.

$\overline{2}\ .\ \overline{9}\ .\ \overline{8} = 144$ bulunur.

YANIT E

9.

"şeklinde kaç tane (1 – 1) fonksiyon vardır" anlamındadır.

4! = 24 tane

YANIT D

10. Önce anne ile baba arasına oturacak bir çocuk seçelim. Sonra anne, çocuk, baba üçlüsünü birbirine bağlayarak dizelim. (Anne ile baba da yer değişebilir)

A.Ç.B 2 çocuk toplam 3 nesne

$\binom{3}{1}$ 3!.2! = 3.6.2 = 36 farklı şekilde oturabilirler.

YANIT A

1. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} **kümesinin elemanları ile üç basamaklı rakamları farklı 450 den büyük en çok kaç farklı doğal sayı yazılabilir?**

YANIT: 105

2. **Filiz, Gül, Belma, Bora ve Tolga bir sıraya 3 kız yan yana oturmamak üzere en çok kaç değişik biçimde oturabilirler?**

YANIT: 84

3. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} **kümesinin elemanlarından oluşturulan 4 lü permütasyonların kaç tanesinde 3 eleman olarak bulunurken 6 eleman olarak bulunmaz?**

YANIT: 240

4. **402571 sayısındaki rakamların yerleri değiştirilerek 7 ile başlayıp 2 ile biten altı basamaklı en çok kaç farklı doğal sayı yazılabilir?**

YANIT: 24

5. $\dfrac{n!+(n+1)!}{(n+2)!}$ **işleminin sonucu nedir?**

YANIT : $\dfrac{1}{n+1}$

6. **A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} kümesinin elemanlarını kullanarak en az iki basamağında aynı rakam bulunan üç basamaklı en çok kaç farklı doğal sayı yazılabilir?**

YANIT: 96

7. Ayşe ile Mehmet'in de aralarında bulunduğu 6 kişi bir sıraya oturacaklardır.
Ayşe ile Mehmet yan yana olmamak üzere kaç farklı şekilde oturabilirler?

YANIT: 480

8. **3 kız, 4 erkek bir sıraya A ve B isimli kızlar yan yana oturma şartıyla en çok kaç farklı biçimde oturabilirler?**

YANIT: 1440

Tekrarlı Permütasyon

abc harflerinin 3! = 6 farklı dizilişi olduğunu gördük. Harflerimiz aac veya aabb olsaydı kaç farklı diziliş elde edilirdi?

Tanım

Yerleri değiştirildiği halde farklı bir diziliş elde edilmeyen nesnelere **aynı cins** nesneler denir.

Örneğin; ATATÜRK sözcüğünde A harflerinin veya T harflerinin yerleri değiştirilirse farklı bir sözcük elde edilmez. O halde n tane nesnenin

k_1 tanesi aynı cins,
k_2 tanesi aynı cins,
$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$
k_n tanesi aynı cins ise

bu nesnelerle yapılabilecek farklı dizilişlerin sayısına **tekrarlı permütasyon** denir ve bu dizilişlerin sayısı $\dfrac{n!}{k_1!.k_2!.....k_n!}$ tanedir.

O halde aac harfleri ile $\dfrac{3!}{2!} = 3$ tane

aabb harfleri ile $\dfrac{4!}{2!\ 2!} = 6$ tane

farklı sözcük yazılabilir.

Sıra Sende

3330 sayısının rakamları yer dğiştirerek kaç farklı dört basamaklı sayı yazılır?

Örnek:

22111 sayısının rakamları yer değiştirerek beş basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

Çözüm:

5 tane nesnenin;
2 tanesi aynı cins (2 rakamları)
3 tanesi aynı cins (1 rakamları)

olduğundan $\dfrac{5!}{2!\ 3!} = 10$ tane sayı yazılabilir.

Örnek:

110233 sayısının rakamları yer değiştirerek altı basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

Çözüm:

6 tane nesnenin;
2 tanesi aynı cins (1 rakamları)
2 tanesi aynı cins (3 rakamları)

olduğundan $\frac{6!}{2!\ 2!} = 180$ tane sayı yazılabilir.

Ancak bu 180 sayının içinde 0 ın başta olduğu durumlarda vardır.

Bunlar 6 basamaklı sayı olmazlar.

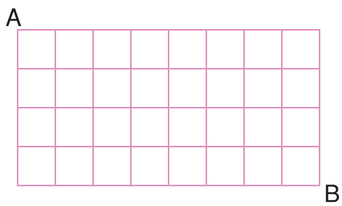
0 ın başta olduğu sayıları 180 den çıkarmak gerekir.

$0\ \underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{5 \text{ nesne}}$

$\frac{5!}{2!\ 2!} = 30$ tanedir.

Sonuç = 180 – 30 = 150 bulunur.

Örnek:

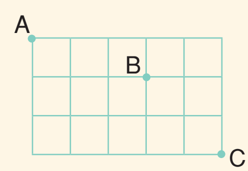


Şekildeki dikdörtgen 32 özdeş birim kareden oluşmuştur. A noktasında bulunan bir kişi, B noktasına en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?

Çözüm:

A dan, B ye giden 8 düşey yol ve 4 yatay yol vardır. Bu yollar özdeş olduğundan aynı cinstir. O halde $\frac{12!}{8!\ 4!} = 495$ farklı şekilde gidebilir.

Sıra Sende



Şekildeki dikdörtgen 15 özdeş birim kareden oluşmuştur.
A noktasında bulunan bir kişi C noktasına B noktasından geçmek koşulu ile kaç farklı şekilde gidebilir?

Örnek:

T	Ü	R	K
Ü	R	K	İ
R	K	İ	Y
K	İ	Y	E

Şekilde kaç tane TÜRKİYE sözcüğü vardır?

Çözüm:

Sonu "T harfinden E harfine kaç farklı şekilde gidilebilir" demektir. Düşey yolları 1 ile, yatay yolları 2 ile gösterirsek 11112222 sayısı ile sekiz basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

$\frac{8!}{4!\ 4!} = 70$ bulunur.

Örnek

$C(n, 2) = 21$ ise

n kaçtır?

Çözüm

$$C(n,2) = \frac{n!}{2!(n-2)!}$$

$$= \frac{n(n-1)}{2} = 21$$

$n(n - 1) = 42$ ise

$n = 7$ bulunur.

KOMBİNASYON (Gruplama - Seçme)

n tane farklı nesnenin herhangi k tanesi seçilerek oluşturulan k elemanlı grupların sayısına (n elemanlı bir kümenin k elemanlı alt küme sayısına) n-nin k-lı kombinasyonu denir.

$C(n, k)$ ve $\binom{n}{k}$ sembollerinden biri ile gösterilir.

$$C(n,k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$ şeklinde hesaplanır.

Küme konusunda n elemanlı bir kümenin 2^n tane alt kümesi olduğunu öğrenmiştik. Acaba bu kümelerin kaç tanesi 2 elemanlıdır? sorusunun cevabı:

$$C(n,2) = \binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2}$$ dir.

Örnek:

5 elemanlı bir kümenin $2^5 5 = 32$ tane alt kümesi vardır. Bu 32 alt kümenin kaç tanesi 3 elemanlıdır? diye sorulursa

Yanıt: $\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!\ 2!} = 10$ tanedir.

ÖZELLİKLER:

1. $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1, \quad \binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$

Bu özelliği genelleştirirsek

$\binom{10}{3} = \binom{10}{10-3}$ şeklinde $\boxed{\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}}$ dır.

2. $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots + \binom{n}{n} = 2^n$

3. $\binom{n}{a} = \binom{n}{b}$ ise $a = b$ veya $a + b = n$ dir.

4. $\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$

Örnek:

7 elemanlı bir kümenin kaç tane 3 elemanlı alt kümesi vardır? sorusu ile 7 kişi arasından 3 kişilik kaç farklı grup oluşturulabilir? sorusu birbirine denk iki sorudur.

Çözüm:

$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3!\,4!} = \frac{5.6.7}{2.3} = 35$ bulunur.

Uyarı

Bir kombinasyon probleminde problemin istediği grubu oluşturmak için birden fazla seçim yapmak gerekiyorsa bu seçimlerin sonuçları birbirleri ile çarpılır. (ve problemi) Problemin istediği grup farklı seçimlerle (yollarla) oluşturuluyorsa bu seçimlerin sonuçları birbirleri ile toplanır. (veya problemi)

Örnek:

5 kız, 5 erkek arasından 4 kişilik bir ekip seçilecektir.

a) Kaç farklı ekip oluşturulabilir?

b) En az ikisi kız olan kaç farklı ekip oluşturulabilir?

c) 3'ü kız, 1'i erkek olan kaç farklı ekip oluşturulabilir?

d) Ekibe girecek kızlardan biri belli olduğuna göre 2 kız, 2 erkekten oluşan kaç farklı ekip oluşturulabilir?

Çözüm:

a) $\binom{10}{4} = \frac{10.9.8.7}{4.3.2.1} = 210$

b) (2K, 2E) + (3K, 1E) + (4K)

$\binom{5}{2}\binom{5}{2} + \binom{5}{3}\binom{5}{1} + \binom{5}{4}$

10 . 10 + 10 . 5 + 5 = 155

c) (3K, 1E)

$\binom{5}{3}\binom{5}{1} = 10.5 = 50$

d) (1K, 2E) + 1K $\Rightarrow$ belirli olan kişi seçim dışı tutulur.

$\binom{4}{1}\binom{5}{2} = 4.10 = 40$

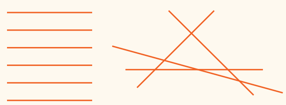
Sıra Sende

Bir vazoda 3 beyaz, 5 kırmızı ve 7 sarı gül vardır.
Bu vazodan farklı renkte iki gül kaç değişik şekilde seçilebilir?

Örnek

Aynı düzlemde 6 sı birbirine paralel 10 doğru en çok kaç noktada kesişir?

Çözüm



6 paralel 4 kesişen

4 kesişen doğru

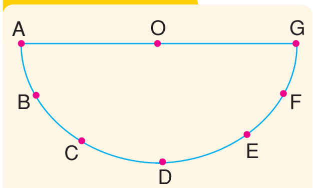
$\binom{4}{2} = 6$ noktada kesişir.

6 paralel doğru ile 4 kesişen doğru

$\binom{6}{1}\binom{4}{1} = 24$ noktada kesişir.

Toplam: 6 + 24 = 30 noktada kesişir.

Sıra Sende



O merkezli şekildeki çember yayı üzerinde belirtilen noktalarla
a) kaç farklı dörtgen çizilebilir?
b) kaç farklı üçgen çizilebilir?
c) kaç farklı doğru çizilebilir?

Örnek:

C(n +1, 2) + C (n,1) = P (n,2) + P (2,2) ise **n kaçtır?**

Çözüm:

C(n +1, 2) + C(n, 1) = P(n, 2) + P(2, 2)

$$\frac{(n+1)!}{2!.(n+1-2)!}+n=\frac{n!}{(n-2)!}+2!$$

$$\frac{(n+1).n.(n-1)!}{2.(n-1)!}+n=\frac{n.(n-1)(n-2)!}{(n-2)!}+2$$

$$\frac{n^2+3n}{2}=n^2-n+2$$

$$n^2 + 3n = 2n^2 - 2n + 4$$

$$n^2 - 5n + 4 = 0$$

$$(n-4).(n-1) = 0$$

$n = 4$ bulunur.

Örnek:

A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} **kümesinin elemanlarını kullanarak a < b < c koşulunu sağlayan üç basamaklı kaç tane (abc) doğal sayısı yazılır?**

Çözüm:

Rakamlar arasındaki sıralama soruda belirlendiğinden A kümesinin elemanlarından seçilecek her üç rakam ile sadece bir tane üç basamaklı sayı yazılabilir.

$\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!.3!} = 35$ bulunur.

Örnek:

3 kız 4 erkek öğrenci bir sıraya yan yana oturacaktır.

Herhangi iki kız öğrenci yan yana gelmemek üzere kaç farklı şekilde oturabilirler?

Çözüm:

Önce erkekleri aralarında boşluk kalacak şekilde oturtalım.

K E E K E E K

Sonra da 3 kızı boşluklara oturtalım. (Erkekler yan yana gelebilir.)

5 boş yer olduğundan biz üç tanesini seçeceğiz.

$\binom{5}{3}$. 4! . 3! ⟶ kızların diziliş sayısı

erkeklerin diziliş sayısı

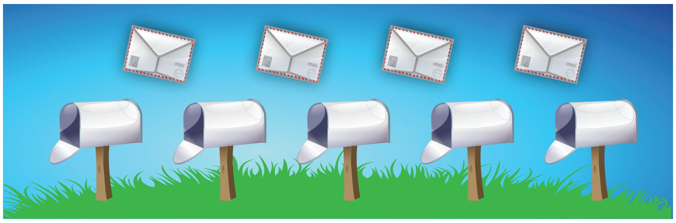
boş yer seçimi

10.24.6 = 1440 farklı şekilde oturabilirler.

ETKİNLİK - 3

Aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

1)



a. Şekildeki 4 mektup 5 posta kutusuna kaç farklı şekilde atılabilir?

b. Bir kutuya en çok bir mektup atmak şartı ile kaç farklı şekilde atılabilir?

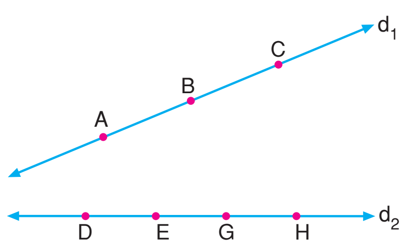
2) Herhangi üç tanesi doğrusal olmayan 9 noktadan

a. Kaç doğru çizilir?

b. Kaç üçgen çizilir?

c. Kaç dörtgen çizilir?

3)



Şekilde d_1 doğrusu üzerinde 3 nokta, d_2 doğrusu üzerinde 4 nokta verilmiştir.

Aşağıdaki soruları verilenlere göre yanıtlayınız.

a. Bu noktalar kullanılarak kaç doğru çizilir?

b. Bir köşesi A noktası olan kaç üçgen çizilir?

c. Bu noktalar kullanılarak kaç dörtgen çizilir?

Örnek

$(x - 3y)^7$

açılımında katsayılar toplamı kaçtır?

Çözüm

$x = 1$ ve $y = 1$ koyarsak

$(1 - 3)^7 = (-2)^7 = -128$

bulunur.

Sıra Sende

$(x + 2y)^n$

açılımında 5 terim varsa baştan 3. terim nedir?

BİNOM AÇILIMI

$(a + b)^\circ = 1,\ (a + b)^1 = a + b,\ (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ açılımlarını biliyoruz. Daha yüksek kuvvetlerin açılımı nasıl yapılır. Bunun için iki yöntem vardır.

1. Paskal üçgeni: $(a + b)^n$ açılımında katsayıları gösterir.

$$
\begin{array}{ccccccccccccccl}
 & & & & & & 1 & & & & & & & \longrightarrow & (a+b)^\circ \\
 & & & & & 1 & & 1 & & & & & & \longrightarrow & (a+b)^1 \\
 & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & & \longrightarrow & (a+b)^2 \\
 & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & & \longrightarrow & (a+b)^3 \\
 & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & & \longrightarrow & (a+b)^4 \\
 & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & & \longrightarrow & (a+b)^5 \\
1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 & \longrightarrow & (a+b)^6 \\
1 & & & & & & \text{- - - - - - - -} & & & & & & 1 & &
\end{array}
$$

Buradaki her sayı bir üstünde arasına yazıldığı iki sayının toplamına eşittir. Örneğin;

$\underbrace{1 \quad 2}_{3},\quad \underbrace{3 \quad 3}_{6},\quad \underbrace{10 \quad 5}_{15}$ gibi

Bu yazılıma pacsal üçgeni denir.

BİNOM AÇILIMI

$x,\ y \in R,\ n \in N^+$ olmak üzere

$$\boxed{(x+y)^n = \binom{n}{0}x^n.y^0 + \binom{n}{1}x^{n-1}y^1 + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \ldots + \binom{n}{n}x^0.y^n}$$

açılımına binom açılımı denir.

Örnek:

$$(x-2y)^4 = \binom{4}{0}x^4 + \binom{4}{1}x^3(-2y)^1 + \binom{4}{2}x^2(-2y)^2 + \binom{4}{3}x(-2y)^3 + \binom{4}{4}(-2y)^4$$

$$= x^4 - 8x^3y + 24x^2y^2 - 32xy^3 + 16y^4$$

Özellikler:

1) $(x + y)^n$ açılımında $(n + 1)$ tane terim vardır.

2) $(x + y)^n$ açılımında herhangi bir terim

$\binom{n}{r}x^{n-r}.y^r$ dir. BİNOM FORMÜLÜ

3) $(x + y)^n$ açılımında baştan r inci terim

$\binom{n}{r-1}x^{n-r+1}.y^{r-1}$ olur.

4) $(x + y)^n$ açılımında katsayılar toplamını bulmak için değişkenlerin yerine 1 yazılır.

x = y = 1 için

$$(1+1)^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \ldots + \binom{n}{n} = 2^n$$

5) Binom açılımında sabit terim sorulduğunda binom formülü değişkenlerin sıfırıncı kuvvetlerine eşitlenerek r bulunur.

Örnek:

$(1 - \sqrt{2})^5$ açılımında baştan 3. terim kaçtır?

Çözüm:

3. özelliğe göre (r = 3)

$$\binom{5}{2} 1^3 . (-\sqrt{2})^2 = 10.2 = 20 \text{ bulunur.}$$

Örnek:

$(3x - 2y)^5$ açılımında baştan dördüncü terimi nedir?

$$\binom{5}{3} (3x)^2 . (-2y)^3 = 10.9x^2 (-8y^3) = -720\, x^2y^3 \text{ tür.}$$

Örnek:

$$\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{10} \text{ ifadesinin açılımında}$$

x^5 li terimin katsayısı kaçtır?

Çözüm:

$$\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{10} = \ldots + Ax^5 + \ldots$$

$$\binom{10}{r} . (x^3)^{10-r} . \left(-\frac{1}{x^2}\right)^r = Ax^5$$

$$\underbrace{(-1)^r . \binom{10}{r}}_{A} . x^{30 - 3r} . x^{-2r} = x^5$$

$$-5r + 30 = 5$$

$$5r = 25$$

$$r = 5 \text{ dir.}$$

$$A = (-1)^r . \binom{10}{r}$$

$$A = (-1)^5 . \binom{10}{5}$$

$$A = \frac{-10!}{5!.5!} = -\frac{10.9.8.7.6}{5.4.3.2.1} = -252 \text{ bulunur.}$$

Örnek

$$\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^6$$

açılımında sabit terim kaçtır?

Çözüm

Sabit terim, değişkenin olmadığı terim demektir. O halde 5. özelliğe göre x^0 lı terimi bulmamız gerekir.

$$\binom{6}{r} x^{6-r} . \left(\frac{1}{x^2}\right)^r$$

$$= \binom{6}{r} x^{6-r} . x^{-2r} = x^0$$

6 – 3r = 0 r = 2 bulunur.

$$\binom{6}{2} x^{6-3.2} = 15x^0 = 15$$

bulunur.

ETKİNLİK - 4

Boş kutulara uygun sayıları yazınız.

$(x + y)^0 = 1$

$(x + y)^1 = 1x + 1y$

$(x + y)^2 = 1x^2 + 2xy + 1y^2$

$(x + y)^3 = 1x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 1y^3$

$(x + y)^4 = 1x^4 + \boxed{}\, x^3y + \boxed{}\, x^2y^2 + \boxed{}\, xy^3 + 1y^4$

$(x - 2)^3 = 1x^3 - \boxed{}\, x^2 + \boxed{}\, x - \boxed{}$

$(2x + 3y)^3 = 8x^3 + \boxed{}\, x^2y + \boxed{}\, xy^2 + \boxed{}\, y^3$

ETKİNLİK - 5

$(x - 3y)^4$ açılımında

a) Baştan ikinci terimi bulunuz.	
b) Ortadaki terimi bulunuz.	

ETKİNLİK - 6

Aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

1) $(x + 2y)^5$ açılımında baştan 3. terim .... dır.

2) $\left(\frac{1}{x} - \sqrt{x}\right)^7$ açılımında x^{-1} li terim katsayısı .... dir.

3) $\left(\frac{1}{x} - x^3\right)^{11}$ açılımında sabit terim .... dir.

4) $\left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^{30}$ açılımında sabit terim .... dir.

5) $(x^2 - 2xy)^7$ açılımında bir terim $Ax^{11}y^n$ ise $A + n$ .... dır.

ETKİNLİK - 7

Aşağıdaki örnekleri inceleyerek diğer soruları benzer şekilde çözünüz.

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin elemanları ile

a. **Üç basamaklı kaç doğal sayı yazılır?**

Yüzler basamağı		Onlar basamağı		Birler basamağı		
5	.	6	.	6	=	180

b. **Rakamları farklı üç basamaklı kaç doğal sayı yazılır?**

Yüzler basamağı		Onlar basamağı		Birler basamağı		
5	.	5	.	4	=	100

c. **İki basamaklı kaç çift sayı yazılır?**

d. **300 den küçük rakamları farklı kaç doğal sayı yazılır?**

1. $\binom{16}{3n-1} = \binom{16}{2n+7}$

olduğuna göre n kaçtır?

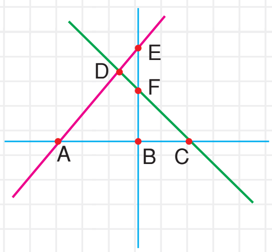
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Bir grupta erkeklerin sayısı kızların sayısının 5 katıdır.

Kızlardan oluşturabilecek 2 şerli grup sayısı erkeklerin sayısına eşit ise grupta kaç kız vardır?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 11

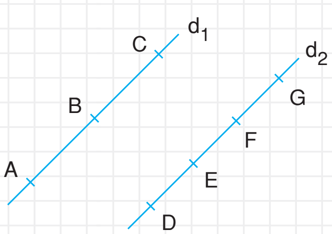
3.



Şekilde verilen 6 noktadan 3 ünü köşe kabul eden en çok kaç farklı üçgen çizilebilir?

A) 20 B) 18 C) 16 D) 15 E) 12

4.



$d_1 // d_2$ olmak üzere A, B, C noktaları d_1 doğrusu; D, E, F, G noktaları d_2 doğrusu üzerindedir.

Köşeleri bu yedi noktadan herhangi üçü olan kaç üçgen çizilebilir?

A) 25 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

5. A = {a, b, c, d, e} kümesinin alt kümelerinin x tanesinde a eleman olarak bulunup, y tanesinde b eleman olarak bulunmuyor.

Buna göre x + y toplamı kaçtır?

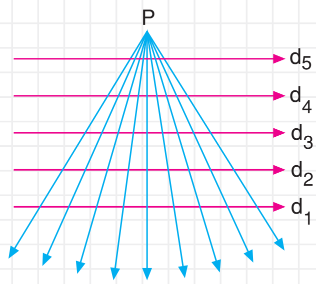
A) 80 B) 64 C) 48 D) 32 E) 16

6. Bir fakültede 6 dersten iki tanesi aynı saatte başlamaktadır.

3 ders seçmek isteyen bir öğrenci en çok kaç değişik biçimde seçim yapabilir?

A) 18 B) 16 C) 12 D) 8 E) 6

7.



Şekilde birbirine paralel 5 doğru ve bunları kesen ve bir noktadan geçen 9 doğru veriliyor.

Şekilde kaç tane yamuk oluşur?

A) 280 B) 320 C) 340 D) 360 E) 400

8. Bir düzlemdeki herhangi üçü doğrusal olmayan 9 noktadan iki tanesi A ve B dir.

Bir kenarı [AB] olan dörtgenlerin sayısı ile üçgenlerin sayısı arasındaki fark kaçtır?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 18 E) 21

9. $\left(\frac{1}{x^2} - x\right)^5$ açılımında sabit terim var mıdır?

Varsa kaçtır?

A) –5 B) –1 C) 1 D) 5 E) Sabit terim yoktur.

10. $(2x - y)^6$ **açılımında x^2y^4 lü terimin katsayısı kaçtır?**

A) 44 B) 48 C) 60 D) 64 E) 72

ÇÖZÜMLER

1. $\binom{16}{3n-1} = \binom{16}{2n+7}$ ise

a) $3n - 1 = 2n + 7 \Rightarrow n = 8$

b) $3n - 1 + 2n + 7 = 16$

$5n = 10 \Rightarrow n = 2$ bulunur.

Ancak $n = 8$ olamaz. (neden?)

YANIT B

2. K: n, E: 5n olsun. Kızlardan oluşturulabilecek ikişerli grupların sayısı: $\binom{n}{2}$ dır.

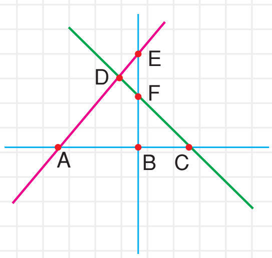
O halde $\binom{n}{2} = 5n$

$$\frac{n!}{2!(n-2)!} = 5n \quad \Rightarrow \quad \frac{n(n-1)}{2} = 5n$$

$n(n - 1) = 10n \;\Rightarrow\; n + 1 = 10 \;\Rightarrow\; n = 11$ bulunur.

YANIT E

3.



6 noktadan herhangi 3 ü doğrusal olmasaydı,

$$C(6,3) = \frac{6!}{3!.3!} = \frac{6.5.4}{3.2.1} = 20$$

tane üçgen çizilebilirdi.

ADE, EFB, DFC ve ABC noktaları doğrusal olduğundan üçgen belirtmez.

O yüzden $20 - 4 = 16$ üçgen çizilebilir.

YANIT C

4. Bazı noktalar doğrusal olmasaydı

$C(7, 3) = 35$ üçgen çizilirdi.

$\underset{\text{A,B,C}}{\underset{\downarrow}{C(3, 3)}} + \underset{\text{D,E,F,G}}{\underset{\downarrow}{C(4, 3)}} = 1 + 4 = 5$ üçgen çizilemez.

$35 - 5 = 30$ üçgen çizilebilir.

YANIT D

5. a nın bulunduğu alt küme sayısı {b, c, d, e} nin alt küme sayısı kadar $= 2^4 = 16$

b nin bulunmadığı alt küme sayısı: {a, c, d, e} nin alt küme sayısı kadar $= 2^4 = 16$

$16 + 16 = 32$

YANIT D

6. Aynı saatte başlayan derslerden yalnızca birini seçebilir veya hiçbirini seçmez.

A ile B aynı saatte, 4 tanesi farklı saatte

$\binom{2}{1}.\binom{4}{2} + \binom{4}{3} = 2.6 + 4 = 16$ bulunur.

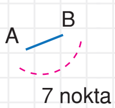
YANIT B

7. P noktasında kesişen 9 doğrudan iki tane ve birbirine paralel olan 5 doğrudan iki tane seçmek gerekir.

$\binom{9}{2}\binom{5}{2} = 36.10 = 360$ bulunur.

YANIT D

8.



Bir kenarı [AB] olan

$$\left.\begin{aligned} &\text{dörtgen sayısı}: \binom{7}{2} = 21 \\ &\text{üçgen sayısı}: \binom{7}{1} = 7 \end{aligned}\right\} 21 - 7 = 14 \text{ dür.}$$

YANIT A

9. $\binom{5}{r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^{5-r}.(-x)^r = x^0$ olmalı

$(-1)^r.\binom{5}{r}x^{2r-10}.x^r = x^0 \Rightarrow 2r - 10 + r = 0$

$3r = 10 \qquad r = \frac{10}{3}$

$\frac{10}{3} \notin N$ olduğundan sabit terim yoktur.

YANIT E

10. $\binom{6}{k}(2x)^{6-k}.(-y)^k = Ax^2y^4$ (A katsayı)

$\underbrace{(-1)^k.\binom{6}{k}2^{6-k}}_{A}.x^{6-k}.y^k = Ax^2y^4$ olduğundan

$6 - k = 2$ ve $k = 4$ bulunur.

Yerine yazarsak

$A = (-1)^4.\binom{6}{4}.2^{6-4}$

$A = \frac{6!}{4!.2!}.2^2 \Rightarrow A = 15.4 = 60$ bulunur.

YANIT C

1. $C(n + 1, n - 1) < 36$ **eşitsizliğini gerçekleyen kaç tane n doğal sayısı vardır?**

YANIT: 7

2. $P(n, r) = 120$ ve $C(n, r) = 20$ olduğuna göre **$C(2n, r)$ kaçtır?**

YANIT: 220

3. **10 öğrencinin katıldığı bir sınavda ilk iki derece en çok kaç farklı şekilde oluşur?**

YANIT: 90

4. 10 kişilik bir sporcu grubundan kaptan belli olduğuna göre **6 kişilik en çok kaç farklı takım oluşturulabilir?**

YANIT: 126

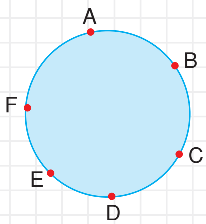
5. Bir grupta kızlar erkeklerden 3 fazladır.
Kızlar ve erkekler kendi aralarında 2 şerli toplam 51 gruba ayrılabildiğine göre bu gruptaki kız sayısı kaçtır?

YANIT: 9

6. 15 soruluk bir sınavda öğrencinin yalnız 10 soruya cevap vermesi istenmektedir.
İlk 8 sorudan en az yedisinin cevaplanması zorunlu olduğuna göre **öğrenci en çok kaç değişik seçim yapabilir?**

YANIT: 301

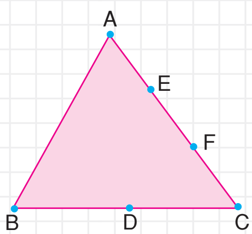
7.



Köşeleri şekildeki çember üzerinde belirtilen noktalar olan üçgenlerden kaç tanesinin bir köşesi A noktasıdır?

YANIT: 10

8.



Şekildeki A, B, C, D, E, F noktalarını köşe kabul eden en çok kaç farklı üçgen çizilebilir?

YANIT: 15

9. $\left(\frac{2}{x}-x^2\right)^7$ **açılımında x^8 li terimin katsayısı kaçtır?**

YANIT: –84

10. $\left(2x^2-\frac{1}{x^2}\right)^9$ **açılımında baştan 6. terim nedir?**

YANIT: $-\frac{126.16}{x^2}$

1. $\frac{9!}{6!} \cdot \frac{1}{36}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) 9 B) 14 C) 15 D) 18 E) 24

2. $\frac{5!+4!}{5!-4!}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{3}$

3. $\frac{4!+5!+6!}{2!+3!+4!}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) 27 B) 44 C) 48 D) 54 E) 63

4. $n! - (n-1)! = 18$

eşitliğini sağlayan n kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $\frac{18! - 18.16!}{17! + 16!}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) 18 B) 17 C) 16 D) 9 E) 8

6. $n! + (n-2)! - (n+1)(n-1)! = 0$

eşitliğini sağlayan n kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. $\frac{(n+1)! - 2(n-1)!}{n! + 2(n-1)!} = 21$ ise **n kaçtır?**

A) 22 B) 20 C) 18 D) 16 E) 14

8. $\frac{x!}{(x-2)!} = 56$ **eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?**

A) 1 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

9. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ **kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı ve dört basamaklı kaç farklı doğal sayı yazılabilir?**

A) 8 B) 16 C) 20 D) 24 E) 36

10. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ **kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı kaç farklı doğal sayı yazılabilir?**

A) 16 B) 24 C) 36 D) 48 E) 64

11. $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ **kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı rakamları farklı en çok kaç farklı doğal sayı yazılır?**

A) 40 B) 48 C) 56 D) 60 E) 64

12. $A = \{0, 1, 2, 3\}$ **kümesinin elemanları kullanılarak rakamları tekrarsız üç basamaklı kaç çift sayı yazılabilir?**

A) 15 B) 10 C) 9 D) 6 E) 4

13. $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ **kümesinin elemanları kullanılarak rakamları tekrarsız ve üç basamaklı 200 den büyük kaç farklı doğal sayı yazılabilir?**

A) 36 B) 30 C) 27 D) 24 E) 18

14. **3 öğrenci yanyana duran 3 koltuğa kaç farklı şekilde oturabilir?**

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

15. **4 öğrenci 3 sınıfa kaç farklı şekilde dağıtılabilir?**

A) 12 B) 27 C) 48 D) 64 E) 81

16. 3 öğrenci 5 sınıfa dağıtılacaktır. **Her sınıfa en çok bir tane koymak şartı ile kaç farklı dağılım yapılabilir?**

A) 125 B) 80 C) 64 D) 60 E) 40

1. {0, 1, 2, 3, 4, 5} **kümesinin elemanları birer kez kullanılarak üç basamaklı en çok kaç farklı tek doğal sayı yazılır?**

A) 36 B) 42 C) 48 D) 56 E) 58

2. A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} **kümesinin elemanları ile rakamları farklı 5 ile tam bölünebilen dört basamaklı en çok kaç farklı doğal sayı yazılabilir?**

A) 128 B) 120 C) 110 D) 108 E) 96

3. A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} **kümesinin elemanları ile rakamları tekrarsız 3 basamaklı 300 den büyük en çok kaç farklı sayı yazılabilir?**

A) 40 B) 60 C) 70 D) 80 E) 100

4. A = {1, 2, 3, 4, 5} **kümesinin elemanları kullanılarak rakamları tekrarsız 3 basamaklı, içinde 3 bulunan en çok kaç farklı doğal sayı yazılabilir?**

A) 18 B) 24 C) 36 D) 40 E) 48

5. A = {1, 2, 3, 4, 5} **kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı 300 den küçük en çok kaç farklı doğal sayı vardır?**

A) 24 B) 44 C) 49 D) 50 E) 52

6. A kasabasından B kasabasına 4 farklı yol, B kasabasından C kasabasına 3 farklı yol ile gidilebiliyorsa A kasabasından B ye uğrayarak C kasabasına gitmek isteyen bir kişi **en fazla kaç farklı yoldan gidebilir?**

A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 10

7. 2 kız, 3 erkek öğrenci bir sıraya yanyana oturacaklardır. **2 kız öğrenci yanyana oturmak koşulu ile kaç farklı şekilde oturabilirler?**

A) 64 B) 48 C) 36 D) 24 E) 16

8. **Farklı sınıftlara ait 2 matematik, 3 fizik, 3 kimya kitabı matematik kitapları rafın iki başında durmak koşulu ile kaç farklı şekilde dizilebilirler?**

A) 2.6! B) 6! C) 4!.3 D) 4!.3! E) 8!

9. A, B, C sınıflarından ikişer öğrenci 6 kişilik sıraya aynı sınıfın öğrencileri yan yana olmak koşulu ile **en çok kaç farklı şekilde oturabilirler?**

A) 48 B) 96 C) 120 D) 360 E) 720

10. Aralarında Elif, Esin, Ayşe ve Aynur'un da bulunduğu 7 kişilik bir grupta Elif ile Esin daima yanyana olmak ve Ayşe ile Aynur da yan yana olmamak şartı ile **bir sıraya en çok kaç farklı biçimde oturabilirler?**

A) 680 B) 720 C) 840 D) 960 E) 1100

11. 8 öğrenci içinden 5 kişilik kaç farklı basketbol takımı kurulabilir?

A) 36 B) 44 C) 48 D) 54 E) 56

12. 3 kimya, 5 matematik, 3 Türkçe öğretmeninin bulunduğu bir okulda; 2 matematik, 1 kimya ve 1 Türkçe öğretmeninden oluşan kurul **en çok kaç farklı şekilde oluşturulabilir?**

A) 60 B) 90 C) 100 D) 120 E) 150

13. Bir torbada birbirinden farklı 5 mavi, 2 kırmızı, 3 sarı top vardır.
Bu torbadan sadece 3 ü mavi olmak üzere, 5 top en çok kaç farklı şekilde çekilebilir?

A) 120 B) 102 C) 100 D) 80 E) 72

14. 6 kişilik bir gruptan 2 kişi İzmir'e 3 kişi Antalya'ya en çok kaç farklı şekilde gönderilebilir?

A) 60 B) 80 C) 90 D) 120 E) 124

15. Bir kişinin birbirinden farklı 6 çift ayakkabısı vardır.
Bu kişi birbirine uymayan bir sağ ve bir sol tek ayakkabıyı en çok kaç değişik şekilde seçebilir?

A) 6 B) 12 C) 20 D) 30 E) 42

16. Birbirinden farklı 3 fizik, 5 matematik sorusu içinden en az biri fizik sorusu olmak üzere **4 soru en çok kaç farklı biçimde seçilebilir?**

A) 85 B) 80 C) 72 D) 70 E) 65

1. $9.C(n, 3) = 4.C(n, n-4)$ **eşitliğini gerçekleyen n değeri kaçtır?**

A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

2. $\binom{17}{3x-4} = \binom{17}{2x+1}$ **eşitliğini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?**

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 16

3. $P(n+2, 2) + C(n, 0) = n^2 + 12$ ise **n kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $C(n-3, n-4) \leq 6$ **koşulunu sağlayan en büyük n tamsayısı kaçtır?**

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

5. 7 kişilik bir grupta önce bir başkan, sonra bir yardımcı ve sonra da bir sözcü seçilecektir.
Bu seçim en çok kaç değişik şekilde yapılabilir?

A) 120 B) 150 C) 210 D) 240 E) 280

6. 6 erkek 4 kız öğrenci arasından, içinde en az 3 kız 3 erkek bulunan 7 kişilik bir ekip **en çok kaç farklı şekilde oluşturulabilir?**

A) 48 B) 64 C) 72 D) 80 E) 96

7. 5 erkek, 4 kadın içinden 3 kişi seçilecektir.
Bunlardan en az birinin kadın olması koşuluyla en çok kaç değişik seçim yapılabilir?

A) 58 B) 64 C) 68 D) 74 E) 78

8. A sınıfında 15 kız, 10 erkek, B sınıfında 9 kız 16 erkek öğrenci vardır. Her iki sınıftan da birer öğrenci alınarak 1 kız ve 1 erkek öğrenciden oluşan **en çok kaç farklı grup oluşturulabilir?**

A) 360 B) 330 C) 300 D) 270 E) 240

9. Bir sınavda sorulan 10 sorudan, ilk üçünden en az ikisini yanıtlamak zorunludur.
7 soru yanıtlayacak bir öğrenci en çok kaç değişik seçim yapabilir?

A 98 B) 96 C) 94 D) 70 E) 65

10. Düzlemsel olan ve birbirini kesmeyen bir doğru ile bir çemberden, **doğrunun belli 4 ve çemberin belli 5 farklı noktası ile en çok kaç farklı doğru çizilebilir?**

A) 37 B) 36 C) 34 D) 32 E) 31

11. Aynı düzlemde bulunan ve herhangi ikisi paralel olmayan 8 doğru en çok kaç noktada kesişirler?

A) 14 B) 21 C) 28 D) 42 E) 56

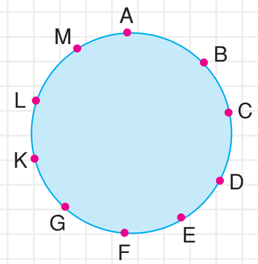
12. Hiçbiri birbirine paralel olmayan 12 doğrudan 5 tanesi belli bir A noktasından geçmektedir.
Bu 12 doğru en fazla kaç noktada kesişir?

A) 55 B) 56 C) 57 D) 59 E) 66

13. 5 i doğrusal olan toplam 9 nokta ile köşeleri bu noktalar olan en çok kaç farklı üçgen çizilebilir?

A) 54 B) 60 C) 63 D) 74 E) 94

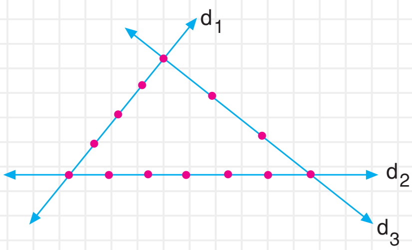
14.



Şekildeki çember üzerindeki A, B, C, D, E, F, G, K, L, M noktalarını kullanarak bir köşesi A noktası olan en çok kaç farklı üçgen çizilebilir?

A) 72 B) 60 C) 54 D) 36 E) 30

15.



Şekilde belirtilen 13 nokta ile en fazla kaç üçgen oluşturulabilir?

A) 286 B) 237 C) 232 D) 228 E) 216

16. 3 tanesi bir A noktasından geçen ve hiç biri birbirine paralel olmayan 7 doğrunun en çok kaç kesim noktası vardır?

A) 12 B) 13 C) 15 D) 18 E) 19

1. $\dfrac{(n-2)!+2.(n-1)!}{(2n-1)!} : \dfrac{(n-3)!}{(2n-2)!}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{n-1}{2n-1}$ B) $n-1$ C) $n-2$ D) $\dfrac{n-2}{2n-1}$ E) n

2. $\dfrac{C(n,4)\ .\ C(n,3)}{C(n,2)\ .\ C(n,5)}$ **işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\dfrac{n-3}{n-4}$ B) $\dfrac{n-5}{n-4}$ C) $5n-10$ D) $\dfrac{5n-10}{3n-12}$ E) $\dfrac{n-4}{n-5}$

3. A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} **kümesinin elemanları birer kez kullanılarak rakamları toplamı 12 olan en çok kaç farklı doğal sayı yazılabilir?**

A) 18 B) 24 C) 30 D) 96 E) 144

4. 0, 1, 3, 4, 5 rakamları kullanılarak yazılabilen **(300, 540) aralığında kaç doğal sayı vardır?**

A) 62 B) 64 C) 66 D) 68 E) 70

5. A = {1, 2 ,3 , 5, 6, 7} **kümesinin elemanları kullanılarak rakamları tekrarsız 3 basamaklı 560 dan küçük en çok kaç farklı doğal sayı yazılabilir?**

A) 68 B) 70 C) 72 D) 75 E) 78

6. A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} **kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı 4 ile tam bölünebilen üç basamaklı en çok kaç farklı doğal sayı yazılabilir?**

A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

7. 2 evli çiftin bulunduğu 12 kişi arasından 5 kişilik bir grup oluşturulacaktır.

Evli çiftlerden en fazla birinin bu grupta olması koşulu ile en çok kaç farklı seçim yapılabilir?

A) $2.\binom{10}{5}$ B) $3.\binom{8}{3}$ C) $2.\binom{8}{5}+\binom{10}{5}$ D) $2.\binom{8}{3}$ E) $\binom{8}{3}.\binom{4}{2}$

8. 5 kız, 6 erkek öğrencinin bulunduğu 11 kişilik bir gruptan en az 2 si kız olan 4 kişilik bir komisyon **en çok kaç değişik biçimde kurulabilir?**

A) 120 B) 180 C) 215 D) 250 E) 265

9. Bir partide 7 evli çift vardır. Erkekler birbirleriyle ve kadınlarla tokalaşacaktır.

Kadınlar birbirleriyle tokalaşmıyorlarsa, toplam kaç tokalaşma olur?

A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

10. 3 kız, 4 erkek öğrenci, kızlar ön sırada erkekler arka sırada olmak üzere en çok kaç değişik şekilde oturabilirler?

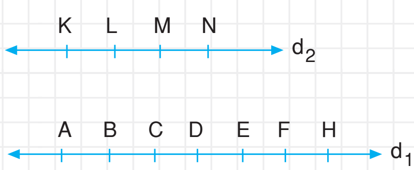
A) 140 B) 144 C) 152 D) 168 E) 172

11. 6 kız, 6 erkek öğrenci yanyana oturacaklardır.

Kızlar yan yana olmak koşuluyla en çok kaç değişik biçimde oturabilirler?

A) 7! . 5! B) 12! C) 6! . 8! D) 6! . 7! E) 7! . 6

12.



$d_1 \parallel d_2$ olmak üzere **köşeleri şekildeki noktalar olan en çok kaç farklı dörtgen çizilebilir?**

A) 106 B) 108 C) 118 D) 120 E) 126

13. $(5x - 1)^n$ açılımında katsayılar toplamı 1024 ise

x^3 lü terimin katsayısı kaçtır?

A) 635 B) 750 C) 825 D) 980 E) 1250

14. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ **açılımında sabit terim kaçtır?**

A) 6 B) 15 C) 20 D) 21 E) 35

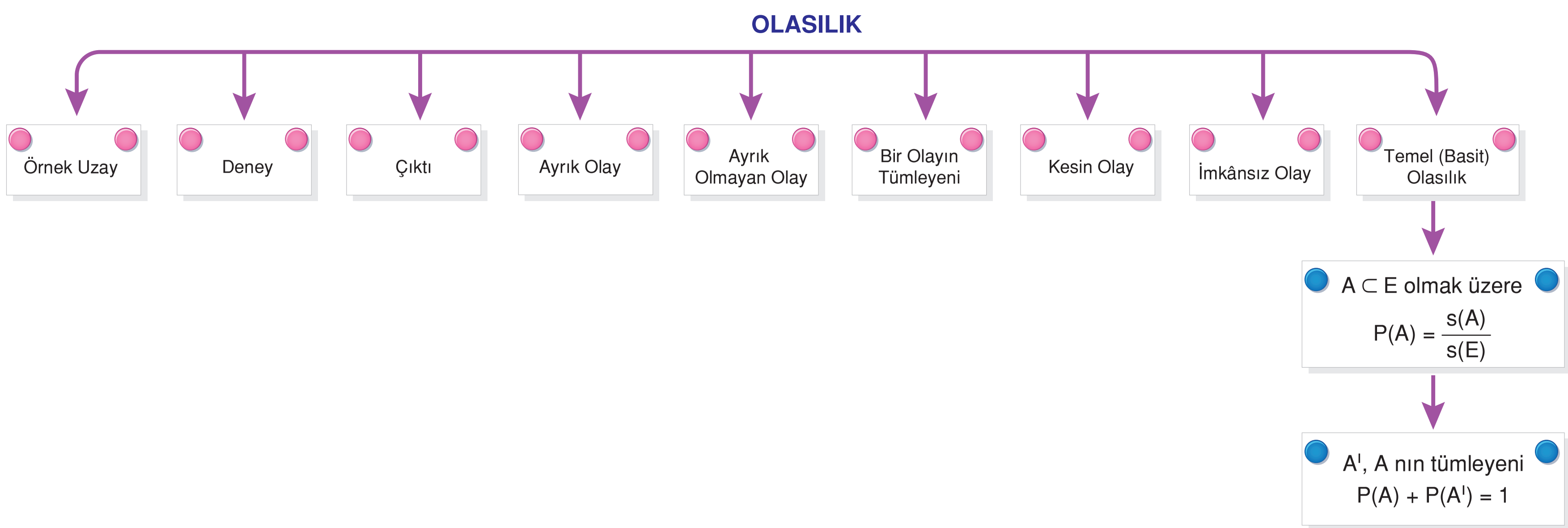
15. $\left(\frac{a}{9} - \frac{3}{a}\right)^9$ açılımında, baştan yedinci terim **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-84.a^3$ B) $-36.a^4$ C) $36.a^{-4}$ D) $72.a^{-3}$ E) $84.a^{-3}$

16. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ **ifadesinin açılımında sabit terim baştan kaçıncı terimdir?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

AKILLI HARİTAM



Deney, Çıktı, Olay:

• Bir madeni paranın yazı-tura için havaya atılması
• Farklı renkte bilyelerin bulunduğu bir torbadan bilyeler çekilmesi
• İki tavla zarının atılması

Yukarda yapılan işlemlerin her birine "Matematiksel Deney" denir.

Bu deneylerde meydana gelebilecek sonuçlara "çıktı" denir. Örneğin bir zar atma deneyinin çıktıları 1, 2, 3, 4, 5, 6 dır.

Bir deneyde meydana gelebilecek tüm çıktıların oluşturduğu kümeye "örnek uzay" denir ve E harfi ile gösterilir.

Bir zar atma deneyinin çıktıları

E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Bir para atma deneyinin örnek uzayı:

E = {Y, T}

İki para atma deneyinin örnek uzayı:

E = {(Y, Y) (Y, T) (T, Y) (T, T)}

Örnek uzayın her alt kümesine olay denir.

Bir zar atılması deneyinde, zarın üst yüzüne 4'ten büyük bir sayı gelmesi olayı A olayı olsun.

A = {5, 6} ve E = {1, 2, 3, 4, 5, 6} ise

$A \subset E$'dir.

İki para atılması deneyinde paralardan en az birinin YAZI gelme olayı B olayı olsun.

B = {YY, YT, TY} olacaktır. Bu deneyin örnek uzayı:

E = {YY, YT, TY, TT} dır ve

$B \subset E$'dir.

BASİT OLAYLARIN OLASILIKLARI

Meydana gelmesi şansa bağlı olayların yani kesin olmayan olayların meydana gelebilme şansını belirleyen sayıya o olayın **olasılığı** denir. Örneğin bir zar atıldığında 3 gelmesi tamamen şansa bağlı bir olaydır.

E örnek uzay ve $A \subset E$ olmak üzere A olayının meydana gelme olasılığı P(A) ise

$$\boxed{P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{\text{İstenen olayın eleman sayısı}}{\text{Örnek uzayın eleman sayısı}}}$$

Bu şekilde hesaplanan olasılığa **BASİT OLASILIK** denir.

Örnek:

Bir zar atma deneyinde 6 gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm:

Hilesiz bir zar atma deneyinde her bir çıktının meydana gelme olasılığı eşittir. O halde

s(E) = 6 ve s(A) = 1 dir ve

$P(A) = \frac{1}{6}$ bulunur.

Sıra Sende

Üç para atma deneyinin örnek uzayını yazınız.

Örnek

Bir torbada 2 kırmızı, 1 sarı, 3 beyaz bilye varsa ve bu torbadan bilyeler çekme deneyinin "çıktı"ları kırmızı, sarı ve beyazdır.

Örnek

Herhangi üçü doğrusal olmayan 7 noktanın tümü birleştirilerek elde edilen üçgenlerden üçgen çekme deneyinin örnek uzayı kaç elemanlıdır?

Çözüm

Örnek uzay 7 noktanın oluşturduğu tüm üçgenlerdir. O halde

$s(E) = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3!4!} = 35$

tane üçgen vardır.

Uyarı

Bir deneyde her bir "çıktı"nın meydana gelme olasılığı birbirine eşitse bu çıktılardan meydana gelen uzaya eş olumlu örnek uzay denir.
Bir para atma deneyinin örnek uzayı eş olmalıdır.
Herbir çıktının meydana gelme olasılığı eşit değilse bu çıktılardan meydana gelen uzaya eş olumlu olmayan örnek uzay denir.
Bir torbada 4 kırmızı, 2 sarı bilye varsa bu torbadan bilye çekme deneyinin örnek uzayı eş olumlu değildir.

Örnek:

İki para atma deneyinde paralardan birinin yazı diğerinin tura gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm:

E = {(YY), (YT), (TY), (TT)} örnek uzayı eş olumludur. İstenen olay
A = {(YT), (TY)} $\Rightarrow P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ bulunur.

Örnek:

Bir torbada üzerinde 2 tane 1, bir tane 2, bir tane 3, 2 tane 4 ve 3 tane 5 yazılı olan kart vardır. Bu torbadan 1 tane kart çekiliyor.
5 gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm:

Çıktılar 1, 2, 3, 4, 5 dir. Ancak sayıları farklı olduğundan meydana gelme şansları da farklıdır. O halde örnek uzay eş olumlu olmayan örnek uzaydır.
E = {1, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5} dir. s(E) = 9
İstenen olay : s(A) = {5, 5, 5} s(A) = 3 olduğundan
$P(A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ dür.

Örnek:

Bir torbada 3 sarı, 3 kırmızı 2 beyaz bilye vardır.
Bu torbadan rastgele iki bilye çekiliyor. Birinin kırmızı, diğerinin beyaz gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm:

Örnek uzayın Eleman sayısı;

$s(E) = \binom{8}{2} = 28$ dir.

İstenen olay: Bir kırmızı ve bir beyaz $\binom{3}{1}\binom{2}{1} = 6$ dir. O halde $P(A) = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$ bulunur.

Örnek:

112333 sayısının rakamları yer değiştirilerek 6 basamakla tüm sayılar ayrı kartlara yazılarak bir torbaya atılıyor. Sonra bu torbadan rastgele bir kart çekiliyor.

Gelen sayının 12 ile bitme olasılığı kaçtır?

Çözüm:

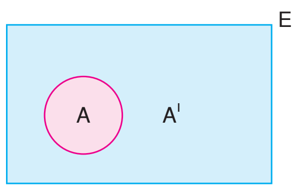
Örnek uzay: $s(E) = \frac{6!}{2!\ 3!} = 60$

Birtane 1 ile 2 rakamını sona koyalım. _ _ _ _ $\underline{1}$ $\underline{2}$ geri kalan rakamları 1333 dizelim.

$s(A) = \frac{4!}{3!} = 4$

$P(A) = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$ bulunur.

E örnek uzayın bir alt kümesi A olsun.



Şekildeki gibi A istenen olay ise, A' istenmeyen durum, yani A olayının dışında kalan sonuçlar kümesidir. Bir zar atma deneyinde zarın üst yüzeyine gelen sayının 2'den büyük olması A olayı ise 2'den büyük olmaması olayı A' ile gösterilir.

$A = \{3, 4, 5, 6\}$ ise $\overline{A} = \{1, 2\}$ olur.

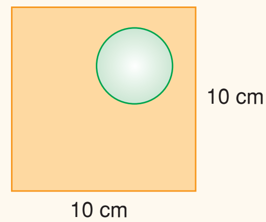
Özellikler:

1) Bir olayın meydana gelme olasılığı P(A) ise,
$0 \leq P(A) \leq 1$'dir.

2) $P(A) = 0$ ise A olayı imkansız olay
$P(A) = 1$ ise A olayı kesin olaydır.

3) A', A olayının tümleyeni ise
$P(A) + P(A') = 1$ dir.

Örnek



Yukarıda bir kenar uzunluğu 10 cm olan karenin üzerinde, yarıçapı 4 cm olan daire çizili dart tahtasına bir atış yapılıyor.

Okun daire üzerine gelmesi olasılığı yüzde kaçtır?

(π = 3 alınız.)

Çözüm

E = {karenin alanı}

A = {dairenin alanı}

$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{\pi.r^2}{a^2}$

$= \frac{3.4^2}{10^2} = \frac{48}{100}$

%48 dir.

Uyarı

1. n tane paranın 1 defa atılması veya 1 paranın peşpeşe n defa atılma deneylerinin örnek uzayları aynı olup eleman sayıları $s(E) = 2^n$ dir.

2. n tane zarın 1 defa atılması veya 1 zarın peşpeşe n defa atılma deneylerinin örnek uzayları aynı olup eleman sayıları $s(E) = 6^n$ dir.

Örnek

Bir miktar madeni paranın atılması deneyindeki çıktı sayısı 64 ise **kullanılan madeni para sayısı kaçtır?**

Çözüm

Paranın 2 yüzü var, n tane para 2^n tane sonuç doğurur.

$2^n = 64$ ise

$n = 6$ olur.

Demek ki 6 tane madeni para kullanılmış.

Örnek

[1, 15] aralığındaki asal sayılar ayrı ayrı kartlara yazılarak bir torbaya atılıyor. Sonra torbadan bir kart çekiliyor.

Gelen sayının asal ve 10 dan büyük olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek uzay eş olumludur ve

$s(E) = 15$ dir.

A: 10 dan büyük asal sayılar

$= \{11, 13\}$

$P(A) = \dfrac{s(A)}{s(E)} = \dfrac{2}{15}$ dir.

Örnek:

$A \cap B \cap C = \varnothing$

A, B, C basit olayları E eş olumlu örnek uzayın tüm alt kümeleridir.

$P(A) + 2.P(B) + \dfrac{P(C)}{3}$ toplamı kaçtır?

Çözüm:

$P(A) + P(B) + P(C) = 1$

$P(A) = P(B) = P(C) = k$ ise

$k = \dfrac{1}{3}$ olur.

$$P(A) + 2.P(B) + \frac{P(C)}{3} = \frac{1}{3} + 2.\frac{1}{3} + \frac{\frac{1}{3}}{3} = \frac{10}{9} \text{ dur.}$$

Örnek:

Bir yarışta A, B, C isimli üç at vardır. A nın yarışı kazanma olasılığı B ninkinin 2 katı ve C ninkinin $\dfrac{1}{3}$ idir.

Buna göre A nın yarışı kaybetme olasılığı kaçtır?

Çözüm:

$P(A) = 2.P(B) = \dfrac{1}{3}.P(C) \Rightarrow$

$3.P(A) = 6.P(B) = P(C) = k$ ve $P(A) + P(B) + P(C) = 1$

$\dfrac{k}{3} + \dfrac{k}{6} + k = 1 \Rightarrow 9k = 6$ ise $k = \dfrac{2}{3}$

$3.P(A) = \dfrac{2}{3} \Rightarrow P(A) = \dfrac{2}{9}$ bulunur. O halde

$P(A') = 1 - \dfrac{2}{9} \Rightarrow P(A') = \dfrac{7}{9}$ bulunur.

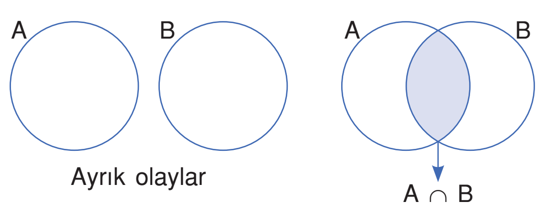
Ayrık Olaylar ve A veya B nin Olasılığı

A ve B aynı örnek uzayda iki olay olsun. Bu olaylar aynı anda gerçekleşemiyorsa bu olaylara **Ayrık Olaylar** denir. $A \cap B = \varnothing$ dir.

Aynı anda gerçekleşebiliyorsa olaylar ayrık olmayan olaylardır. $A \cap B \neq \varnothing$ dir.

A ile B ayrık olaylarsa A veya B nin olasılığı $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dir.

Ayrık olmayan olaylarsa $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ dir.



Ayrık olaylar

Ayrık olmayan olaylar

Örnek:

Bir zar atılıyor.

Zarın üst yüzüne gelen sayının çift veya asal olması olasılığı kaçtır?

Çözüm:

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ise $s(E) = 6^1 = 6$

$\left.\begin{array}{l}\text{Çift sayı : } A = \{2, 4, 6\} \text{ ise } s(A) = 3 \\ \text{Asal sayı : } B = \{2, 3, 5\} \text{ ise } s(B) = 3\end{array}\right\}$ ayrık olmayan olaylar

$A \cap B = \{2\}$ ise $s(A \cap B) = 1$

A veya B'nin olma olasılığı $P(A \cup B)$ sorulmakta :

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{s(A)}{s(E)} + \frac{s(B)}{s(E)} - \frac{s(A \cap B)}{s(E)}$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Örnek:

Bir çift zar atılıyor, zarın üst yüzeyine gelen sayıların toplamının 9'dan büyük olması ve aynı olma olasılığı kaçtır?

Çözüm:

2 zar atılıyor. $s(E) = 6^2 = 36$ sayılar toplamının 9'dan büyük olması olayı

$A = \{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$ ve

sayılarının aynı olması olayı

$B = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$ ise

$A \cap B = \{(6, 6), (5, 5)\}$

A ve B birlikte olma olasılığı $P(A \cap B)$ dir.

$$P(A \cap B) = \frac{s(A \cap B)}{s(E)} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} \text{ olur.}$$

Örnek:

Bir torbada 3 tane beyaz, 3 tane sarı, 8 tane kırmızı boncuk vardır.

Bu torbadan rastgele seçilen bir boncuğun beyaz veya sarı olma olasılığı kaçtır?

Çözüm:

Örnek uzay torbadaki bilyeler olup, eleman sayısı $s(E) = 14$

İki olay aynı anda meydana gelemez. Çünkü bir boncuk hem beyaz hem sarı olamaz.

O halde, $P(S \cup B) = P(S) + P(B)$

$$P(S \cup B) = \frac{3}{14} + \frac{3}{14} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7} \text{ bulunur.}$$

Örnek

[1, 15] aralığındaki sayılar aynı büyüklükteki toplar üzerine yazılarak torbaya atılıyor. Sonra torbadan bir top çekiliyor.

Gelen topun üzerindeki sayının çift veya 9 dan büyük olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Örnek uzay eş olumlu ve $s(E) = 15$ tir. İki olay vardır.

A: Çift olma = $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$

B: 9 dan büyük olma = $\{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

İki olay birlikte meydana gelebilir.

$A \cap B = \{10, 12, 14\}$

$P(A \cup B) =$

$$\frac{7}{15} + \frac{6}{15} - \frac{3}{15}$$

$$= \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

ETKİNLİK - 8

Aşağıdaki ifadelerde noktalı yerleri uygun şekilde doldurunuz.

1) Bir deneyin sonucunda karşılaşabileceğiniz durumların oluşturduğu kümeye .... denir.

2) Örnek uzayın yalnızca bir elemandan oluşan alt kümelerinden her birine .... denir.

3) A ve B ayrık olaylardır. Buna göre $P(A \cup B) =$ .... dir.

4) Bir zar atıldığında 7 gelmesi .... olaydır.

5) E örnek uzay ve $E = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ ve $P(A_1) = P(A_2) =$ .... $= P(A_n)$ ise E örnek uzayına .... denir.

ETKİNLİK - 9

Aşağıda verilen tablodan faydalanarak, sorulan soruların cevaplarını boşluklara yazınız.

Cinsiyet \ Göz rengi	Siyah	Kahverengi	Mavi	Yeşil
Kız	4	3	6	1
Erkek	6	5	2	1

Bir grup öğrencinin cinsiyet ve göz rengine ait tablo

1) Seçilen bir öğrencinin mavi gözlü olma olasılığı ....

2) Seçilen bir öğrencinin mavi gözlü kız olma olasılığı ....

3) Seçilen bir öğrencinin mavi gözlü veya kız olma olasılığı ....